ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 *dicembre* 1850

E COMPILATI DAL SEGRETARIO

TOMO XXIX. - ANNO XXIX.

(1875-1876)

ROMA

TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE

Via Lata N° 211. A.

1876

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE Iª DEL 19 DICEMBRE 1875

PRESIDENZA DEL P. ANGELO SECCHI

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI.

DI ALCUNI FATTI RELATIVI ALL'ORIGINE DELLA GRANDINE

NOTA

DEL P. ANGELO SECCHI

La questione dell'origine della grandine sembra essersi in questi ultimi mesi risvegliata con grande ardore nell'Accademia delle scienze di Parigi. Le opinioni sono molto diverse, e noi ci guarderemo bene dal farcene giudici. Soltanto vogliamo qui recare in mezzo alcuni fatti che ci si sono presentati nel corso della nostra carriera scientifica, e che possono dar lume ad intendere qualche cosa in questa questione.

I° Il primo sia un fatto verificatosi circa otto anni fa in Roma, e che forse non è conosciuto dagli scienziati, ma non è inaspettato certamente. All'epoca indicata, non ricordo bene l'anno, era in Roma la celebre volatrice aerostatica Madame de Poitevin, la quale in una bella giornata di estate avea preso il volo dallo Sferisterio in compagnia di due altri Signori dilettanti di aerostatica. Prevenuti gentilmente dal direttore dello spettacolo, noi la tenemmo di vista col cannocchiale grande di Merz.

Alzatosi tranquillamente il globo fino ad una altezza che noi supponemmo pari a quella di Monte Gennaro, 1200 met., nulla si manifestò di singolare, e i tre aeronauti si vedevano far segnali di gioia dalla loro gabbia. Quando ad un tratto vediamo il pallone concepire un rapido moto rotatorio, e i tre aeronauti accovacciarsi dentro la gabbia. Ci accorgemmo che essi stavano per esser colti da un capogiro e ben presto vedemmo scendere rapidamente il pallone per un gran tratto, con caduta assai celere e quasi precipitosa. Indi fermata la discesa, correre orizzontalmente.

Il dì appresso la volatrice in un suo breve rapporto annunziò qualmente all'ora da noi notata, essa era entrata in un vortice aereo violentissimo che mise il Pallone in uno spaventoso moto rotatorio e che per evitare il capogiro, aveano dovuto tutti accoccolarsi nella gabbia, e discendere come noi avevamo veduto; ma di più aggiunse un fatto importantissimo = *Il freddo dentro a questo vortice era intensissimo, e tale, che in meno di cinque minuti fu gelata la boccia d'acqua che avevano portato seco i volatori.* =

Fermiamoci a considerare questo racconto, e deduciamone 1.° che anche a ciel sereno e apparentemente calmo e limpido, esistono vortici vigorosi nell'atmosfera, cosa di cui noi abbiamo avuto altro esempio operando in campagna per la misura della Via Appia, in cui una tromba perfettamente visibile e abbastanza violenta passò sopra di noi a ciel sereno, ed era distinguibile sol per la polvere che sollevava, senza nube di sorta.

2.° *Che tali vortici sono freddissimi*, il che è ben naturale per l'assorbimento che nasce nell'asse loro degli strati superiori, ove l'aria alta discende in basso dentro il tubo centrale della tromba che quì veramente accade come nei gorghi de'fiumi: e ne' vortici che accadono nelle alte regioni non può mai mancare tale discesa, dall'alto, il che non impedisce che vi possa essere qualche forza assorbente anche al piede, ma ci pare assurdo supporre che nell'esterno del vortice ci possa essere una corrente ascendente fino alle regioni superiori; quel poco di assorbimento al basso serve al alimentare la forza centrifuga del vortice.

L'influenza di quest'aria alta che discende, è molto grande in meteorologia, ed è invece assai poco considerata. Si fa assegno sulle differenze di temperatura da latitudine a latitudine, e poco si calcola quella dovuta alla altezza che per poche migliaia di metri dà differenza maggiore di quella del Polo all'Equatore. Ognuno di tali vortici porta giù una colonna intensamente fredda che può produrre effetti singolarissimi.

3.° Infatti dal racconto della Poitevin, vediamo che *masse considerevoli*

di acqua si possono gelare quasi istantaneamente in quel freddo. Perciò basta che l'aria sia a – 15° ovvero – 17° gradi, avendo provato il P. Sanna-Solaro che delle vesciche natatorie di Storione piene d'acqua, si possono gelare quasi istantaneamente nel miscuglio frigorifico di – 12° a – 13°. Non vi è dunque nessuna impossibilità che grosse gocce di acqua si gelino istantaneamente entrando in uno di questi turbini.

4° Questi turbini possono nascere facilmente e prodursi per una causa qualunque, che nel basso diminuisca la pressione anche in una estensione limitata di paese; tale sarebbe il raffreddamento dell'aria bassa (come accade verso sera), un condensamento di vapore istantaneo o qualunque altra causa. È naturale che l'aria accorra a riempire quel vuoto non solo dai lati come sempre si dice, ma molto più facilmente dall'alto: in ambedue i casi l'aria vi si porta spontaneamente per una spirale, come quando l'acqua s'ingorga in un foro fatto nel fondo di un vaso coperto anche da velo leggero d'acqua. Che se l'aria nello scendere non si condensasse e non si riscaldasse per la condensazione, avremmo bene spesso enormi abbassamenti periodici di temperatura specialmente al tramontar del sole. L'abbassamento di temperatura nella regione inferiore, equivale allo sturo del fondo di un vaso che tutti sanno produrre un flusso discendente con vortice.

II. In secondo luogo credo cosa sicura, e che possa asserirsi senza timore, il non essersi mai veduta la grandine cadere ad aria calma, ma sempre ad aria agitata e turbinosa. L'asse di questi turbini non è sempre verticale, ma spesso orizzontale. Uno di questi casi lo potei osservare nel 1841 in una casa di campagna presso Loreto, in circostanza favorevolissima. Questo grandioso casamento era eretto sulla cima isolata di una collina libera a tutti i venti, ed il piano nobile avea dalla parte di Nord-Est uno sporto di casa più basso, che col tetto arrivava alle sue finestre soltanto. In una giornata di estate (non mi ricordo la data) essendosi scatenato un breve, ma furioso temporale cominciò a cadere una grandine fitta e grossa proveniente da N. O. Stando alla finestra di N. E. io vedea distintamente a traverso i cristalli i grani aggirarsi in ispire velocissime aventi l'asse orizzontale, e benchè fosse così fitta la grandine da render l'aria molto opaca, pure pochissimi grani ne cadevano sul tetto, ma erano aggirati da un turbine spaventoso che li risollevava prima anche che toccassero le tegole. In proporzione fu anche poca la grandine che cadde sul terreno circostante tranne avanti alla facciata N. O. ove la fabbrica faceva fronte direttamente al turbine. Anzi colà si verificò un altro fatto che mostrò la violenza del turbine, e la direzione del suo asse oriz-

zontale; la grondaia di latta che coronava quel lato dell' edifizio fu strappata dal tetto *coi ferri e col pane di muratura di gesso* che la fermava sul cornicione, e tutto così unito fu portato *al di sopra della fabbrica* e andò a ricascare dal lato opposto della medesima su uno de'piazzali e a più di 100 met. dal luogo dove stava murata. Di più tutte le tegole furono da quel lato rovesciate all'insù, restando tutte le altre de' diversi versanti del tetto al loro posto.

Era da questi fatti evidente la presenza di una tromba ad asse orizzontale, la quale come potè portare dopo averlo strappato il peso della grondaia coi ferri e pani di muratura, così poteva ben più facilmente portare i grani di grandine; come io avea veduto effettivamente aver luogo.

Tal trasporto meccanico può nell'aria durare a lungo e in tanto tempo la massa agghiacciata può traversare zone successivamente più fredde e più vaporose ed altre meno; e così i grani possono rivestirsi di strati alternativi opachi e trasparenti.

La forza e l'alimento della meteora sta nel vapore che successivamente va incontrando nel viaggio che fà da un punto all'altro della sua corsa. Se essa fosse obbligata a star ferma, tutto sarebbe finito in pochi secondi, perchè appena precipitato il vapore locale tutto l'alimento cesserebbe. Come operi questo meccanismo di forza, non è difficile a capirsi, dietro la teoria meccanica del calore, e non è quì luogo di svilupparlo.

III. E l'elettricità? L'elettricità secondo noi non è che una manifestazione secondaria del calore, la sua potenza meccanica è insignificante a petto di quella del turbine e del calorico, e solo può influire a spiegar certi fenomeni curiosi. Tali sono varii di quelli di attrazione indicati già da Peltier, ma quando le scariche sono veementi può con essa spiegarsi il piegamento di grossi ferri, potutosi eseguire dalla forza meccanica dell'aria soltanto mercè il rammollimento che la elettricità può aver fatto nel ferro stesso pel calore dovuto alla scarica.

Che l'elettricità agisca spesso in tal modo non vi è dubbio. Il P. Cavalleri ed altri notarono spesso delle croci di campanile e delle sbarre di ferro di cancelli grossissimi contorte e piegate: cosa impossibile a farsi dall'aria sola per la poca presa che presenta la loro superficie. Esiste a Mondragone sopra un'alta colonna di peperino una croce di ferro grossa più di 5 centim. in quadro, che restò piegata, dicono, dal vento. Ma più probabilmente lo fu dal fulmine. Tal piegatura per pura forza meccanica era impossibile senza demolire la colonna o almeno precipitare il capitello di peperino

che forma la cimasa della colonna, a meno che non fosse rammollita in qualche modo la verga dal calore di una scarica elettrica. Che tal rammollimento possa accadere, ne ho prova che nella caduta del fulmine al campanile di Alatri nel 1871, la scarica saldò la parte della impannatura della vite della punta di rame al ferro del conduttore e poi recatasi alla prossima conduttura *fuse la saldatura di piombo del tubo di condottura pieno di acqua,* ed evaporizzando istantaneamente l'acqua stessa lo fece saltare in pezzi. Questa scarica fu capace di fondere e volatilizzare la punta del parafulmine di rame fino alla sezione viva di 15^{mm}. Quindi potea ben rammollire una sbarra di ferro di sezione anche più che quadrupla.

IV. Citeremo in fine il fatto notissimo che le grandini non si originano mai nè in mare libero nè in pianure isolate, ma sempre alle radici dei monti donde si diramano poi alle pianure. La causa è manifesta. Sono questi i siti ove si producono numerose correnti verticali ascendenti, generate dal calore solare e rampanti sulle pendici delle montagne. Queste correnti divengono più frequenti ed energiche nei giorni di caldo *soffocante*, cioè, in quelli in cui è maggiore l'umidità e l'aria è calma, cioè residente immobile sulle pareti dei monti senza essere rinnovata dalla ventilazione. Le correnti ascendenti in una regione del monte ne producono delle discendenti a piccola distanza, nell'aria libera, e da questa discesa ne nascono i vortici. In questi le masse aeree superiori si abbassano e portando seco la loro bassa temperatura raffreddano le masse inferiori ben sotto zero. Sebbene nel discendere queste masse si condensino e perciò si scaldino, pure restano sempre assai più basse dell'ambiente. Senza il calore svolto da tale condensazione notò Hirn che le temperature che si avrebbero sotto zero sarebbero spaventose e fino a -40 e $-50.°$

Tutti sanno che le cime isolate dei monti sono freddissime, e che a pari altezza il picco isolato è molto più freddo di un alto piano. Quindi le masse d'aria libere nello spazio, e a mediocre distanza dai monti devono esser freddissime come lo prova il fatto della Poitevin che distava da Monte Gennaro pochi chilometri in linea retta. Vi è pure un'altra sorgente di calore cioè il calor latente emesso dal vapor d'acqua condensato, in acqua e ghiaccio; ma malgrado questo non è raro nè difficile che la temperatura resti sotto a -10 e $-15.°$, perchè questo vapore copioso in basso scema ben presto in alto, e il benefizio del suo calore presto svanisce, e a questo calore forse si deve l'alta temperatura delle prime gocce di temporali; onde non è difficile capire come una volta prodotta la corrente discendente, essa possa gelare l'acqua che trova. Ma resta a trovare una causa competente per prodursi tale corrente

discendente, oltre la suddetta che non pare sufficiente. Ora questa si trova nel vacuo lasciato dal vapore acqueo che si condensa per la causa precedentemente indicata.

Infatti in una giornata calda ed umida d' estate, la tensione del vapore acqueo può salire a $31^{mm}, 5$ per una temperatura di 30°. Se l'aria discendente è anche solo da principio a zero, la tensione che il vapore può ritenere in essa non sarà che $4^{mm}, 6$; quindi se non vi fosse causa riscaldatrice si condenserebbe una enorme quantità di vapori, e si genererebbe la differenza enorme di pressione $26^{mm}, 9$. Questa differenza di pressione non arriva mai a tanto pel calore emesso dalla condensazione stessa del vapore, e dell'aria che lasciano una quantità di vapore senza condensarsi. Tuttavia la temperatura del mezzo, malgrado ciò deve abbassarsi perchè quel calore non è capace di scaldare tutta l'aria discendente, come è facile convincersene calcolando il calor latente emesso in varii casi ipotetici che ognuno può immaginare facilmente. Insomma il problema della formazione del freddo è ancor esso suscettibile di soluzione rigorosa, purchè si tenga conto di tutti gli elementi concorrenti; esso ci si presenta come un mistero, soltanto perchè è difficile sapere questi elementi che si considerano solo in globo, mentre devonsi considerare in particolare e rigorosamente. Questa diminuzione di pressione si manifesta almeno in parte al barometro, ed aumenta la forza della colonna discendente, che diviene quindi più energica e fredda perchè arriva da regioni più alte e più gelate, e in fine produce un enorme abbassamento di temperatura. Queste colonne discendenti non possono restare stazionarie; esse concepiscono subito un moto di trasporto per il giro delle correnti eccentriche convergenti e per i venti generali e locali, e il vortice tempestoso prende a percorrere una linea secondo il corso de' venti, le sponde delle valli, e de' fiumi, aspirando l'aria fredda dall' alto, e lanciando al basso le sue onde gelate condensate in ghiaccio assoluto. Questi moti vorticosi una volta prodotti si propagano come le onde solitarie in un mezzo fluido e trasportano successivamente l'azione raffreddante da nna regione all'altra sopra la linea di loro corsa.

Questi fatti generali ed inconcussi, sono la chiave della grandine; l'elettricità non ne è che un effetto secondario, poichè come l'evaporazione produce elettricità generalmente $-a$, così la condensazione de'vapori la produce $+a$ e da questi squilibri elettrici non è mistero che ne nascano le scariche fulminanti talora in copia enorme. Aggiungasi che l'aria secca e serena prima che si formi il turbine essendo molto elettrica, la colonna semovente incontra questa elettricità, ed essendo umida e conduttrice se ne carica enorme-

mente e poi la scarica quindi per scintilla, il vapore essendo massa conduttrice.

Si è creduto che l'elettricità avesse gran parte nella grandine, perchè non si dà grandine nè temporale senza elettrico; ma è pur vero che non si danno nemmeno temporali senza condensazione di vapori; onde la simultaneità de'fenomeni non può decidere sulla origine, ma l' ordine della causa all' effetto deve studiarsi da altri elementi. La potenza meccanica elettrica se ha qualche influenza come supponeva il Volta, nel trasportare i grani, essa è ben poca in confronto della potenza meccanica del turbine, e non occorre punto imaginare tanti strati elettrici sovrapposti in senso opposto quanti se ne imaginarono allora, e se ne è cresciuto il numero recentemente.

Questi semplici principii termodinamici mi paiono dar migliore ragione della grandine che tutte le ipotesi di cui si è fatto tanto lusso in questi ultimi mesi all'Accademia di Parigi.

Alcuni hanno ammesso l'esistenza nell'atmosfera dell'acqua raffreddata sotto zero. Essa è possibile (e veramente pare che l'acqua talora acquisti tale stato, come quando cadendo forma il *verglas*); ma considerando che onde l'acqua resti liquida sotto zero, ci vuole una certa quiete, è difficile a trovare questa nell'aria in mezzo a queste bufere. Se pure l'acqua acquista tale stato quando è lontana da'corpi estranei, essa ben presto deve perderlo per l' agitazione del mezzo in cui si trova; e un abbassamento di – 15 a – 17° non essendo raro nelle alte regioni, anche ridotte a terra, è facile capire che le masse acquee devono congelarsi talora rapidamente in volume ben grosso e venir crescendo coll'esser portate in giro dal turbine per lunghi tratti nell'aria gelata. L'attrazione elettrica e la polarità cristallina possono contribuire a coprire i grani di una farinella di ghiaccio e formare gli strati alternativi che costituiscono i grossi chicchi di grandine.

Ricordiamoci dei fatti suesposti e vedremo che la formazione di questa meteora è di più facile spiegazione di quella che non vuolsi che sia. Ma noi ci troviamo condotti in mezzo alle idee teoriche, cui volevamo evitare; il lettore ci perdonerà.

FLORULA DEL COLOSSEO

(COMUNICAZIONE VI.ª)

DELLA SIG.ª CONTESSA ELISABETTA FIORINI MAZZANTI

Crocifere

Erophila vulgaris DC. sist. veg. v. 1.° p. 172.

Annua; foglie radicali a rosetta; scapo multifloro; petali bifidi; stami *l* edentuli; silicule del pedunculo più brevi. *Draba verna Seb. Enum.* p. 41.

Graziosa pianticella, copiosissima sulle pareti del podio; ed è prima a comparire appena passato il rigore del verno.

Oss. Il più dei botanici Italiani riconoscono solo l'*Erophila vulgaris* qual sinonimo della *Draba verna*. Ma pure tra loro, oltre il diverso abito, havvi per caratteri differenziali lo scapo, e i petali bipartiti nell'*Erophila vulgaris*, mentre la *Draba verna* ha un caule foglioso, e i petali integri.

Draba muralis Seb. Enum. p. 41.

Annua, caule ramoso, foglioso, pubescente; foglie cauline amplessicauli, cordato-ovate, serrate; petali integri; silicule ellittico-oblunghe, glabre.

Scarsa sulle pareti del podio, e fiorisce più tardi dell'antecedente.

Capsella Bursa pastoris Bert. Fl. It. v. 6. p. 534.

Silicula triangolare, emarginata, aptera; caule eretto, ramoso; foglie radicali peziolate, cauline alterne, sessili, saettato-sinuate, o sub pinnalifide. *Thlaspi Bursa pastoris Seb. Enum.* p. 72.

Comunissimo nell'Anfiteatro.

Lepidium graminifolium Seb. Enum. p. 52.

Suffruticoso, caule eretto, in pannocchie ramoso; foglie radicali alquanto più late, sub-pinnatifide, o lanceolato-serrate; superiori lineari, integre; silicule tumide, ovato-acute; stigma quasi sessile.

Comunissimo ancora in tutto l'Anfiteatro.

Sinapis alba Seb. Enum. p. 70.

Setoloso-scabra; foglie lirato-pinnatifide; inugualmente acuto-dentate, terminale trifida; silique crasse, ispidissime, rostro ensiforme, allungato, striato.

Pianta annua, copiosissima in primavera insulle mura dell'Anfiteatro.

Cheiranthus cheiri Seb. Enum. p. 35.

Suffruticoso; caule eretto; foglie lanceolate, acuminate, integre; peli approssimati; silique quasi ancipiti; stigma con lobi profondi e ricurvi.

Tra il finir dell' inverno, e l' incominciar di primavera bello si era lo spiccarsi di cotal pianta in copia su tutte le vetuste mura con vago ornamento di aurei fiori, i quali olezzanti d'ogni intorno ne spargevano il grato odore.

Eruca sativa Bert. Fl. It. v. 7. p. 161.

Foglie inferiori lirato–pinnato–partite, inugualmente acuto–dentate; superiori sessili, integre; siliqua tetragona; rostro ensiforme, o conico; semi minutissimi granulati in ogni loculamento biseriati, corolle pallido–solfuree. *Brassica Euruca Maur. Cent.* 13. p. 33.

Nella parte superiore dell'Anfiteatro infra l'erbe.

Arabis hirsuta Bert. Fl. It. v. 7. p. 124.

Irsuzie semplice o forcata; caule eretto, foglie radicali oblungo–ovate in peziolo attenuato, cauline sessili, sagittato-cordate; silique lineari, compresse, anguste; semi in ogni loculamento uniseriali; fiori bianchi. *Turritis sagittata Seb. et Mauri prodr. Fl. Rom.* p. 220.

Sulla parte più elevata ed aprica del Colosseo.

Diptolaxis tenuifolia Bert. Fl. It. v. 7. p. 70.

Caule inferiormente foglioso; foglie pinnatifide, lacinie lato-lineari, integre o fesse; peduncoli patenti; silique erette, lineari, compresse; semi biseriali. *Sysimbrium tenuifolium Seb. Enum.* p. 70. Fiori gialli. Odore forte di rughetta.

Copiosissima tutt'estate nell'Anfiteatro.

Sysimbrium officinale Bert. Fl. It. v. 9. p. 64.

Caule eretto, ramoso; foglie runcinate, inugualmente dentate, lobo impari maggiore; silique spigato–racemose quasi sessili, alla rachide avvicinate; semi numerosi uniscriali. Fiori pallido–gialli. *Erysinum officinale Seb. Enum.* p. 23.

In principio dell'estate sul suolo degli Ambulacri.

Sysimbrium Irio Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 218.

Glabro; foglie pinnatifido–runcinate; lacinie dentato–crenate, acuminate; silique numerose, approssimate, quasi torulose; semi ovali, minutissimi.

Vive e fiorisce come sopra.

Cardamine hirsuta Seb. Enum. p. 33.

Foglie pinnate, foglioline sub dentate; radicali subrotunde, superiori oblungo-lanceolato–lineari; tutte a breve peziolo; silique subdenso–spigate, compresse; semi piccoli uniseriali. Fiori bianchi. Pianta annua, or glabra, or pelosa, or irsuta.

Egualmente tra l'erbe degli Ambulacri.

Raphanus Landra Moretti in Bertol. Fl. It. v. 7. p. 179.

Caule inferiormente ispido; foglie inferiori lirato–pinnatifide; silique crasse, articolate da 2 a 6 semi.

Vive come sopra.

Oss. Il Kock nelle pregiate sue Flore Germaniche, ed Elvetiche, nelle aggiunte e correzioni nota nella *Var.* β *Sylvestris* del *Raphanus sativus*, che l'anzidetto *Raphanus Landra* non differisce se non se per le strozzature delle silique; ma che coltivato per una serie di anni nel suo orto botanico avea prodotto le silique eguali, rarissimamente con istrozzature; e con modificazione della radice crassa, e carnosa veniva simigliantissimo alla minore varietà esculenta del *Raphanus sativus*; di che la coltura lo avea in esso tramutato.

Labiate

Salvia multifida Sibth. et Sm. in Bert. Fl. It. v. 1. p. 143.

Suffruticosa, foglie rugose, radicali peziolate, oblungo–sinuato–pinnatifide; cauline sessili a lacinie acute; fiori pallido–cerulei. *Salvia clandestina Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom.* p. 9.

Copiosissima in primavera infra i rottami delle gradinate più esposte al sole.

Questa specie da più botanici è stata riportata come *Salvia clandestina di Linneo*, però il vero autentico esemplare non corrisponde, e mostrasi al tutto diverso dalla nostra *Salvia multifida*, ambedue ben distinte dai chiarissimi Sibthorb e Smith nel prodromo della Flora Greca; e più ben rap-

presentate nell'opera intiera nella Tavola 24; e tenendo dietro alle note del chiarissimo Bertoloni vi troveremo altre importanti dilucidazioni altrove attinte.

Un esemplare autentico posseggo del Chiariss. Tenore, raccolto al Granatello presso Napoli, con nome di *Salvia clandestina*.

Origanum vulgare Seb. Enum. p. 60.

Suffruticoso eretto villoso; foglie lato-ovate, sub integre; spighette glomerate, od oblunghe; calici glandulosi, con fauce denso-barbata; corolle purpureo-rosee.

Al 1° Ordine in Autunno.

Teucrium flavum Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 190.

Mollemente pubescente; caule fruticoso, eretto; foglie peziolate lato-ovate, crenate; fiori in lunghi racemi fascicolati; calici campanulati, lacinie eguali.

Molto comune in estate nelle parti superiori dell'Anfiteatro.

Sideritis Romana Seb. Enum. p. 70.

Annua, mollemente villoso-lanata; foglie ovato-oblunghe serrate; verticilli a sei fiori; calici tubulosi solcati con apice spinoso, e lacinia suprema maggiore lato-ovata; fiori bianchi; pubescenza biancastra.

Copiosissima sul podio in primavera.

Calamintha nepeta Guss. Fl. Inarimen. p. 290.

Caule erbaceo, pubescente, o villoso, procumbente od eretto; foglie peziolate, lato-ovate, ottuso-crenate; racemo allungato, lassifloro, subunilaterale, piccoli corimbi multiflori; calici solcato-acuminati con fauce barbata *Thymus nepeta Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom.* p. 197.

Comunissima in estate negli ordini superiori dell'Anfiteatro.

Il Sebastiani nella enumerazione delle piante del Colosseo, in luogo del *Thymus nepeta* vi riporta il *Thymus vulgaris*, che abita i monti, e da me ritrovato in copia in quei di Terracina, onde l'inserii nell'appendice al prodr. della Flora Romana.

Melissa cordifolia Pers. in Seb. Enum. p. 58.

Suffruticosa, villoso-biancastra; caule eretto, ramoso; foglie cordato-ovato-crenate; verticilli dimidiati; peduncoli multiflori; brattee superiori subsessili, oblungo-ellittiche, acuminate.

Sul primo ordine in primavera avanzata.

Questa specie è identica alla *Melissa altissima* della Flora greca, assai prossima alla *M. officinalis*, con cui è stata confusa; ma principalmente se ne discosta per l'odore piuttosto ingrato, per l'irsuzie biancastra, e per il caule più elevato quasi piramidato–ramoso.

Lamium amplexicaule Seb. Enum. p. 51.

Annuo, glaberrimo; foglie radicali peziolate, orbicolato–crenate; cauline superiori sessili, amplessicauli, crenato–incise, o lobulate; calici=denso=villosi irsuti, denti–lanceolato acuminati; tubi corollini per entro nudi; fiori rosei.

Nei luoghi più aridi dell'Anfiteatro.

Micromeria graeca Benth. in Dec. prodr. syst. Veg. v. 12. p. 114.

Suffruticosa pubescente; rami eretti od ascendenti; foglie sessili ovato–ottuse, nervose; margini revoluti; fiori peduncolati in lassi fascicoli disposti; brattcole della metà del calice più brevi; fauce per entro villosa; fiori porporeggianti.

Satureja graeca Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 190.

Copiosa sulle mura del podio a tarda primavera.

Prasium Majus Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 199.

Fruticoso; foglie ovato-oblunghe, alla base troncate, o cordate, glabre, o alquanto ispide; fiori solitari, ascellari, remoti, od approssimati; peduncoli del calice più brevi; corolle bianche.

Sulla parte più elevata dell'Anfiteatro.

Scrofularinee

Verbascum sinuatum Seb. Enum. p. 79.

Verde–cinereo–giallognolo; tomento villoso–stellato fioccoso; foglie radicali grandi, oblunghe sinuato–pinnatifide, crenato-undulate, cauline cordato–amplessicauli, breve decorrenti, racemi rigidi in pannocchia piramidale disposti; fascicoli lassi, pluriflori, filamenti purpureo–lanati.

Nel 2° ordine dell'Anfiteatro.

Verbascum blattaria Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 96.

Caule glabro, foglie inferiori peziolato–oblunghe, integre, o sinuato-pinnatifide; superiori sessili cordato–amplessicaule; racemo glanduloso–ispido; peduncoli uniflori, allungati, lacinie calicine lineate lanceolato-acute; capsula subglobosa.

Linaria cymbalaria Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 96.

Cauli filiformi ramosissimi intrigati; foglie lungo–peziolate, cordato–ottuse, reniformi 5–7 lobi; lobi più o meno lati, rotondato-ottusi, od acuti; peduncoli solitari, allungati, fruttiferi ricurvi; corolla pallido–ceruleo–violacea; palato gibbo bianco-giallognolo; sprone breve, ed acuto; semi esigui, foschi, lamellato–plicati. *Antirrhinum cymbalaria Seb. Enum.* p. 26.

Oss. La Linaria acutangola del Tenore, ed adottata dal chiarissimo Gussone nella enumerazione delle piante vascolari dell'Isola Inarimense, di cui egli medesimo mi favorì un esemplare, parmi non differire dalla Linaria cymbalaria che per la mera accidentalità dei lobi, di cui la principale si è lo scherzo in più piccoli ed acuti; di che fo ragione convenire con il chiarissimo Bertoloni che punto la distingue riportandola unicamente come sinonimo.

Antirrhinum tortuosum Bert. Fl. It. v. 6. p. 374.

Glaberrimo e perenne; caule flessuoso; foglie opposte, alterne, o terne, lineare–lanceolate, o lanceolato–acuminate; racemi interrotti 3–4 approssimati; segmenti calicini brevi, ed ottusi; corolle grandi, speciose, purpureo–rosee, saccate alla base; palato chiuso, prominente. *Antirrhinum majus Seb. Enum.* p. 26.

Bellissima pianta che si coltiva anco per ornamento nei giardini; e i purpurei fiori variano talvolta in bianco.

Copiosissimo su tutte le mura dell'Anfiteatro.

Oss. Sovente confuso con l'*Antirrhinum siculum*, ovvero di esso riguardato come varietà da vari autori, tra quali anche il Persoon. Secondo miei esemplari l'*Ant. siculum* differisce per minore statura, e per racemi conferti, e per fiori minori, e gialli, non che per i segmenti acuti del calice. Più affine sarebbe l'*Ant. Majus*; ma pure se ne discosta per essere superiormente villoso–glanduloso, in un con lo stilo più crasso ed eretto, per i racemi lassiflori; e per le corolle maggiori del *siculum*, e minori del *Tortuosum*.

Veronica Arvensis Seb. Enum. p. 79.

Annua; foglie cordato–ovate crenate, fiorali lanceolate subintegre; caule e rami lassamente racemoso–spicati; multiflori, pedunculi del calice più brevi; capsula compressa, obcordata, biloba; fiori piccoli, cerulei.

Sulle vetuste mura, ma non copioso.

Veronica didyma Ten. Fl. Nap. prodr. p. 6.

Glabriuscula, o leggermente irsuta; foglie subcordato–deltoidee, dentato–

serrate, peduncoli ascellari, sub flessuosi, arcuati, delle foglie più lunghe; lacinie calicine ovato–acute, nervoso-venose; turgide, didime più late che lunghe; fiori piccoli, cerulei.

Vive come sopra.

Veronica cymbalaria Seb. Enum. p. 79.

Annua, patente villosa; caule prostrato, inferiormente ramoso; foglie cordato-rotondate, ottuso–dentato–lobate ; segmenti calicini ovato–ellittici patenti nel frutto; capsule irsute.

Pendente in copia dalle vetuste mura; e in fiore buona parte dell'anno.

N. B. Le Veroniche hederaefolia, agrestis, ed acinifolia riportate dal Sebastiani, io non ho punto rinvenute.

Orobanche pruinosa Bert. Fl. It. V. 6. p. 437.

Pubescente; caule a squame remote; e brattee lanceolato–lineare–acuminate; foliole calicine bifide; corolle grandi, tubulose, ramoso–venose; lobi lato-rotondati, a margine crespo–crenulati; stigmi purpurei a lobi divaricati. *Orobanche caryophillaceae prodr. Fl. Rom.* p. 207. Odore cariofillaceo.

Sul 1.° Ordine scarsamente.

Orobanche ramosa Seb. Enum. p. 60.

Caule ramoso, o semplice; squame lanceolate, remote; fiori in ispiga densa, o lassa; calice bifido; labbro superiore della corolla bifido.

Elegante specie cerulescente che vive al' Nord del 1.° ordine ; e fiorisce sul' principio di primavera.

N. B. Nell'ordine *Scrofularinee* non ho fatto distinzione dei gruppi per iscarsezza di rappresentanze. E le *Orobanchee* a mio debole giudizio vanno in quello collocate, anzichè formare un ordine a parte. Non così stimo delle *Acantacee*, e delle *Verbenacee* che hanno abito, e fisionomia sì diversa da dover costituire, a quanto sembrami ordine distinto.

Acantacee

Acanthus mollis Seb. Enum. p. 9.

Foglie lato–cordate, pinnatifido–sinuato–lirate; lacinie angolato–dentate; spiga densiflora ; brattee grandi, ovale–dentate, spinose ; corolle ampie unilabiate. Perenne.

Negli ordini superiori abbastanza copioso; e fiorisce in primavera.

Con piacere le sue belle foglie richiamano a memoria il bel tipo architettonico onde fu argomento.

VERBENACEE

Verbena officinalis Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. 199.

Caule eretto, superiormente panicolato; foglie oblungo-lanceolate, base cuneato-attenuate sessili, subpinnatifide, o trifide, grossamente inciso-dentate; spighe ascellari, o terminali a pannocchie filiformi strigoso-pubescenti. Perenne.

In ogni dove dell'Anfiteatro.

(*Continua*)

CURVATURA DELLE SUPERFICIE

NOTA

DEL PROF. MATTIA AZZARELLI

1. La curvatura totale di un arco è la somma delle successive deviazioni degli elementi che lo compongono. Essendo tutte eguali queste successive deviazioni in un arco circolare, la curvatura in un punto, ossia una sola deviazione è data dalla somma delle deviazioni divisa per la lunghezza dell'arco, ed è così che la curvatura di un arco circolare in un punto trovasi eguale all'unità divisa pel raggio, onde diciamo che la curvatura in un punto di una circonferenza qualunque è in ragione inversa del raggio.

Per un arco poi di una linea qualunque tanto piana quanto storta si ha la misura della curvatura media, ed è noto che questa è data da:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\varphi}{ds}$$

ove ρ rappresenta il raggio della circonferenza di curvatura, ds l'arco elementare della linea qualunque, e $d\varphi$ l'angolo od arco di raggio uno compreso tra le normali agli estremi dell'arco infinitesimo.

2. Passando ora alle superficie principieremo collo stabilire che:

La curvatura totale della superficie corrispondente ad un angolo solido, è la somma degli angoli diedri per mezzo dei quali la direzione di una faccia elementare, considerata piana, devia dalla direzione di quella che la precede.

Per maggior chiarezza ricorderemo che per l'unità di misura degli angoli piani si può prendere tanto l'angolo retto, quanto l'angolo centrale corrispondente all'arco la cui lunghezza eguagli quella del raggio, perchè l'uno e l'altro hanno una grandezza costante qualunque sia il raggio.

Per gli angoli solidi si prende per unità di misura l'angolo solido al centro di una sfera di raggio uno corrispondente ad una superficie sferica la quale equivalga al quadrato che ha per lato l'unità di misura lineare. Dun-

que quante sono le unità di misura che contiene un angolo solido al centro della sfera di raggio uno, tante sono pure le unità di misura di quella porzione della superficie sferica che è opposta all'angolo solido, e viceversa.

3. *Teor*. La curvatura in un punto della sfera è in ragione inversa del quadrato del suo raggio.

Ammettiamo che la superficie curva di una sfera si possa considerare come una superficie poliedrica di faccette infinitesime. Se su di ciascuna di queste faccette immaginiamo elevata nella sua parte interna la normale, è chiaro che l'angolo diedro pel quale una faccetta devia dall'altra è uguale a quello fatto al centro della sfera dalle due normali, e così l'angolo solido viene formato dalla somma delle deviazioni di tutte le faccette corrispondenti, onde esso rappresenta la curvatura totale della porzione di area sferica che gli corrisponde: ma la calotta sferica che ricuopre quest'angolo solido contiene tante unità di misura superficiale quante della sua specie ne contiene l'angolo solido centrale: dunque l'area della calotta sferica di raggio uno rappresenta la curvatura totale.

Ciò posto si rappresenti con Δs l'area di una calotta di raggio r, e con $\Delta \varphi$ l'angolo solido centrale corrispondente al raggio uno: siccome $\Delta \varphi$ rappresenta nello stesso tempo l'area della calotta, così avremo

$$\Delta s = r^2 \Delta \varphi \quad \text{e quindi} \quad \frac{\Delta \varphi}{\Delta s} = \frac{1}{r^2}.$$

Ora il primo membro dà la misura della deviazione di una faccetta da quella che precede, dunque è la curvatura in un punto della superficie sferica, e pel secondo membro, essa curvatura è in ragione inversa del quadrato del raggio.

4. *Teor*. La curvatura media di una superficie qualunque in un punto è data da

$$K = \frac{d\varphi}{ds}$$

ove $d\varphi$ è l'angolo solido in una sfera di raggio eguale all'unità, e ds è l'area dell'elemento di superficie qualunque le cui normali sono parallele a quelle di $d\varphi$ e di numero eguale.

Immaginiamo di fatti che sulla superficie qualunque si consideri un'area elementare ds la quale sia formata di un certo numero di faccette piane, e ad ognuna di queste sia stata guidata la sua normale. S'immagini ancora una sfera di raggio eguale all'unità, e pel centro di questa si guidino tutti

i possibili raggi paralleli alle normali delle faccette piane della superficie elementare. Questo fascio di raggi taglia sulla superficie della sfera una porzione che denotiamo con $d\varphi$, e nello stesso tempo rappresenta l'angolo solido al centro della sfera, e siccome quest'angolo solido è formato dalla somma delle deviazioni di tutte le faccette che compongono la superficie ds, così ne rappresenta la sua curvatura totale. Ordinariamente tutte le deviazioni sono differenti tra loro nel valore dunque la curvatura media in un punto della superficie è data dal rapporto della somma $d\varphi$ delle deviazioni, all'area ds della superficie, onde ha luogo per una superficie qualunque la formola

$$K = \frac{d\varphi}{ds}.$$

5. *Prob.* Esprimere la curvatura in funzione delle coordinate.

Per potere risolvere questo problema è necessario che premettiamo:

a) La determinazione dell'area di un triangolo infinitesimale in funzione delle coordinate dei suoi tre vertici.

Sia ABC il triangolo rettilineo riferito a due assi coordinati ed ortogonali (fig. 1.ª). Poniamo che x, y sieno le coordinate del vertice A, $x + dx$, $y + dy$ quelle di B ed $x + \delta x$, $y + \delta y$ quelle di C: dopo ciò è chiaro essere

$$ABC = PACR - PABQ - QBCR$$

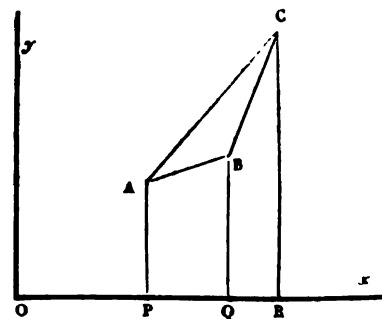
e quindi

$$ABC = \left(\frac{2y + \delta y}{2}\right)\delta x - \left(\frac{2y + dy}{2}\right)dx - \left(\frac{2y + dy + \delta y}{2}\right)(\delta x - dx)$$

ed eseguite le riduzioni ne risulta

$$ABC = \tfrac{1}{2}(dx\,\delta y - dy\,\delta x) \qquad (1)$$

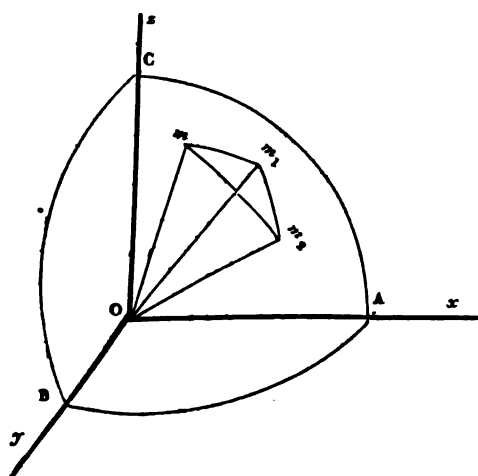
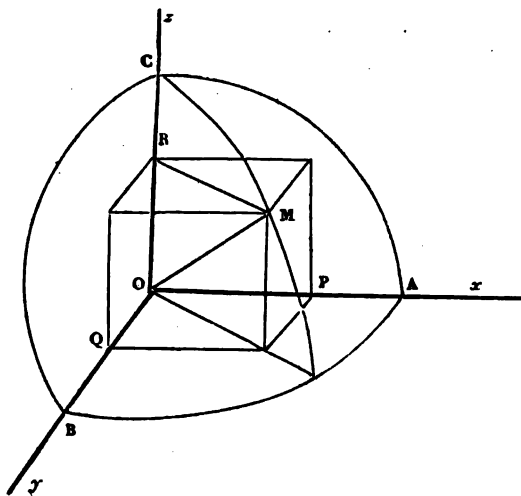
b) Se in una sfera di raggio uguale all'unità si conducono pel centro tre assi coordinati ed ortogonali le coordinate di qualunque punto M della superficie di essa rappresentano i coseni degli angoli che il raggio il quale va al punto M forma coi tre assi.

Sia ABC la ottava parte della superficie di una sfera di raggio uno, e le coordinate di un punto qualunque M sieno OP, OQ, OR (fig. 2.ª): ora se per l'asse

Z e pel punto M facciamo passare un piano risulta evidentemente che OR è il coseno dell' angolo COM misurato dall' arco CM, cioè il coseno dell' angolo che il raggio forma coll'asse delle z.

Ciò premesso sia una superficie qualunque riferita ai soliti assi, ed all'origine di essi si trovi il centro di una sfera di raggio uno. Si prendano nella superficie tre punti M, M_1, M_2 infinitamente prossimi tra loro, e così disposti da formare un triangolo curvilineo: sieno x, y, z le coordinate del punto M; $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$ quelle del punto M_1, ed $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$ quelle del punto M_2. In questi tre punti immaginiamo guidate le rispettive normali, e dall'origine degli assi s'intendano guidati i tre raggi paralleli alle tre normali, e sieno rispettivamente (fig. 3.ª) O m, Om_1, Om_2. Dopo tale costruzione sulla superficie qualunque avremo un' area triangolare M M_1 M_2 e sulla sfera vi corrisponderà il triangolo sferico m m_1 m_2 onde per la definizione data della curvatura della superficie in un punto (§. 4.) avremo

$$K = \frac{m\, m_1\, m_2}{M\, M_1\, M_2}. \qquad (2)$$

5. Per avere l'espressioni analitiche di queste aree infinitesime principieremo coll'assegnare le loro projezioni sul piano delle x, y e nella sfera si dicano X, Y, Z le coordinate del punto m; X + dX Y + dY, Z + dZ quelle di m_1, ed X + δX, Y + δY, Z + δZ quelle del punto m_2: per quanto abbiamo premesso troveremo per la projezione di M M_1 M_2

$$\tfrac{1}{2}\,(dx\,\delta y - dy\,\delta x)$$

e per la projezione di $mm_1 m_2$ sul medesimo piano sarà

$$\tfrac{1}{2}(dX\,\delta Y - dY\,\delta X)$$

Si dica γ l'angolo che la normale alla superficie nel punto M forma coll'asse delle z, e questo è pure l'angolo che Om parallela alla stessa normale forma col medesimo asse, e così avremo per un noto principio

$$M\,M_1\,M_2 = \frac{1}{2\cos\gamma}(dx\,\delta y - dy\,\delta x)$$

$$m\,m_1\,m_2 = \frac{1}{2\cos\gamma}(dX\,\delta Y - dY\,\delta X)$$

che sostituiti nella (2) sarà

$$K = \frac{dX\,\delta Y - dY\,\delta X}{dx\,\delta y - dy\,\delta x}. \qquad (3)$$

Resta ora che si trasformi questa formola in altra nella quale si contengano gli elementi dipendenti dalla natura della superficie.

Per primo caso supporremo che l'equazione della superficie sia di forma esplicita, e principieremo col ricordare che X, Y, Z sono i coseni degli angoli che la normale al punto M della superficie qualunque forma coi tre assi coordinati, onde ne siegue ch' esse quantità sono funzioni delle x, y, z e per mezzo della equazione

$$z = f(x, y)$$

quei coseni possono ridursi a dipendere soltanto da x, y e perciò X, Y saranno considerate essere funzioni di queste variabili, onde avremo:

$$dX = \left(\frac{dX}{dx}\right)dx + \left(\frac{dX}{dy}\right)dy\ ; \qquad \delta X = \left(\frac{dX}{dx}\right)\delta x + \left(\frac{dX}{dy}\right)\delta y$$

$$dY = \left(\frac{dY}{dx}\right)dx + \left(\frac{dY}{dy}\right)dy\ ; \qquad \delta Y = \left(\frac{dY}{dx}\right)\delta x + \left(\frac{dY}{dy}\right)\delta y$$

dalle quali si trae

$$dX\,\delta Y - dY\,\delta X = \left[\left(\frac{dX}{dy}\right)\left(\frac{dY}{dx}\right) - \left(\frac{dX}{dx}\right)\left(\frac{dY}{dy}\right)\right](dx\,\delta y - dy\,\delta x)$$

che sostituito nella (3) otteniamo

$$K = \left(\frac{dX}{dy}\right)\left(\frac{dY}{dx}\right) - \left(\frac{dX}{dx}\right)\left(\frac{dY}{dy}\right) \qquad (4)$$

Per introdurre in questa equazione le derivate di primo e secondo ordine della variabile funzione data dalla equazione alla superficie ricorderemo essere generalmente adottate le seguenti notazioni:

$$\frac{dz}{dx}=p\ ;\ \frac{dz}{dy}=q\ ;\ \frac{d^2z}{dx^2}=r\ ;\ \frac{d^2z}{dx^2}=s\ ;\ \frac{d^2z}{dy^2}=t \qquad (5)$$

avvertendo che

$$\frac{d^2z}{dx\,dy}=\frac{d^2z}{dy\,dx} \quad \text{ovvero} \quad \frac{dp}{dy}=\frac{dq}{dx}.$$

Ora essendo p, q funzioni delle x, y differenziati ci danno

$$\begin{aligned} dp &= r\,dx + s\,dy \\ dq &= s\,dx + t\,dy \end{aligned} \qquad (6)$$

e ricordando che il coseno dell'angolo che la normale ad una superficie forma con uno dei tre assi è uguale alla derivata parziale dell'equazione della superficie presa rispetto quella variabile che si valuta su quell'asse divisa per la radice seconda della somma dei quadrati delle tre derivate parziali, onde essendo

$$z-f(x,y)=0$$

l'equazione finita della superficie e

$$dz-\left(\frac{dz}{dx}\right)dx-\left(\frac{dz}{dy}\right)dy=0$$

l'equazione dlfferenziale, la quale si riduce alla seguente

$$dz-p\,dx-q\,dy=0,$$

così i tre coseni sono

$$X=\frac{-p}{\sqrt{1+p^2+q^2}}\ ;\quad Y=\frac{-q}{\sqrt{1+p^2+q^2}}\ ;\quad Z=\frac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}}$$

dalle quali si trae

$$X=-pZ\ ;\quad Y=-qZ\ ;\quad Z^2(1+p^2+q^2)=1; \qquad (7)$$

le quali differenziate abbiamo:

$$\begin{aligned} dX &= -Z\,dp-p\,dZ \\ dY &= -Z\,dq-q\,dZ \end{aligned} \qquad (8)$$

$$(1+p^2+q^2)\,dz+Z(p\,dp+q\,dq)=0.$$

Se la terza di queste equazioni si moltiplica per Z^2 e si tiene conto della terza delle (7) risulta

$$dZ = -Z^3 (p\,dp + q\,dq)$$

che sostituito nelle altre due otteniamo

$$dX = (p^2 Z^2 - 1) Z\,dp + Z^3 pq\,dq,$$

ma essendo

$$p^2 Z^2 - 1 = -Z^2 (1 + q^2)$$

è

$$dX = -Z^3 (1 + q^2)\,dp + Z^3 pq\,dq$$

e quindi per analogia

$$dY = -Z^3 (1 + p^2)\,dq + Z^3 pq\,dp$$

onde le seguenti

$$\begin{aligned} dX &= -Z^3 (1 + q^2)\,dp + Z^3 pq\,dq \\ dY &= -Z^3 (1 + p^2)\,dq + Z^3 pq\,dp \qquad (9) \\ dZ &= -Z^3 (p\,dp + q\,dq) \end{aligned}$$

Dividendo la prima e la seconda delle (9) successivamente per dx, dy troveremo, tenendo conto delle (5)

$$\frac{dX}{dx} = -Z^3 (1 + q^2) r + Z^3 pqs \;;\quad \frac{dX}{dy} = -Z^3 (1 + q^2) s + Z^3 pqt$$

$$\frac{dY}{dx} = -Z^3 (1 + p^2) s + Z^3 pqr \;;\quad \frac{dY}{dy} = -Z^3 (1 + p^2) t + Z^3 pqs.$$

Sostituendo questi valori nella (3) dopo alcune riduzioni si trova

$$K = Z^6 (1 + p^2 + q^2)(rt - s^2)$$

ed essendo

$$Z = \frac{1}{(1 + p^2 + q^2)^{\frac{1}{2}}}$$

si ha in fine

$$K = \frac{rt - s^2}{(1 + p^2 + q^2)^2} \qquad (10)$$

che rappresenta la curvatura in un punto qualunque di una superficie continua in funzione delle derivate di primo e second'ordine p, q, r, s, t della variabile dipendente z dell'equazione della superficie.

6. La formola (10) assegnata pel calcolo della curvatura in un punto qualunque di una superficie, può essere trasformata in altra più semplice nel

modo che siegue. Supponghiamo che si voglia la curvatura nel punto O di una superficie qualunque: immaginiamo in questo punto condotto il piano tangente, e su di questo due assi ortogonali Ox, Oy; è chiaro che l'asse delle z trovasi nella direzione della normale alla superficie. In questa ipotesi la equazione

$$z=f(x,y) \qquad (11)$$

deve essere tale che per $x=0$, $y=0$ sia pure $z=0$, onde dev'essere

$$f(o,o)=0;$$

e di più gli assi delle x, y risultando tangenti nel punto O alle sezioni rette OA, OB si ha

$$p_0=f_x'(o,o)=0, \quad q_0=f_y'(o,o)=0$$

Se ora, servendoci del Teorema di Mac-Laurin, tsasformiamo la (11) in serie ordinata per le potenze ascendenti e prodotti delle variabili x, y avremo primieramente

$$x=f(o,o)+xf_x'(o,o)+yf_y'(o,o)+\frac{1}{1.2}\left[x^2f_x''(o,o)+2xyf_{x,y}''(o,o)+y^2f_y''(o,o)\right]+\varepsilon, \quad (12)$$

ove ε deve contenere i termini formati con x, y le dimensioni dei quali sieno superiori alla seconda; e quindi per la ipotesi fatta la (12) diverrà

$$z=\frac{1}{1.2}(r_0x^2+2s_0xy+t_0y^2)+\varepsilon \qquad (13)$$

Ora per giudicare della curvatura della superficie nel punto O abbiamo bisogno soltanto di valori piccolissimi per x ed y, dunque può trascurarsi la quantità ε, e così l'equazione sarà

$$z=\frac{1}{1.2}(r_0x^2+2s_0xy+t_0y^2) \qquad (14)$$

insieme alla quale devono aver luogo $p_0=0$, $q_0=0$. Dopo ciò la formola (10) che dà la curvatura nel punto O sarà

$$K=r_0t_0-s_0^2 \qquad (15)$$

Questa ammette ancora altra semplificazione. Poniamo a questo fine che dagli assi x, y si passi ad un altro sistema x', y' tale che l'asse x' formi col primo l'angolo θ, essendo allora

$$x=x'\cos\theta-y'\operatorname{sen}\theta \;;\quad y=x'\operatorname{sen}\theta+y'\cos\theta$$

sostituendo e sviluppando la (14) troveremo

$$z=\frac{1}{1.2}(R\,x'^2+2S\,x'y'+T\,y'^2) \qquad (16)$$

essendo

$$R = r_0 \cos^2\theta + 2 s_0 \operatorname{sen}\theta \cos\theta + t_0 \operatorname{sen}^2\theta$$

$$S = (r_0 - t_0) \operatorname{sen}\theta \cos\theta - s_0 (\cos^2\theta - \operatorname{sen}^2\theta)$$

$$T = r_0 \operatorname{sen}^2\theta - 2 s_0 \operatorname{sen}\theta \cos\theta + t_0 \cos^2\theta.$$

Poichè nella (16) i coefficienti delle variabili sono le derivate seconde, così la curvatura della superficie nel medesimo punto O è data da

$$K = RT - S^2.$$

Essendo peraltro θ un angolo indeterminato possiamo porre

$$(r_0 - t_0) \operatorname{sen}\theta \cos\theta - s_0 (\cos^2\theta - \operatorname{sen}^2\theta) = 0,$$

dalla quale

$$\operatorname{tang} 2\theta = \frac{2 s_0}{r_0 - t_0}, \qquad (17)$$

e l'equazione della superficie prende la forma

$$z = \frac{1}{1.2} (R x'^2 + T y'^2):$$

e finalmente la formola che dà la curvatura diverrà

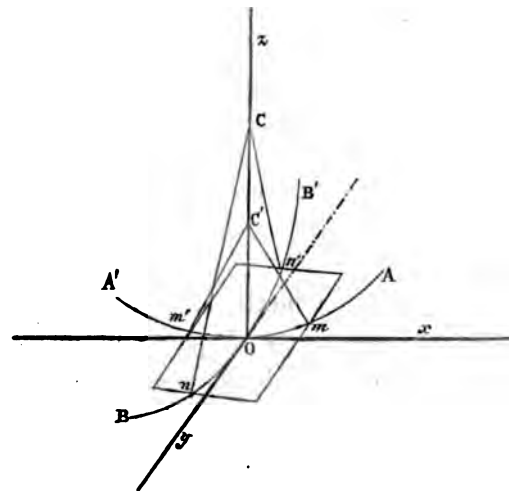
$$K = RT. \qquad (18)$$

7. *Teor.* La curvatura in un punto di una superficie qualunque è uguale al prodotto delle curvature delle sezioni principali; essendo O l'origine degll assi, ed Oz la direzione della normale alla superficie nel punto O: sulle sezioni principali s'intendano presi gli archi infinitesimi, fig. 4.ª

$$Om = Om' \ ; \ On = On'$$

e partendo da O sull'asse delle z s'intendano portati i raggi di curvatura ρ_1, ρ_2 onde abbiasi

$$OC = \rho_1 \ , \ OC' = \rho_2.$$

Nel tempo stesso s'intenda che C sia il centro della sfera di raggio uno, e pel medesimo punto C s'intendano guidati i

raggi paralleli a C' n, C' n': sulla superficie della sfera si avranno quattro punti corrispondenti ad m, n, m', n'. Si dicano $2\Delta s_1$, $2\Delta s_2$ gli archi od angoli centrali, avremo allora

$$mm' = 2\rho_1 \Delta s_1 \quad ; \quad nn' = 2\Delta s_2.$$

Ora l'area elementare della superficie la possiamo considerare generata dalla rotazione del triangolo C mm' intorno del punto C colla condizione che il punto O descriva l'arco infinitesimo nn', ed mm' sia sempre parallela alla primitiva sua posizione: avremo così un quadrilatero infinitesimo la cui area è data da

$$mm' \times nn' = 4\rho_1 \rho_2 \Delta s_1 \Delta s_2.$$

Sulla sfera si ha pure un quadrilatero infinitesimo di lati $2\Delta s_1$, $2\Delta s_2$ onde l'area di esso è

$$4\Delta s_1 \Delta s_2.$$

Trovate le due aree infinitesime corrispondenti l'una per la sfera e l'altra per la superficie qualunque, per la curvatura di questa nel punto O avremo

$$K = \frac{4\Delta s_1 . \Delta s_2}{4\rho_1 \rho_2 . \Delta s_1 . \Delta s_2} = \frac{1}{\rho_1 \rho_2} \qquad (19)$$

che prova il teorema enunciato.

8. Supponiamo ora che l'equazione della superficie sia una funzione implicita delle tre variabili x, y, z, e siano x, y le variabili indipendenti, sarà

$$f(x, y, z) = 0 \qquad (20)$$

l'equazione finita, è

$$dx f_x' + dy f_y' + dz f_z' = 0, \qquad (21)$$

l'equazione differenziale totale: mentre pei differenziali parziali avremo

$$dx f_x' + dz f_z' = 0, \quad dy f_y' + dz f_z' = 0$$

dalle quali

$$p = \frac{dz}{dx} = -\frac{f_x'}{f_z'} \; ; \quad y = \frac{dz}{dy} = -\frac{f_y'}{f_z'}. \qquad (22)$$

Per riconoscere in che si trasforma nella attuale ipotesi la (10) è necessario dedurre dalle espressioni di p, q i valori delle derivate seconde r, s, t in funzione delle derivate seconde e prime parziali dell'equazione della superficie. A questo fine si differenzi primieramente il valore di p rispetto le tre variabili x, y, z, e troveremo

$$f_z'^2 dp = (f_x' f_{zx}'' - f_z' f_x'') dx + (f_x' f_{zy}'' - f_z' f_{xy}'') dy + (f_x' f_z'' - f_z' f_{xz}'') dz$$

ma dalla (21)

$$dz = -\frac{f_x'}{f_z'}dx - \frac{f_y'}{f_y'}dy$$

dunque sostituendo risulta

$$f_z'^3 dp = (-f_z'^2 f_x'' + 2f_x' f_z' f_{zx}'' - f_x'^2 f_z'')dx + (-f_z'^2 f_{xy}'' + f_x' f_z' f_{zy}'' - f_x' f_y' f_z'' + f_y' f_z' f_{zx}'')dy$$

dalle quali deduciamo

$$\left.\begin{aligned} f_z'^3 \cdot \frac{dp}{dx} &= f_z'^3 r = -f_z'^2 f_x'' + 2f_x' f_z' f_{zx}'' - f_x'^2 f_z'' \\ f_z'^3 \cdot \frac{dq}{dy} &= f_z'^3 \cdot s = -f_z'^2 f_{xy}'' + f_x' f_z' f_{zy}'' - f_x' f_y' f_z'' + f_y' f_z' f_{zx}'' \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

Se ora si prende il valore di q dato dalle (22) ragionando nello stesso modo si trova

$$\left.\begin{aligned} f_z'^3 \frac{dq}{dy} &= f_z'^3 \cdot t = -f_z'^2 f_y'' + 2f_y' f_z' f_{zy}'' - f_y'^2 f_z'' \\ f_z'^3 \frac{dq}{dx} &= f_z'^3 s = -f_z'^2 f_{xy}'' + f_x' f_z' f_{zy}'' - f_x' f_y' f_z'' + f_y' f_z' f_{zx}'' \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

Se ora nella (10) si sostituiscono i valori di p, q, r, s, t dedotti delle (22), (23), (24) ne risulta

$$K(f_x'^2 + f_x'^2 + f_z') \\ = \frac{1}{f_z'^2}[(f_z'^2 f_x'' - 2f_x' f_z' f_{zx}'' + f_x'^2 f_z'')(f_z'^2 f_y'' - 2f_y' f_z' f_{zy}'' + f_x'^2 f_z'') - (f_x' f_z' f_{zy}'' - f_z'^2 f_{xy}'' \\ + f_y' f_z' f_{yx}'' - f_x' f_y' f_z'')^2] \quad (25)$$

dalla quale si ricava il valore della curvatura quando sia data l' equazione implicita della superficie.

Applicazioni — 9. Sia una ellissoide di semi-assi $a > b > c$, sarà

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

la sua equazione. Da questa dedurremo differenziando

$$\frac{x\,dx}{a^2} + \frac{z\,dz}{c^2} = 0, \qquad \frac{x\,dx}{a^2} + \frac{y\,dy}{b^2} = 0$$

dalle quali

$$p = -\frac{c^2}{a^2} \cdot \frac{x}{z} \quad ; \quad q = -\frac{c^2}{b^2} \cdot \frac{y}{z} :$$

e se di queste ne prenderemo le derivate rispetto x, y troveremo

$$r=\frac{dp}{dx}=-\frac{c^2}{a^2}\left(\frac{z-px}{z^2}\right)$$

$$s=\frac{dp}{dy}=\frac{c^2}{a^2}\cdot\frac{qx}{z^2}\;,\quad s=\frac{dq}{dx}=\frac{c^2}{b^2}\cdot\frac{py}{z}$$

$$t=\frac{dq}{dy}=-\frac{c^2}{b^2}\left(\frac{z-qy}{z^2}\right).$$

Formandoci la funzione $rt-s^2$ avremo

$$rt-s^2=\frac{c^4}{a^2b^2}\left(\frac{z-px}{z^2}\right)\left(\frac{z-qy}{z^2}\right)-\frac{c^4}{a^2b^2}\cdot\frac{pqxy}{z^4}$$

che si riduce alla seguente

$$rt-s^2=\frac{c^4}{a^2b^2z^4}(z^2-pzx-qzy):$$

ma avendo

$$pz=-\frac{c^2}{a^2}x\;;\quad qz=-\frac{c^2}{b^2}q$$

sostituendo otteniamo

$$rt-s^2=\frac{c^6}{a^2b^2z^4}\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\right)=\frac{c^6}{a^2b^2z^4}:$$

e perchè trovasi ancora

$$1+p^2+q^2=\frac{c^4}{z^2}\left(\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}\right)$$

così sostituendo nella (10) troveremo

$$K=\frac{1}{a^2b^2c^2\left(\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}\right)^2}$$

e coesistendo questa funzione con l'equazione della superficie, elimineremo la z e così troveremo

$$K=\frac{1}{a^2b^2c^2\left[\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{1}{c^2}\left(1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}\right)\right]^2}$$

ovvero

$$K=\frac{1}{a^2b^2c^2\left[\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}\right)\frac{x^2}{a^2}+\left(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{c^2}\right)\frac{y^2}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right]^2}$$

la quale per tal modo è ridotta a dipendere unicamente dalle variabili x, y che per tutti i punti della superficie posti al disopra e disotto del piano delle x, y sono tra loro indipendenti.

Se di quì si volessero dedurre tutti i valori della curvatura dell'ellissoide per quei punti della superficie che si trovano sul piano delle x, y, essendo per questi

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad \text{onde} \quad \frac{y^2}{b^2}=1-\frac{x^2}{a^2}$$

risulterebbe dopo alcune facili riduzioni

$$K=\frac{1}{a^2b^2c^2\left[\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)\frac{x^2}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right]^2}$$

la quale per ogni punto è ridotta a dipendere semplicemente dalla ascissa.

All'estremità dell'asse maggiore, essendo $x=\pm a$, abbiamo

$$K_a=\frac{a^2}{b^2c^2}$$

ed all'estremità dell'asse medio b, essendo $x=0$, troviamo

$$K_b=\frac{b^2}{a^2c^2}$$

Eguali risultati si ricavano dalla formola generale dipendente da x, y quando si pongano le seguenti ipotesi

$$y=0, \quad x=\pm a; \quad x=0, \quad y=\pm b$$

Se si vuole la curvatura all'estremità del semi-asse c basta porre $x=0, y=0$ con che troviamo

$$K_c=\frac{c^2}{a^2b^2}.$$

Da questi tre risultati deduciamo

$$K_a\,K_b\,K_c=\frac{1}{a^2b^2c^2}$$

Si riprenda ora a considerare

$$K = \frac{1}{a^2 b^2 c^2 \left[\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2}\right)\frac{x^2}{a^2} + \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}\right)\frac{y^2}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right]^2}$$

in questa è facile riconoscere che K è un massimo od un minimo per quei valori di x, y che sono capaci di rendere minimo o massimo il denominatore della funzione. Si ponga pertanto

$$u = \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2}\right)\frac{x^2}{a^2} + \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}\right)\frac{y^2}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

dalla quale

$$\frac{du}{dx} = 2\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2}\right)\frac{x}{a^2} = 0 \;\; ; \;\; \frac{du}{dy} = 2\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}\right)\frac{y}{b^2} = 0$$

le quali si verificano simultaneamente per

$$x = 0, \quad y = 0$$

Essendo poi

$$\frac{d^2u}{dx^2} = 2\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2}\right)\frac{1}{a^2} < 0 \;\; ; \;\; \frac{d^2u}{dy^2} = 2\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}\right)\frac{1}{b^2} < 0$$

perchè per ipotesi $a > b > c$, e di più

$$\frac{d^2u}{dx\,dy} = 0$$

ne siegue che la funzione u per $x = 0$, $y = 0$, è un massimo, dunque K è minimo nel suo valore: dunque all'estremità dell'asse minore nella ellissoide corrisponde la minima curvatura.

Se finalmente nella formola generale per la ellissoide poniamo il caso di $a = b = c$, ossia della sfera, otteniamo prontamente

$$K = \frac{1}{a^2}$$

la quale è costante, come doveva essere, che in ragione inversa del quadrato del raggio, come al §. 3.

10. Sia ora la iperboloide a due falde di equazione

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

dalla quale per le derivate di primo e second'ordine riceviamo

$$p=\frac{c^2}{a^2}\cdot\frac{x}{z}\;;\quad q=-\frac{c^2}{b^2}\cdot\frac{y}{z}$$

$$r=\frac{c^2}{a^2}\left(\frac{z-px}{z^2}\right)\;;\quad t=-\frac{c^2}{b^2}\left(\frac{z-qy}{z^2}\right)$$

$$s=-\frac{c^2}{a^2}\cdot\frac{qx}{z^2}\;;\quad s=\frac{c^2}{b^2}\cdot\frac{py}{z^2}$$

e formandoci il noto composto

$$rt-s^2=-\frac{c^4}{a^2b^2}\left(\frac{z-px}{z^2}\right)\left(\frac{z-qy}{z^2}\right)+\frac{c^4}{a^2b^2}\,\frac{pqxy}{z^4}$$

che si riduce ad

$$rt-s^2=\frac{c^4}{a^2b^2z^4}(-z^2+pzx+qzy)$$

ove sostituiti i valori di p, q e tenuto conto della equazione della superficie avremo in fine

$$rt-s^2=\frac{c^6}{a^2b^2z^4}.$$

Essendo

$$1+p^2+q^2=\frac{c^4}{z^2}\left(\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{x^2}{c^4}\right)$$

per la misura della curvatura avremo

$$K=\frac{1}{a^2b^2c^2\left(\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}\right)^2}$$

che può trasformarsi in altra dalla quale sia stata eliminata la z per mezzo dell'equazione della superficie dalla quale abbiamo

$$\frac{z^2}{c^2}=\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-1$$

onde troveremo

$$K=\frac{1}{a^2b^2c^2\left[\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{c^2}\right)\frac{x^2}{a^2}+\left(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{c^2}\right)\frac{y^2}{b^2}-\frac{1}{c^2}\right]^2}$$

A questo medesimo risultato si giunge qualora nella formola che dà la curvatura nella ellissoide si ponga $b\sqrt{-1}$, $c\sqrt{-1}$ in luogo di b, c.

La curvatura corrispondente al vertice si ha per $y=0$, $x=\pm a$, e si trova

$$K=\frac{a^2}{b^2 c^2}$$

e per $x=\pm\infty$, $y=\pm\infty$ ne risulta $K=0$.

Ora rammentando che la curvatura è data ancora dal prodotto delle due curvature delle sezioni principali, e per $x=\pm\infty$ essendo per una di queste nulla la curvatura nella iperbole, tale deve pure risultare quella della iperboloide: dunque in un senso l'iperboloide a due falde tende ad avere tutti i suoi elementi superficiali in una medesima direzione.

11. Sia ora l'iperboloide ad una falda la cui equazione è

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$

dalla quale riceviamo

$$p=\frac{c^2}{a^2}\cdot\frac{x}{z}\ ;\quad q=\frac{c^2}{b^2}\cdot\frac{y}{z}$$

$$r=\frac{c^2}{a^2}\left(\frac{z-px}{z^2}\right)\ ;\quad t=\frac{c^2}{b^2}\left(\frac{z-qy}{z^2}\right)$$

$$s=-\frac{c^2}{a^2}\cdot\frac{qx}{z^2}\ ;\quad s=\frac{c^2}{b^2}\cdot\frac{px}{z^2}$$

e quindi

$$rt-s^2=\frac{c^4}{a^2 b^2 z^4}\left(z^2-pzx-qzy\right)$$

ove sostituiti i valori di p, q e fatto coesistere il risultato con l'equazione della superficie ne risulta

$$rt-s^2=-\frac{c^6}{a^2 b^2 z^4}$$

e per la curvatura avremo

$$K=-\frac{1}{a^2 b^2 c^2\left(\frac{x^2}{a^4}-\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}\right)^2}$$

dalla quale eliminando z si ha

$$K=\frac{-1}{a^2 b^2 c^2\left[\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{c^2}\right)\frac{x^2}{a^2}+\left(\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\frac{y^2}{b^2}-\frac{1}{c^2}\right]^2}$$

che si deduce da quella della ellissoide col porre $c\sqrt{-1}$ in luogo di c.

E se qui poniamo $x = \infty$, $y = \infty$ risulta $K = 0$; dunque la superficie tende a diventare piana.

12. Sia ora il paraboloide ellittico di equazione

$$\frac{y^2}{2a'} + \frac{z^2}{2a} = x$$

essendo a, a' i semi-parametri delle due parabole direttrici poste sopra i piani delle x, y e delle z, x essendo asse della superficie quello delle x.

Differenziando abbiamo

$$p = \frac{a}{z} \; ; \quad q = -\frac{a}{a'} \cdot \frac{y}{z}$$

e quindi

$$r = -\frac{ap}{z^2} \; ; \quad s = -\frac{aq}{z^2} \; ; \quad s = \frac{a}{a'} \cdot \frac{py}{z^2} \; ; \quad t = -\frac{a}{a'} \left(\frac{z - qy}{z^2} \right)$$

dalle quali si trae

$$rt - s^2 = \frac{a^2}{a' z^4}$$

e quindi

$$K = \frac{1}{aa' \left[1 + \frac{2x}{a} + \left(\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} \right) \frac{y^2}{a} \right]^2} .$$

Per la curvatura al vertice essendo $x = 0$, $y = 0$ ne viene

$$K = \frac{1}{aa'} :$$

ed anche qui noteremo che lorquando si pone $x = \infty$, $y = \infty$ risulta

$$K = 0$$

dunque la curvatura ha per limite lo zero.

RISOLUZIONE DI ALCUNI PROBLEMI GNOMONICI

NOTA

DEL PROF. TITO ARMELLINI

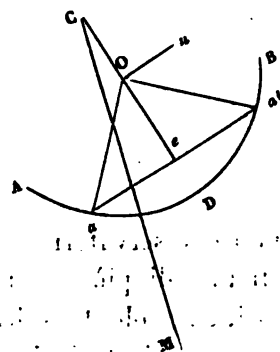
Il nuovo osservatorio meteorologico stabilito sulla vetta del Monte Cavo all'altitudine di più che novecento metri, ed affidato ai Reverendi Padri Passionisti, che solo lo spirito sublime di cristiana abnegazione può ritenere in quelle alpestri stazioni a sfidare la cruda meteorologia, che lassù sì poco si accorda col ben essere dell'uomo, mi porse occasione di tracciare una linea meridiana, e di ricercare una nuova risoluzione di questa operazione, che con i metodi ordinari ivi non avrebbe potuto eseguirsi, mancandomi due essenziali elementi di spazio e di tempo, che a tale scopo si esigono.

Primieramente lo spazio: perchè ivi non trovai comodità alcuna di una superficie piana ed orizzontale su cui segnar potessi la linea meridiana. In secondo luogo il tempo: perchè non erano che poche le ore d'un solo giorno che io vi avrei potuto impiegare.

Ricordai allora che già da vari anni mi era appreso ad un ripiego di tal fatta, nell' occasione che doveva segnare la linea meridiana sulla fronte del Palazzino della amenissima villetta, soggiorno di delizia del Ch. Signor Prof. Michele De Rossi in Rocca di Papa, la cui riuscita fu perfettissima. Trattavasi in questa nullameno che di tracciare la linea meridiana in un muro declinante ed inclinato d'incognita declinazione ed inclinazione, non conoscendo io esattamente tampoco con esattezza neppure la latitudine geografica del luogo.

S'appressava intanto l'equinozio d'autunno; pensai che fissando un gnomone in qualsiasi modo sulla parete, mi sarebbe stato facile trarre partito dalla linea equinoziale, che avrebbe potuto tracciarsi con l'osservazione dell'estremo dell'ombra nel giorno stesso degl'equinozii. Ciò posto era necessario risolvere i seguenti problemi.

PROBLEMA 1.° *Nel giorno degli equinozii conoscendosi solamente la projezione della cuspide del gnomone sulla parete, e la sua altezza, ignorandosi la declinazione ed inclinazione del muro come pure la latitudine del luogo, segnare la meridiana per mezzo di due osservazioni dell'ombra.*

Fatto centro in (O) projezione ortogonale della cuspide del gnomone, con raggio eguale ad una lunghezza (*oa*) d'ombra osservata, si descriva un arco di circolo (ADB), nel quale si noti un altro punto (*a'*), ove l'estremità dell'ombra in un altro tempo incontri l'arco descritto: e si faccia la correzione pel punto (*a'*) proposta dal Cagnoli nel segnarlo.

Condotta la linea (*aa'*) che sarà la equinoziale, dal punto (*o*) si abbassi su questa una perpendicolare (*oe*), che sarà la *Sustilare*, e dal medesimo punto (*o*) si spicchi la (*on*) a questa perpendicolare ed eguale alla distanza della cuspide del gnomone dalla parete, eguale cioè all'altezza del gnomone. Dovendo il centro dell'orologio (*c*) ritrovarsi sulla Sustilare, cioè sul prolungamento della (*oe*), se ne determinerà la sua distanza dal punto (*o*) trovando la lunghezza *oc* che soddisfi alla proporzione

$$eo : on = on : oc$$

onde

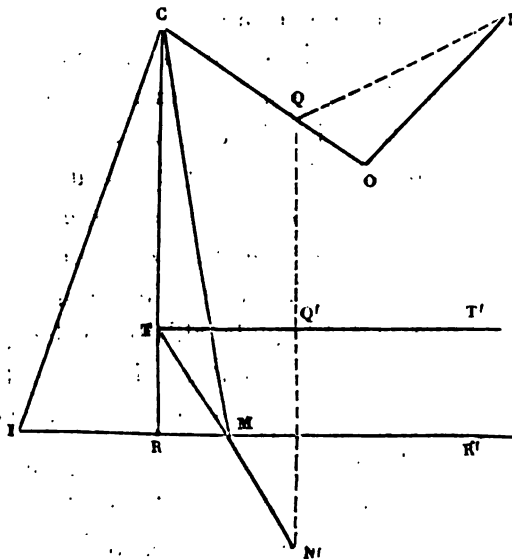
$$oc = \frac{\overline{on}^2}{eo}.$$

Avendo determinato il centro (C) dell'orologio, se il muro non fosse inclinato, basterebbe abbassare pel punto (C) la verticale. Questa sarebbe la linea meridiana. Ma se il muro fosse inclinato, nè se ne conoscesse l'inclinazione, si dovrebbe porre un filo a piombo presso la cuspide del gnomone, ed attendere che l'ombra del filo passasse pel punto C, gettando un ombra (CM) sul piano dell'orologio. Basterebbe notare un punto qualunque (M) di quest'ombra: e segnare la CM: la quale sarebbe la meridiana del nostro muro declinante ed inclinato. Ometto le dimostrazioni delle costruzioni proposte, essendo evidente; che la proporzione discende dalla condizione che l'angolo in (*n*) fatto da un raggio di luce (*ne*) con la retta (*cn*) debba es-

sere retto; che la (cM) trovata empiricamente è la traccia del piano del meridiano del luogo con la parete inclinata.

Ma potendosi facilmente conoscere l'angolo della declinazione del muro, in tal caso per condurre la meridiana CM, dovrebbe ricorrersi alla seguente costruzione.

Seguitino i punti (C, O, N) a rappresentare il centro dell'orologio, la projezione ortogonale della cuspide del gnomone (ON) ribattuta sul piano della figura. Dal punto N si guidi una NQ che faccia l'angolo QNO eguale all'angolo d'inclinazione che la parete fa con la verticale.

Si abbassi da C una verticale CR, e si conduca la CI; che faccia l'angolo ICR eguale a quella dell'inclinazione del muro. Per R si meni una orizzontale RR' che incontri in I la CI. Si prenda sulla RC la parte RT = RI e si conduca per T la TT' parallela alla RR'. Quindi da Q si abbassi una verticale e si prolunghi sì che N'Q' sia eguale alla QN. Si congiungano i punti TN' con la TN', la quale incontrerà in M la RR'. È evidente appartenere il punto M alla meridiana; la quale per conseguenza sarà espressa dalla CM.

In tal modo adunque nel giorno degli equinozii si può tracciare la meridiana sopra un muro declinante ed inclinato.

Non potei applicare sulla vetta del Monte Cavo questa costruzione, perchè il giorno degli equinozii fu piovoso. Quindi fu necessario ricorrere ad altro espediente: e però risolvetti il seguente.

Problema 2.° *In un giorno qualunque dell'anno ignorandosi la declinazione del muro e del Sole, solo conoscendosi la latitudine del luogo, segnare la linea meridiana in un muro verticale col mezzo di due osservazioni dell'ombra.*

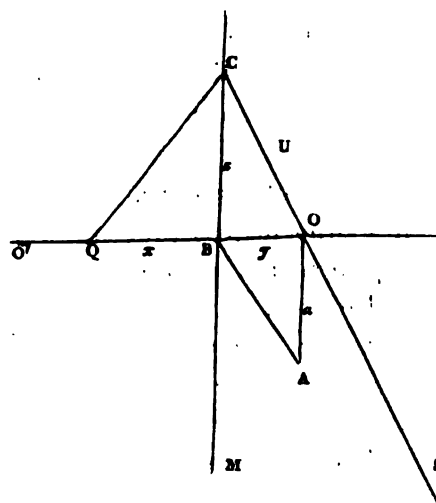
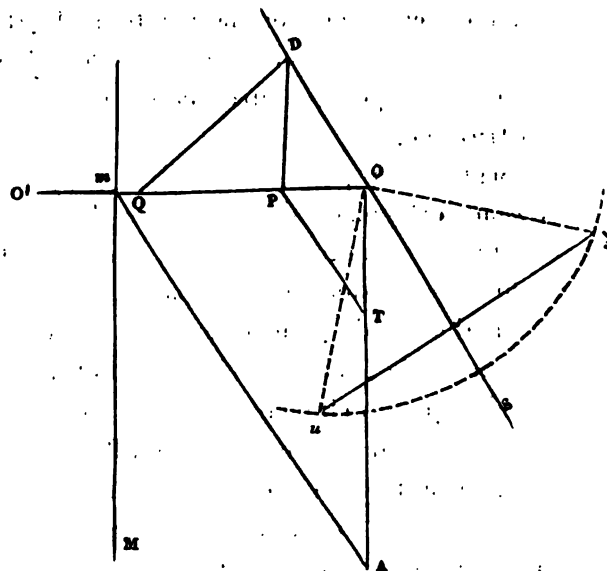
Rappresentando (O) la projezione (Vedi la figura seguente) della cuspide del gnomone sul muro verticale; e condotte pel medesimo la orizzontale OO' e la verticale OR, fatto centro in O con raggio (O*u*) eguale ad una lunghezza d'ombra osservata descrivasi l'arco (*uu'*): sul quale si noti il punto (*u'*) ove l'estremità

dell'ombra incontra in altro tempo l' arco medesimo. Condotta la corda (uu') ed a questa da (O) la perpendicolare OS, cioè la *Sustilare* che si prolunghi a piacere ad un punto qualunque (D): donde si abbassi la DP perpendicolare alla OO'; sulla quale si guidi la (DQ) che faccia l' angolo (DQP) eguale alla latitudine geografica del luogo.

Fatto poi centro in (P) con raggio (= PQ) si descriva un arco che tagli in (T) la OA. È evidente che l'angolo (OTP) misura la declinazione del muro: la quale quantità essendosi determinata, basterà prendere una lunghezza OA eguale all'altezza del gnomone; e dal punto A menare una parallela alla PT che incontrerà la orizzontale (OO') nel punto (m): pel quale tracciata la verticale mM sarà la meridiana richiesta.

Il medesimo problema ammette una soluzione analitica assai semplice; quando per mezzo delle osservazioni di due ombre nel modo superiormente indicato siasi determinata la Sustilare: e però si conosca l'angolo ch'essa fa con la verticale.

Si eseguisca la ordinaria costruzione grafica adottata nei trattati di Gnomonica.

Però pel punto O si conduca la orizzontale OO'; si abbassi la perpendicolare OA eguale all'altezza (a) del gnomone: da A si conduca AB che faccia l'angolo BAO eguale a quello della declinazione del muro. Per B si conduca la verticale

BM che segna la meridiana; il cui incontro con la OS stabilisce il centro C dell'orologio: donde si spicchi la CQ che faccia l'angolo CQB eguale alla latitudine. Si richiami alla mente che per tale costruzione QB = BA.

Ciò posto si faccia QB = x, BC = z, BO = y, OC = u, OA = a. Si considerino, quali esse sono, incognite le x, y, z, u, mentre si conosce OA = a, cioè l'altezza del gnomone, come pure gli angoli della latitudine o del suo complemento e però il rapporto $\frac{z}{x}$, che si faccia eguale ad (l); come pure essendosi tracciata la Sustilare, si conosce l'angolo SCM, e però il rapporto $\frac{z}{y}$ che si faccia eguale ad (s).

Tra le quattro incognite si potranno stabilire le seguenti quattro equazioni

$$(1)\ x^2 = y^2 + a^2; \quad (2)\ u^2 = z^2 + y^2; \quad (3)\ \frac{z}{x} = l; \quad (4)\ \frac{z}{y} = s.$$

Donde eliminando x, z, u, risulterà pel valore di (y) la formola

$$(5) \qquad y = \frac{a \cdot l}{\sqrt{s^2 - l^2}}.$$

Per la quale si conosce la (BO); cioè il punto B sulla (OO') pel quale si deve condurre la verticale, cioè la meridiana.

Dalla (5) passando alle funzioni trigonometriche, facendo gli angoli

BAO = D (Declinazione)
CQB = L (Latitudine)
BCS = S

si avrà facilmente

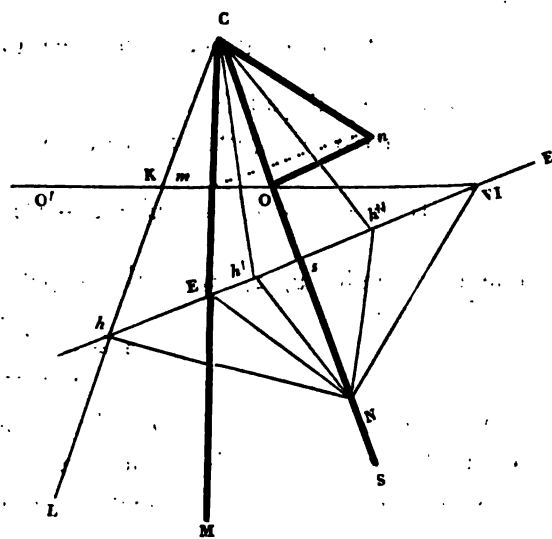
$$(6) \qquad \text{tang D} = \frac{\text{tang L}}{\sqrt{\text{tang}^2\, \text{S} - \text{tang}^2\, \text{L}}}$$

Con la quale si determina la declinazione del muro in funzione della latitudine e dell'angolo che la Sustilare fa colla verticale.

Nel muro declinante ed inclinato potrà segnarsi la linea meridiana, tracciando prima col metodo antecedente la Sustilare; quindi con i processi ordinari di Geometria descrittiva determinando la sua traccia sopra un muro verticale, che passi per una linea orizzontale qualunque segnata nel detto muro; sul quale si seguisca la antecedente risoluzione del problema N.° 2.° per la determinazione della meridiana, conoscendosi la latitudine del luogo senza la declinazione del muro. Finalmente colle norme accennate al pro-

blema primo, pagina 35, si passa dalla traccia della linea meridiana nel muro verticale a quella sulla parete inclinata.

Dopo la esposizione di questi artifizi mi permetterà l'Accademia che le presenti alcune formole assai semplici per determinare analiticamente i diversi elementi gnomonici nella costruzione degli orologi a Sole per un muro declinante e verticale.

Rappresenti (CM) la meridiana tracciata sopra un muro verticale; (Cn) l'asse del mondo; (C) il centro dell'orologio; (CS) la sustilare: (EE') l'equinoziale che taglia in (h) h', h'', le linee orarie, in (E) la meridiana, in (s) la sustilare; in cui il punto N sia tale che si abbia (Ns = sn). Si conducano le (NE, Nh): denominando (λ) l'angolo della latitudine del luogo, (λ') il suo complemento; (l) quella della parete, cioè l'angolo che l'asse del mondo fa con la parete; si dica (g) la lunghezza, (g') l'altezza del gnomone; la cui proiezione ortogonale è (O); pel qual punto sia condotta la orizzontale KVI. Si adottino per le diverse quantità angolari i simboli

$Mcs = S$	$Enh = \theta$	
$Mcn = \lambda$ (*)	$Ens = H$	$hcS = h$
$Mnc = \lambda'$	$hNS = H + \theta$	$h'cS = h'$
$ocn = l$	$h'NS = \theta'$	$h''cS = h''$
$onm = \delta$	$h''NS = \theta''$	$hcn = N$ (**)
	$ENh'' = \Theta$	

(*) L'angolo (Mcn) non è quello della figura in cui il triangolo ocn è ribattuto sul piano di questa, ma sibbene quello reale che l'asse del mondo cn fa colla linea meridiana; dicasi lo stesso dell'angolo (kcn) che l'asse medesimo fa con le linee orarie, e dell'angolo (mno) che è quello della declinazione del muro.

(**) Gli angoli hcn, $h'cn$, $h''cn$ sono formati dall'asse del mondo con le rispettive linee orarie.

Si appellino inoltre le lunghezze

$$cn = g \; ; \quad On = g' \; ; \quad oL = L.$$

Tra le indicate quantità sussisteranno le equazioni seguenti:

$$(1) \quad \text{tang}\, S = \text{sen}\, \delta \,.\, \cot g\, \lambda;$$

$$(2) \quad \text{tang}\, \delta = \frac{\text{tang}\, \lambda}{\sqrt{\cot g^2 S - tg^2 \lambda}};$$

$$(3) \quad \text{tang}\, l = \frac{\text{sen}\, S}{\text{tang}\delta};$$

$$(4) \quad \text{tang}\, H = \frac{\text{tang}\, S}{\text{sen}\, l};$$

$$(5) \quad \text{tang}\, S = \sin l \,.\, \text{tang}\,.\, H$$

$$(6) \quad \text{tang}\, h = \sin l \,.\, \text{tang}\,.\, (H + \theta)$$

$$(7) \quad \text{tang}\, h' = \sin l \,.\, \text{tang}\, (\theta')$$

$$(8) \quad \text{tang}\, h'' = \sin l \,.\, \text{tang}\, (\Theta - H) \; (*)$$

Passando poi alle ascisse della linea meridiana ed orarie, prese sulla Equinoziale e riferite al punto d'intersezione d'essa con la Sustilare, e ad altri valori di linee avremo le altre seguenti formole:

$$(9) \quad Sh = g \,.\, \text{tang}\, l \,.\, \text{tang}\, (H + \theta)$$

$$(10) \quad Sh' = g \,.\, \text{tang}\, l \,.\, \text{tang}\, (\theta')$$

$$(11) \quad Sh'' = g \,.\, \text{tang}\, l \,.\, \text{tang}\, (\Theta - H)$$

$$(12) \quad SE = g \,.\, \text{tang}\, l \,.\, \text{tang}\, (H)$$

$$(13) \quad S\,.\,VI = \frac{g\, \text{tang}\, l}{\text{tang}\, (H)}$$

$$(14) \quad Sc = \frac{g}{\cos l}$$

$$(15) \quad g' = g \,.\, \text{sen}\, l$$

$$(16) \quad SO = g' \,.\, \text{tang}\, l$$

$$(17) \quad CE = \frac{g}{\cos l \,.\, \cos S}$$

(*) Si sono distinti i tre valori angolari (h, h', h'') per distinguere con (h, h'') gli angoli che fanno con la Sustilare le linee orarie antimeridiane dalle pomeridiane: e con (h') gli angoli che essa fa con quelle linee orarie che cadono tra la Meridiana e la Sustilare.

$$(18) \qquad mc = \frac{g'}{\tan l} \cos S\,;$$

$$(19) \qquad mo = \frac{g'}{\tan l} \operatorname{sen} S = g' \tan \delta.$$

Finalmente per determinare le lunghezze (L) delle linee orarie corrispondenti ai diversi valori della declinazione del Sole (Δ), ricordando che l'angolo formato dalla linea oraria con l'asse del mondo fu appellato (N); valgono le due seguenti ultime formole

$$(20) \qquad \tan N = \frac{\tan \gamma}{\cos (H \pm \theta)}$$

$$(21) \qquad L = \frac{g \cdot \cos \Delta}{\cos (N \pm \Delta)}.$$

CORRISPONDENZA

In assenza del ch. prof. Vincenzo Diorio, gravemente infermo, il Vice-Segretario comunica all'Accademia che la Direzione del nuovo periodico: *Rassegna semestrale italiana delle scienze fisico-chimiche e naturali*, *compilata dai dottori Guelfo Cavanna e Giorgio Papasogli*, ha fatto richiesta degli Atti della Pontificia Accademia de'Nuovi Lincei. L'Accademia autorizzò il Vice-Segretario ad annuire alla predetta domanda.

D. B. Boncompagni comunica i seguenti brani di lettere scrittegli dal Sig. Conte Leopoldo Hugo

I.

Londrès 25 août 1875.

. . . .

Je viens me rappeler à votre Excellence en lui exposant aujourd'hui les observations que j'ai faites au *British Museum*:

Je ne parlerai pas du célèbre papyrus Rhind exposé dans l'escalier du Musée, et qui traite des éléments de la géometrie à une époque très-reculée; je dirai seulement que le Conservateur M.r Birch, le savant égyptologue, assure qu'il est question de publier prochainement aux frais du Musée ce précieux monument.

Voici maintenant au point de vue géométrique ce que j'ai constaté dans les vitrines de la Salle des Antiquités classiques:

1.° Un *cubo-octaèdre* en ivoire teinté de vert. C'est un dé à jouer et les faces portent les chiffres romains de I à XIV.

2.° Un *dodécaèdre* en bronze (ou en bois noir?) figure régulière portant les chiffres romains de I a XII sur les faces pentagonales.

3.° Une série de compas en bronze (Le Musée du Louvre n'en possède aucun).

4.° Une équerre en bronze donnant extérieurement l'inclinaison de 45°.

Telles sont, Excellence, les principales observations que j'ai faites dans cette ville; il me serait très-précieux d'obtenir par votre obligeante entremise, quelques autres observations de même nature.

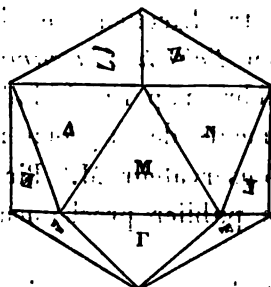
. . . .

II.

Paris 26 octobre 1875.

J'ai eu l'honneur de vous adresser le croquis d'un *dodécaèdre pentagonal* et d'un *cubo-octaèdre* (marqués en chiffres romains, le 1.er de I à XII et le second de I à XIV) conservés au *British Muséum* et que j'ai signalé aussi à l'Acad.ie des Sciences de Paris.

L'*icosaèdre* faisait défaut dans mes recherches, mais j'ai eu tout récemment la satisfaction, en fouillant du regard, de nouveau, les recoins des vitrines du *Louvre*, d'en recontrer un dans un angle du *Musée égyptien;* où j'avais déja signalé (à la Société mathématique) un *octaèdre* en ivoire, marqué de points et bien conservé.

Voici le dessin, grandeur de l'original, approximativement, de cet *icosaèdre gréco-égyptien* qui est marqué de lettres grecques.

MARBRE

de teinte verdâtre

Je prends la liberté de terminer la présente lettre par l'exposé très-simple de la *Loi exponentielle* qui domine la répartition des planètes autour du soleil, et dont vous verrez la mention dans nos *Comptes rendus*.

La Loi de Bode et Titius très-connue, et qui a inspiré autrefois une partie des calculs de l'astronome Leverrier, commence par 4, 7, 10... et arrive à 196 et 388.

Or la vraie position de la planète Neptune n'étant que de 300, la divergence s'élevait à 25 $_0/^0$!

Voici la Loi (partant des nombres les plus simples 1 2 et 3 !!) que je propose:

SUITE HUGOPLANÉTAIRE
POUVANT REMPLACER LA SUITE DE BODE

Distances au Soleil.

Mercure est à	$1 + 2^0 \times 3$	En algèbre on sait que $2^0 = 1$.
Vénus	$4 + 2^0 \times 3$	
Terre	$7 + 2^0 \times 3$	
Mars	$10 + 2^1 \times 3$	
Astéroïdes	$16 + 2^2 \times 3$	
Jupiter	$28 + 2^3 \times 3$	
Saturne	$52 + 2^4 \times 3$	
Uranus	$100 + 2^5 \times 3$	
Neptune à	$196 + 2^5 \times 3 = 292$	au lieu de 300, divergence seulement 3 $^0/_0$, ou moindre que celle qui est admise pour plusieurs autres planètes.

Si cette suite peut intéresser une de vos sociétés savantes, je serai d'ailleurs reconnaissant à Votre Excellence d'en donner communication.

. . . .

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

R. P. Angelo Secchi Presidente – Prof. Mattia Azzarelli – Prof. O. Astolfi – P. Giuseppe Lais – Prof. G. Olivieri – Prof. Tito Armellini – B. Boncompagni – Comm. A. Cialdi – Prof. M. S. De Rossi.

L'Accademia riunitasi alle ore 3 $\frac{1}{2}$ pom. si sciolse alle ore 5.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti dal Novembre* 1874 *all'Ottobre* 1875 — Tomo Primo, Serie Quinta — *Dispensa Quarta*, *Quinta e Sesta* — Venezia Presso la Segreteria dell'Istituto nel Palazzo Ducale. Tip. Grimaldo e C. 1874—75. In 8.°
2. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino pubblicati dagli Accademici Segretari delle due Classi.* — Vol. X, Disp. 6ª (*Aprile* 1875) — Disp. 7ª (*Maggio* 1875) — Disp. 8ª (*Giugno* 1875). Stamperia Reale di Torino di G. B. Paravia e C. In 8.°

3. BELLAVITIS (Giusto). — *Riassunto delle lezioni di Algebra date dal Comm. Giusto Bellavitis*, ecc. Padova dalla Tipogr. del Seminario 1875. In 8.°
4. BLEEKER (P.) — *Révision des espèces Insulindiennes de la Famille des Synancéoïdes. Par P. Bleeker*, ecc. (*Natuurkundige Verhandlingen der Hollandsche Maatschappij der Wetenschaappen, 3^de Verz. Deel, II, N.° 4.*) Harlem, les héritiers Loosjes. 1874. In 4.°
5. *Bollettino meteorologico ed astronomico del Regio Osservatorio dell' Università di Torino* — Anno VIII (1873) 1875. Torino, Stamperia Reale di G. B. Paravia e Comp. 1875. In 4.° obl.
6. *Bulletin de l' Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg.* — Tome XIX. (*Feuilles* 22—28.), N.° 4. — (*Feuilles* 29—37.) , N.° 5 et dernier. — Tome XX. (*Feuilles* 1—13.) , N.° 1. —(*Feuilles* 14—21.), N.° 2. — Imprimerie de l'Académie impériale des sciences, ecc. In 4.°
7. *Bulletin de la Société Impériale des Naturalistes de Moscou.* — Tome XLVIII. Année 1874. N.os 3—4. — ecc. Moscou, ecc. 1875. In 8.°
8. *Bulletin Météorologique mensuel de l'Observatoire de l'Université d'Upsal.* — Vol. VI., Année 1874 *Rédigé par Dr. H. Hildebrand Hildebrandsson*, ecc. Upsal, Ed. Berling, imprimeur de l'Université. 1874-75. In 4.°
9. *Bullettino del Vulcanismo Italiano Periodico geologico ed archeologico per l'osservazione e la storia dei fenomeni endogeni nel suolo d'Italia redatto dal Cav. Prof. Michele Stefano De Rossi* — Anno II. Fascicolo IV e V. — Aprile e Maggio 1875. Roma Tipografia della Pace Piazza della Pace N. 35. 1875. In 8.°
10. *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche pubblicato da B. Boncompagni*, ecc. Tomo VIII. — Marzo—Giugno 1875. Roma Tipografia delle Scienze Matematiche e Fisiche Via Lata Num.° 211 A. 1875. In 4.°
11. *Bullettino Meteorologico dell'Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri con corrispondenza degli Osservatorii di Piacenza e di Lodi e delle altre stazioni meteoriche delle Alpi e degli Appennini Italiani* — Vol. IX. Num. 8—9. — 31 Agosto—30 Settembre 1874. Torino 1875. — Collegio Artigianelli, — Tip. e Lib. S. Giuseppe — Corso Palestro, 14. In 4.°
12. DAVIS (Joseph Barnard). — *On the Osteology and Peculiarities of the Tasmanians, a race of man recently become extinct. By Joseph Barnard Davis, M.D.F.R.S.*, ecc. (*Natuurkundige Verhandelingen der Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen, 3^de Verz. Deel II, N.° 4*) Haarlem, de Erven Loosjes. 1874. In 4.°
13. ERLENMEYER (Dr. Emil). — *Ueber den Einfluss des Freiherrn Justus von Liebig auf die Entwicklung der reinen Chemie. Eine Denkschrift von Dr. Emil Erlenmeyer*, ecc. München Verlag der K. B. Akademie 1874. In 4.°
14. GENOCCHI (Angelo). — *Intorno ad alcune serie per Angelo Genocchi.* Stamperia Reale di Torino di G. B. Paravia e Comp. 1875. (Estr. dagli *Atti della Reale Accademia di Torino*, Vol. X. Adunanza del 20 Giugno. 1875). In 8.°
15. *Mémoires de l'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg*, VII^e Série. Tome XXI, N.i 6—12 et dernier. — Tome II, N.i 1—3. — St.-Pétersbourg, 1874—75, ecc. In 4.°
16. *Mémoires de la Société des Sciences Physiques et Naturelles de Bordeaux* — Tome X. — (Frontispice et Tables) Paris et Bordeaux, 1875. In 8.°
17. *Nova Acta Regiæ Societatis Scientiarum Upsaliensis.* Seriei Tertiæ Vol. IX. Fasciculus posterior. Upsaliæ, excudit Ed. Berling Reg. Acad. Typographus. MDCCCLXXV. In 4.°
18. RADLKOFER (L.) — *Serjania Sapindacearum genus monographice descriptum. — Monographie der Sapindaceen-Gattung Serjania. Von L. Radlkofer*, ecc. München 1875, ecc. In 4.°
19. *Rendiconto della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche* — Fascicolo 7°. — Anno XIV. — Luglio 1875. In 4.°
20. *Rendiconto delle Sessioni dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna Anno Accademico 1874-75.* Bologna Tipi Gamberini e Parmeggiani 1875. In 8.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE IIª DEL 23 GENNAIO 1876

PRESIDENZA DEL P. ANGELO SECCHI

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

SOPRA IL RADIANTE DELLE STELLE CADENTI DEL PERIODO DI AGOSTO

NOTA

DEL P. G. STANISLAO FERRARI

La corrente delle stelle meteoriche specialmente nel suo doppio periodo dell'Agosto e del Novembre forma da molto tempo, ma specialmente al presente dopo le belle scoperte dei Newton e dei Schiaparelli il soggetto di accurate ricerche, osservazioni e profondi studî de'più illustri scienziati. Si sono eziandio dai medesimi formate delle associazioni affine di viemeglio raggiungere lo scopo prefisso per le loro ricerche e scoprire compiutamente la legge alla quale questa sterminata corrente è soggetta, e furono date le norme e fissati i regolamenti da seguirsi per l'osservazione simultanea delle sue periodiche apparizioni, in quei tempi cioè ne'quali la terra si abbatte ad attraversare quelle miriadi di corpicciuoli nel percorrere che essa fa la sua grand'orbita attorno al sole.

L'attenzione dei dotti è rivolta primieramente a determinare le due specie di periodicità di questo fenomeno, quella cioè dei ritorni annuali e

quella dell'intensità con cui si producono questi ritorni, dal che si ottenne la prova più concludente della natura astronomica del medesimo. Secondamente essi giunsero mediante osservazioni contemporanee sopra identiche apparizioni fra due o più stazioni a conoscerne, per le parallassi, le altezze.

Il fatto però non meno capitale e caratteristico che accompagna le pioggie meteoriche è quello della *radiazione*, scoperto nel 1833 da parecchi osservatori americani in occasione del periodo di Novembre, e della quale il professore Olmsted fece subito allora comprendere l'importanza. Questo fatto consiste in ciò, che nelle grandi pioggie meteoriche la maggior parte delle trajettorie sembra divergere da un punto unico, o meglio da uno spazio ristretto della sfera celeste, da quello irradiando in tutte le direzioni. Non si deve però intendere, osserva il Ch. Schiaparelli, come taluno ha fatto, che tutte le trajettorie comincino in un medesimo punto; ma soltanto questo, che prolungando idealmente le trajettorie allo indietro, esse vanno ad incontrare quel punto, come vedesi nella tavola annessa. Questo punto o questa regione a cui per tal motivo si è dato il nome di *radiante*, segue la sfera celeste nel suo movimento diurno: fatto importante, che prova ancora esser celeste e non terrestre l'origine delle stelle cadenti.

Quest' origine cosmica viene confermata da un altro fatto in modo evidente che cioè diversi osservatori collocati a distanze anche grandissime sulla superficie della terra vedono in un dato istante la radiazione procedere dal medesimo punto del cielo e dalle medesime stelle: il che esclude subito l'idea d' attività meteorica collocato nell' atmosfera. Così nell' ultima gran pioggia delle stelle cadenti del 27 novembre 1872 il punto principale della radiazione, da cui tutte le meteore sembravano derivare, stette per tutto il tempo delle osservazioni che durò ben cinque o sei ore, in uno spazio allungato estendentesi dal triangolo fin presso la stella γ di Andromeda, partecipando al moto diurno apparente del cielo con piccolo cangiamento di posto nell'avanzare della sera.

L' interpretazione della radiazione considerata come effetto della prospettiva è troppo nota perchè occorra qui ricordarla. Ogni punto radiante corrisponde ad una pioggia meteorica ed indica che la terra in quel momento incontra una corrente di corpuscoli moventisi di conserva nello spazio in orbite parallele e pochissimo differenti fra di loro. Questo punto corrisponde a quel che chiamasi centro della prospettiva nel disegno di un colonnato o di un lungo viale di alberi. Egli è pertanto che dall'accurata determinazione di questo punto, o linea, o piccolo spazio, mediante le coordinate astrono-

miche, che dipende il calcolo dell'orbite descritte da queste pioggie meteoriche come farebbesi per quelle delle comete. Dal che si scorge di quanta importanza sia la sua accurata determinazione in ordine specialmente alle stupende conseguenze che ne derivano per la cognizione di queste correnti e per la loro connessione colle comete ed i meteoriti e conseguentemente per la cognizione sempre più vasta della costituzione dell'universo.

Sono ormai quattordici anni dacchè senza interruzione e con somma diligenza si osserva il fenomeno delle stelle meteoriche del periodo di Agosto e di quello di Novembre, nelle sere consuete, nell' Osservatorio del Collegio Romano. Scopo di queste osservazioni si fu talvolta il determinare mediante il concorso di stazioni limitrofe le loro altezze mediante le parallassi, accertandone prima l'identità coll'uso del telegrafo elettrico fra le due stazioni. Affine poi di meglio determinarne il numero, l'istante preciso e la durata delle trajettorie il Ch. P. Secchi Direttore credè opportuno il servirsi nel 1872 del cronografo elettrico, pensiero che surse in mente anche ad altri scienziati fra i quali ci piace di nominare il Ch. Direttore dell'Osservatorio di Palermo il Sig. Cacciatore ed il Ch. De Gasparis Direttore di quello di Napoli, i quali gli scrissero lettere di congratulazione per vedere da esso attuato ciò che essi pure giudicarono dover riuscire vantaggioso per la scienza nell'uso di questo strumento.

In questi ultimi quattro anni però, non trascurando il registro della frequenza, si è avuto più in particolare di mira la determinazione accurata del punto *radiante* e della sua regione centrale e ciò si è fatto con animo totalmente scevro da idee preconcette e sistematiche, assoggettando mediante grafiche costruzioni a speciale esame quelle trajettorie che ad esso più direttamente si riferivano.

Ed è appunto il riassunto dei risultati ottenuti quello che intendo di presentarvi, Onoratissimi Colleghi, ponendovi eziandio sottocchi il risultato ottenutone specialmente in quest'anno nella tavola annessa la quale parla troppo chiaramente allo sguardo per dispensarci da prolisse disquisizioni intorno a questo argomento.

Considerando il fenomeno delle stelle cadenti ne' suoi periodi di speciale intensità in ordine alle regolarità del ritorno ed alla radiazione da un determinato punto della sfera stellata apparisce manifesto esser tali i periodi del 10 Agosto e del 14 Novembre. Per questi periodi osserva il Ch. Schiaparelli: « il radiante è sempre lo stesso, cioè conserva fra le stelle (almeno appros- » simativamente) la medesima posizione in tutti i ritorni. Così la pioggia

» celebre del 14 Novembre suole irradiare ai nostri tempi dal punto ove
» s'intersecano le due diagonali del quadrilatero formato dalle stelle $\varepsilon\ \gamma\ \zeta\ \mu$
» del Leone: mentre le meteore del 10 Agosto si dipartono per la maggior
» parte da un punto collocato a poca distanza dalla stella η di Perseo sic-
» come fu constatato fin dal 1837 e si può verificare ogni anno. Per que-
» sto motivo si è applicato alle meteore di Agosto il nome di *Perseidi* per
» brevità del discorso, e di *Leonidi* a quelle del Novembre divergenti dalla
» testa del Leone ». Ed ecco quel che ci pare degno d'essere preso in considerazione intorno al radiante delle stelle di Agosto.

Fino dal 1872, come scorgesi dalle tavole litografiche allora pubblicate nel nostro Bullettino meteorologico, usando della projezione stereografica del Ch. Prof: Dorna Direttore dell'Osservatorio astronomico di Torino, appariva manifesto per tutte le sere di osservazione come il radiante principale per la nostra stazione trovavasi nella costellazione di Cassiopea anzichè in quella di Perseo ed ecco quanto allora pubblicammo prima ancor di conoscere gli altrui lavori atteso l'assenza di tre anni dall'osservatorio.

« Nelle stelle del 9 Agosto 1872 il radiante principale fu per noi in Cassiopea e soltanto parziale in Perseo e nella Giraffa, per molte poi si fu lo spazio compreso fra le tre suddette costellazioni. Se si voglia indicare con una linea il radiante, per questa sera sarebbe quella che congiunge α Perseo con β Cassiopea ».

« Le trajettorie del 10 che furono divise in due carte per le varie ore di osservazione e pel moto diurno del centro di radiazione, ci mostrano un notevolissimo centro nel circolo che racchiude le principali stelle di Cassiopea e specialmente le stelle β, γ, δ, essendo pressochè nullo il radiante di Perseo. Di 165 stelle solo 75 appartengono a questo centro le altre 90 partivano per la massima parte dalla Giraffa e da Pegaso oltre ad alcune altre sporadiche...... Dall'insieme di tutte le trajettorie apparisce che il centro radiante principale sembra doversi collocare in uno spazio ellittico avente assai probabilmente per asse trasverso la linea che congiunge η Perseo con ε Cassiopea, che è pure la sentenza del Prof. D. Ignazio Galli di Velletri, ovvero come opina il Ch. Prof. Lorenzoni dell'Osservatorio di Padova fra γ Perseo e δ Cassiopea ».

« La sera dell'11, nella quale si determinarono esattamente 92 meteore, come si scorge immediatamente sopra la carta, le concordanti ci mostrano un radiante principale fra Cefeo e Cassiopea, dal quale ne partirono 39. Quanto alle altre vediamo che 13 dimostrano un subradiante in Pegaso, 14 nella Gi-

raffa, 10 nell' Orsa Maggiore, 7 nel Pesce australe, restandone appena 4 in Perseo, due delle quali potrebbero forse riferirsi al subradiante della Giraffa. Questa penuria nella costellazione di Perseo fu notata eziandio in Parigi dal Sig. Tremeschini il quale, come leggesi nel bullettino dell'Associazione scientifica, osservò come nella sera dell'11 la maggioranza assoluta delle stelle non veniva dalla costellazione di Perseo ».

Dal fin qui detto (così conchiudevamo la relazione nel 1872) ci pare manifesto che con metodo indipendente siansi in qualche maniera confermate le osservazioni di molti altri scienziati, ed in particolare quelle dei Sigg. Greg ed Herscel, come anche ciò che viene notato dal più volte lodato Prof. Schiaparelli nella sua importante memoria sopra la forma delle radiazioni meteoriche, che cioè il periodo di Agosto, anche considerato nel suo principale radiante fra Perseo e Cassiopea, *ma più vicino a quest' ultima*, appartiene a quella che dicesi radiazione *diffusa*: « quella cioè (son sue pa-
» role) nella quale si vedono tutte le meteore divergere da una determinata
» regione del cielo, serbando però nelle loro direzioni una certa indipendenza,
» come se la radiazione si facesse non già da un punto, ma da una linea
» più o meno oblunga, od anche da una regione del cielo più o meno va-
» sta. L'atlante di Greg abbonda di radiazioni di questo genere ».

Esaminando inoltre il quadro B della sera del 10 e quello di quest'anno, pare eziandio manifesto il caso della radiazione *simmetrica*, e quindi, se specialmente concordino le osservazioni di molti altri, con essa si potrà facilmente determinarsi il vero centro della radiazione principale.

L'importanza di questo risultato diventa tanto maggiore quanto che fu ottenuto da quelle osservazioni che corrispondevano all'ora nella quale il punto radiante era prossimo alla culminazione, epperò nella quale si aveva la massima frequenza delle apparizioni, come osserva il Ch. Schiaparelli.

Avendo noi usato della projezione stereografica, ci fu necessario, per rappresentare la vera direzione di molte trajettorie, di ripiegarne parecchie secondo i valori dati dal globo di Cary, ma negli anni seguenti, a togliere ogni dubbiezza, ci siamo serviti a tal fine delle belle carte del Ch. Prof. Lorenzoni da esso calcolate ed incise in projezione gnomonica, come quelle di Greg, ed il risultato anzichè venire in tutto od in parte modificato, venne sempre più confermato in modo evidente.

Pel 1873 leggesi nella relazione che ne fu fatta nel Bullettino: « il centro principale si trovò in Cassiopea fra le stelle α β γ ed un punto presso δ Cassiopea e sembra pertanto che si confermi la penuria notata fino dal-

l'anno scorso nella costellazione di Perseo e l'*avvicinamento del radiante alla costellazione di Cassiopea*. Non intendiamo però con questo di affrettare le conclusioni della scienza ».

Anche nel 1874 si notò: « come molte stelle appartengano tanto al radiante di Greg ed Herscel, quanto a quello del P. Serpieri e di Newton (V. fig.) ma si verificava il fatto della radiazione *simmetrica* nel piccolo spazio compreso fra le stelle α β γ $\varkappa$ di Cassiopea. Esso verificasi principalmente verso il massimo della culminazione dell'apice (ossia direzione del moto della terra), ed eziandio il Prof. Tacchini in Palermo osservava che oltre le meteore del radiante principale *se ne videro talune partire dal centro del quadrato di Cassiopea accennando così ad un terzo radiante* (1).

Confermasi quindi il fatto della radiazione *diffusa* pel periodo di Agosto ed il caso della radiazione *simmetrica* per il quadrato di Cassiopea il che determina più precisamente il radiante. »

A complemento e conferma del fin qui detto, esaminando i risultati ottenuti negli anni anteriori si osserva che già notavasi questa tendenza del radiante verso di Cassiopea, od almeno di un subradiante principale. Infatti il Ch. P. Secchi nel fascicolo di Ottobre 1863 del nostro Bullettino scrive così: « Anche il Sig. Newton di New-Haven ha fatto la distinzione del Sig. Schia- » parelli, fra le stelle *convergenti a Cassiopea* e le sporadiche ». Ed in quelle dell'Agosto 1864 si legge: « che quasi tutte aveano direzione *divergente da Cassiopea* ed una in particolare, manifestò un fenomeno singolare di accensione in fiamma rossa a mezza strada, e giunta che fu presso ad ε Cassiopea si accese come una candela romana dei fuochi d'artifizio. Questa accensione fu vista a Civitavecchia, ma presso α Cassiopea, cioè distante 13°, onde avendo riguardo alla distanza zenitale essa era lontana circa 260 chilometri. »

Negli anni seguenti fino al 1872 regna una maggiore incertezza e si assegna per linea o spazio radiante l'intervallo fra le due costellazioni di Perseo e di Cassiopea. Nel 1869 si nota che l'area dalla quale radiavano trovavasi ora in Perseo, ora in Cassiopea, ora in Cefeo. Nel 1871 fu osservato che il punto radiante fu sempre quello sotto Cassiopea.

Le osservazioni di quest'anno confermano questo fatto in modo lampante, tanto più che oltre ad essere diversi gli osservatori, la riduzione sulle carte del Lorenzoni non fu fatta da me, sibbene dall'Ab. Prosperi nostro collaboratore e vedesi riprodotta nell'annessa tavola. Questa parla troppo chiaramente allo

---

(1) Memorie della Società degli Spettroscopisti ecc. Dispensa 8.ª Agosto 1874.

sguardo per dispensarci da ulteriori commenti. Le coordinate dei limiti delle trajettorie sono esattissime e quali vennero date dall'osservazione. Non veniamo però con questo ad abolire gli altri radianti determinati dallo Schiaparelli, dal Newton e dal P. Serpieri, da Greg ed Herscel, anzi, li abbiamo tutti riprodotti nella figura. Quello dello Schiaparelli è rappresentato dal segno ⨀ in 43° + 57°. Quel di Newton e del P. Serpieri lo rasenta da vicino e passa per la nebulosa di Perseo e la stella 1058 della Giraffa. Il più antico di Greg e d'Herscel cammina da α Perseo ed ε Cassiopea. Altri osservatori assegnano altri punti, ma tutti prossimi ai suddetti. Certo molte stelle si possono riferire ai medesimi essendo, come osserva lo Schiaparelli, *diffusa* la radiazione di questo periodo; il caso però della radiazione *simmetrica* si verifica per noi nel quadrilatero di Cassiopea.

Questo risultato scevro da ogni preoccupazione colpì assai quell'assiduo ed accurato osservatore di questo fenomeno che è il Ch. P. Serpieri, il quale mi scrisse in data del 20 Decembre una cortesissima lettera, dalla quale estraggo il brano seguente: « Ho letto ed esaminato il suo diligente lavoro sulle Per» seidi, e mi ha colpito, come colpirà qualunque altro, la differenza dei no» stri risultati. Avrei dubitato di qualche influenza e quasi direi errore per» sonale, se già la coincidenza precisa del mio radiante con quello di New» ton, che in osservando non conoscevo, non mi facesse persuaso che gli » errori personali non sono da attendere in questo genere di osservazioni. » Potremmo subito vedere quale fu negli anni scorsi l'influenza delle va» rie posizioni degli osservatori italiani disegnando le osservazioni pubbli» cate dallo Schiaparelli. Ma ora io non ho tempo di fare questo lavoro. » Comunque sia, il fatto da lei segnalato è bello ed importante. Forse sa» rebbe anche meglio dimostrato se ci fossero trajettorie per la Giraffa per » il Lince e per il Cocchiere. Così, cioè con quel vuoto di stelle da quella » parte si resta un pò dubbî se forse qualche corrente non avesse trovato » la compagna con cui allacciarsi sui vecchi radianti. »

Con tutto il rispetto dovuto all'illustre scienziato, perciò che riguarda al dubbio emesso intorno al vuoto che scorgesi nella figura dal lato della Giraffa, del Lince e del Cocchiere, ci sia permesso di far osservare come la scarsezza relativa delle stelle cadenti per quelle costellazioni potrebbe in parte spiegarsi coll'esame delle direzioni dei movimenti relativi fra le stelle meteoriche e la terra. E quì cade opportuno il notare col Ch. Schiaparelli « come » si convenga tener conto di diverse circostanze, alcune delle quali sono » difficilissime a ridursi in proporzioni numeriche. Oltre alla posizione va-

» riabile dell'apice lungo l'eclittica, il cui effetto si traduce senza fatica in
» formole bisogna considerare 1.° la diversa visibilità delle stelle cadenti se-
» condo la maggiore o minore inclinazione che le loro trajettorie hanno ri-
» spetto alla nostra visuale: 2.° la diversa copia in cui si mostrano le stelle
» radianti da un certo punto della sfera celeste secondo che questo punto
» è più o meno vicino allo Zenit; 3.° l'incurvamento che l'attrazione della
» terra produce nella trajettoria descritta dalle meteore, in virtù del quale
» il loro punto di radiazione può notabilmente essere spostato nella sfera
» celeste (incurvamento che non dee confondersi con quello che ha luogo
» nell'atmosfera prodotto dalla resistenza dell' aria); 4.° la varietà delle ve-
» locità relative con cui le meteore cadono sulla terra: varietà che può cam-
» biare moltissimo la densità della loro caduta; 5.° la maggiore o minore
» inclinazione delle orbite meteoriche rispetto alla direzione dell' apice la
» quale fa sì che la terra impieghi un tempo più o meno lungo ad attra-
» versare correnti di eguale densità e larghezza; 6.° finalmente le diverse
» condizioni di visibilità che nascono dalla combustione più o meno rapida
» delle meteore entrate nell'atmosfera con differenti velocità relative » (1).
Fin qui il Ch. Autore. Ci sia permesso di aggiungere come nello stesso periodo di Agosto abbiamo un luminoso esempio di questa diversa distribuzione di frequenza e densità rispetto ai radianti sopra citati ammessi fin ora, in quella doppia fiumara di stelle meteoriche che rilevasi dalle osservazioni di ogni anno e da quelle del Ch. P. Serpieri, voglio dire quella che corre parallela alla via Lattea verso il SO e quell' altra ancor più copiosa verso l'ESE, come scorgesi ancora nella tavola che presentiamo. Ora non potrebb'egli avvenire che in quella guisa che si hanno in alcuni anni delle correnti di maggiore densità ed in direzione talora diverse per diversi osservatori, così se ne abbiano alcune di minore densità e per certi anni e per talune inclinazioni?

Non intendiamo punto di precipitare per questo fatto, da noi ripetutamente osservato, la conclusione che dunque abbia cangiato il radiante detto delle Perseidi fino a diventare quello di Cassiopea. Quello che ci pare di poter dedurre si è che esso per lo meno vuol essere annoverato fra i radianti parziali e come uno de'principali fra essi. Questo fenomeno trova d'altronde una non difficile spiegazione primieramente nel carattere più volte notato di radiazione *diffusa* proprio delle Perseidi, inoltre essendo retrogrado il moto

(1) Note e riflessioni intorno alla teoria astronomica delle stelle cadenti 1867.

nell'orbita delle medesime, a mano a mano che esso si sposta rispetto alle stelle fisse non potrebbe eziandio far rilevare qualche strato di meteore di maggiore densità? Finalmente, come risulta dalle belle ricerche del Ch. Schiaparelli, in quella guisa che possono aversi dai sistemi misti ne' quali una nube di asteroidi fosse aggruppata nello spazio intorno ad uno o più nuclei maggiori, non potrebbero altresì aversi de'nuclei parziali in una stessa corrente meteorica?

Checchè ne sia, altro non abbiamo avuto di mira nel pubblicare questi risultati delle nostre osservazioni se non il richiamare l'attenzione degli osservatori e dei dotti intorno ad un fatto per noi indubitato e che ci sembra meritevole di speciale attenzione per l'avvenire nell'annuo rinnovellarsi di questa apparizione del periodo di Agosto.

FLORULA DEL COLOSSEO

(COMUNICAZIONE VII.ª)

DELLA SIG.ª CONTESSA ELISABETTA FIORINI MAZZANTI

Umbellifere.

Ferula nodiflora β *Bert. Fl. It.* v. 3.° p. 372.

Caule elato, eretto; rami alterni, e verticillati; foglie arcicomposte; lacinie tenui, setaceo–filiformi, bi–tripartite; vagine inferiori amplissime; involucro nullo, diachene ellittiche, dorso piano–compresse 3 costate, margine dilatato. *Ferula communis Seb. Enum.* p. 45.

Dal finir dell'inverno insino all'estate spiccantesi dalle mura alta, robusta, e glabra, e più o meno glauca. Perenne, fiori gialli.

Daucus carota β *sylvestris Seb. Enum.* p. 40.

Caule alternamente ramoso; foglie inferiori peziolate; inciso–dentate: superiori a foglioline quasi semplici, angusto lanceolato–acuminate; involucro pinnatifido; involucelli lineari, integri, o trifidi; diachene piccole con aculei semplici sub–aristati, od uncinati.

Comunissimo nei luoghi aridi dell'Anfiteatro; fiorisce in estate.

Daucus Mauritanicus Bert. Fl. It. v. 3.° p. 168.

Villoso–ispido; foglie inferiori triangolare–acuminate; pinne primarie rettangolo–patenti; foglioline lanceolate, acute, inciso–dentate; involucro pinnatifido; involucelli bianco–marginati, semplici; fiori breve–radianti; diachene elissoidi; base aculei dilatato–subulati, apice bi–trifido–stellulati.

Infra l'erbe degli ordini superiori.

Anethum piperitum Fior. Append. al prodr. della Fl. Rom. nel giorn. de' lett. di Pisa, an. 1828.

Caule elevato, ramoso; lobi delle foglie superiori brevissimi, rigidi, crassi; umbelle scarso–radiate; diachene ovoideo–oblunghe 5. costate; vallecule

univittate. *Foeniculum piperatum Bert. Fl. It.* v. 3, p. 342. Perenne. Fiori Gialli.

Vive nei luoghi più aridi dei piani superiori.

Tordylium apulum Bert. Fl. It. v. 3, p. 445.
Foglie inferiori pinnate multijughe; ovate, base cuneate, inciso–crenate; foglioline superiori pinnatifido–lineare–acute; involucri setacei; diachene dorso–compresso–appianato, tenue 5 costate multivittate.

Sugli ordini superiori in estate.

Ammi Majus Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 113.
Caule eretto, striato, ramoso; foglie inferiori pinnate a lobi ovato–lanceolato–acuti; superiori multifide, a segmenti angusto lineare–lanceolati; involucri pinnatifidi; filiformi; diachene ovoidee 5 costate; vallecole univittate.
β *Glaucifolium Fior. Mazz.* Statura minore, volgente al glauco; foglie a lobi, integri, trifidi, od arguto-serrulati.

3° Ordine dell'Anfiteatro, e fiorisce in Settembre, ed Ottobre.

N. B. I chiarissimi Gussone, Tenore, non che altri autori hanno distinto l'*Ammi Majus* dall'*Ammi glaucifolium*, a cui il primo assegna per precipuo carattere differenziale di esso le foglioline integre, e non arguto serrate, mentre l'illustre Decandolle le nota indifferentemente nell'uno, e nell'altro modo, onde gli vien dubbio di sua autonomia. Essendo a me occorsa simigliante cosa ho stimato farne varietà, poggiando ancora su di una certa differenza di abito, e di colore. Il chiarissimo Bertoloni di nulla fa conto, e lo riporta solo come sinonimo.

Smyrnium olusatrum Seb. Enum. p. 71.
Caule eretto solcato; foglie cauline ternate, alterne; superiori opposte; cuneato–oblunghe, dentato–serrate; vagina ampliata a margine cigliato–lacero; fiori poligami; diachene valido–acuto 3 costate, vallecole late, trasverso–rugulose.

Sul podio in estate.

FUMARIACEE.

Fumaria officinalis β *densiflora Bert. Fl. It.* v. 7. p. 302.
Caule diffuso non iscandente; foglie arcicomposte; lacinie piane bi–tripar-

tite lineare–acute; peduncoli fruttiferi eretti, della brattea ovato–lanceolata più lunghi; drupeole subrugulose retuse, lato–subglobose; apice con fossetta laterale; petali rosei, apice saturo–purpurei. *Fumaria officinalis Seb. Enum.* p. 45.

Sul podio, e fiorisce in estate.

Fumaria Capreolata Seb. Enum. p. 45.

Caule e pezioli cirrosi, scandenti; foglioline lato–incise lobate; racemo densifloro; brattee dei penducoli più brevi; sepali lato–ovati, serrato–dentati; calcare lato subgloboso; drupeole mucronulate, quasi lisce; apice da fossette notate. Fiori grandiusculi, bianchi, con sommità atro–purpurea.

Vive come sopra.

Sui muri del 3° ordine occorre eziandio la varietà β Parlatore a foglioline anguste, ed a drupeole rugose.

LEGUMINOSE.

Trifolium repens Seb. Enum. p. 73.

Caule serpeggiante dalla base diffuso–ramoso; foglioline obovato–cuneiformi arguto–serrulate; stipole scariose lanceolate lungo–mucronate; capolini ascellari, peduncoli lungamente prodotti; calici della corolla assai più brevi; fiori bianchi dopo l'antesi deflessi; legume angusto toruloso.

Copioso sul podio in primavera.

Trifolium pratense Seb. Enum. p. 73.

Caule diffuso, od ascendente; foglioline pubescenti ovali, ottuse, o retuse, integre od appena denticolate, squisitamente venulose; stipole late, nervose setaceo–codate; capolini fitti ovali, solitari, terminali, o gemini, lacinie calicine cigliate, della corolla monopetala purpurea più brevi.

Negli ambulacri dell'Anfiteatro, ed eziandio sugli ordini superiori.

Trifolium Angustifolium Seb. Enum. p. 74.

Caule eretto, villoso; foglioline lineare–lanceolate cigliate, acute; stipole anguste, nervose, lungamente codate; spighe nude, terminali, conico–oblunghe; calici villoso–irsuti, costato–glandulosi; lacinie setacee spinescenti, la corolla rosea monopetala appena superante.

Sul podio, e fiorisce in primavera.

Trifolium maritimum Seb. Enum. p. 75.

Caule eretto, patulo; foglioline oblungo obovato–ottuse, od emarginate, apice sub crenulate; stipole anguste, lungo–subulate, cigliate; capolini subsessili ovato–globosi; tubo calicino striato, glabro; lacinie triangolari, acute, indi stellato–patenti, rigide. Fiori rosei. Annuo.

Sul 1.° Ordine dell' Anfiteatro.

Trifolium procumbens Bert. Fl. It. v. 8, p. 198.

Caule procombente–eretto; foglioline obcordato–cuneate, denticolate, impari a pezioletto più lungo; stipole semiovate; capolini fitti, ovali, breve peduncolati; vessillo lato–obovato, emarginato, denticolato, solcato; legume monospermo, breve peduncolato, fiori giallo–solfurei, nel disseccamento sordido–ferruginei. *Trif. Agrarium Seb. Enum.* p. 75.

Sul suolo dell'Anfiteatro.

Trifolium suaveolens Guss. prod. Fl. Sic. v. 2, p. 314.

Cauli deboli, striati, ramoso–diffusi; foglioline obovate, arguto–serrulate; stipole late, lungo–acuto–acuminate; capolini sferici, ascellari lungamente peduncolati; labbro superiore sporgente con denti bini setacei divaricati della corolla rovesciata più brevi; legumi dispermi; fiori purpureo–rosei, soavissimamente olenti. *Trifolium resupinatum Seb. Enum.* p. 75.

Comunissimo nell'Anfiteatro, e spezialmente sul suolo.

Affine al *Trif. resupinatum*, a cui dal Chiariss. Bertoloni, non che da altri botanici viene annesso; però come caratteri distinti parmi doversi in questo riguardare i peduncoli più brevi delle foglie, i calici vessicolosi, e i fiori affatto inodori; laddove nel *Trif. suaveolens* i peduncoli sono ben più lunghi delle foglie, i calici semplicemente villosi; ed inoltre i fiori spiranti soavissimo odore.

Trifolium scabrum Seb. Enum. p. 75.

Leggermente pubescente; caule patulo ramoso–procumbente; foglioline obovato–denticolate; stipole piccole, breve codate, insino al mezzo quasi connate; capolini numerosi, ovati, sessili, terminali, e laterali; lacinie calicine lineare–lanceolate, uninervi, rigide, e ricurve, la piccola corolla bianca quasi superante, legume unispermo.

Sul podio copioso in primavera.

Trifolium tomentosum Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 254.
Caule prostrato; foliole obcordato–cuneiformi, arguto–serrulate; stipole lanceolato–ottuse, scariose; capolini globosi, brevissimo–peduncolati, o sessili; brattee esigue, lanceolate; calici dopo l'antesi, vesciculosi membranacei, reticolato-tomentosi, il legume monospermo inchiudente. Fiori porporeggianti.

Infra l'erbe del podio in Maggio.

Trifolium pallidum Seb. Enum. p. 74.
Peloso; cauli procombenti od eretti; foliole obovate, leggermente denticolate ed emarginate; stipole late; apice codato–restate; capolini ovato–globosi, subsessili; corolla unipetala; lacinie calicine nervose, da base triangolare lungo–setacee, villose. Corolle bianco–rosee.

In primavera tra l'erbe del davanzale al 1° ordine.

Trifolium vesiculosum Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 254.
Glabro; caule eretto, striato; foliole obovato–lanceolate, acuminate, arguto–serrulate; capolini crassi, terminali, ovato–oblunghi; calici scariosi, inflati; lacinie subulate, acutissime della corolla assai più brevi; corolla pallido–rosea.

A tarda primavera nelle parti più umide degli ambulacri.

Trifolium supinum Seb. Enum. p. 75.
Cauli prostrati, patulo–ramosi; foglioline obovato–oblunghe, rado–villose, cigliate; stipole angusto-nervose, subulate; capolini peduncolati, subovali; lacinie calicine lineari, rigide, patenti, della corolla più brevi.

Sui davanzali del 2° ordine in primavera.

(Continua).

SU UNA TROMBA DI ACQUA SCARICATASI SUL TERRITORIO DI FANO IL GIORNO 2 SETTEMBRE 1875

NOTA

DEL SIG. CONTE ABATE FRANCESCO CASTRACANE

Impedito nelle passate vacanze da occupazioni di un ordine interamente diverso e contrario a quelle che mi sogliono intrattenere, ed obligato a lasciare quasi totalmente in disparte le Diatomee, pure mi avvenne assistere alla comparsa di un fenomeno meteorologico grandiosamente imponente e non troppo frequente ad accadere, cosicchè credo non sia per riescire discaro che ne venga testificato il processo, e ne venga registrato l' andamento. Circostanze speciali mi portarono a particolareggiato esame dei fenomeni, che accompagnarono e seguirono la meteora nel suo corso, e così fui portato a riflettere su di quelli e a ragionare meco stesso a tentare di rendermi conto di quelli e della loro paurosa violenza. Nuovo qual sono agli studî meteorologici dovrei essere a buon diritto tacciato di temerità se mi volessi persuadere, che, nel dare ragguaglio di quanto ho veduto, nel narrare le testimonianze subito dopo raccolte sul luogo, e più nell'esporre le mie riflessioni in proposito, la scienza fosse per trarne giovamento. Però credo non sia per riescire ingrato a quelli che sogliono della meteorologia fare soggetto ai loro studî, che io venga a sottoporre alla loro attenzione la narrazione delle circostanze del fenomeno, del quale in parte fui testimonio, e l' enumerazione delle conseguenze da quello prodotte di guasti e devastazioni, le quali lasciarono non dubbia prova della tremenda energia da quello spiegata.

Chi ha sua dimora in paese marittimo, o chi a sfuggire ai calori estivi o a cura di sua salute ricerca giovarsi dei bagni marini, ha incessantemente innanzi agli occhi il più attraente spettacolo nella interminata distesa del mare, il quale presenta ognora un quadro il più sublime, che incessantemente varia nell'armonia delle tinte e per gli effetti di luce. Che se pure alcuno vi sia, il quale abituato allo spettacolo del mare non senta la poesia della tranquilla distesa delle acque, che quale specchio tersissimo riflettono l'azurro

del cielo, e lievemente s'increspano al dolce alitare del vento, all'improviso corrucciarsi del mare insorgente a burrasca, alla subita vista di flutti minacciosi ed incalzantisi l'un l'altro, al rompere dei marosi, che producono forti contrasti di tinte, viene irresistibilmente attirato alla contemplazione del tremendo spettacolo, e sentesi fortemente commosso alla imponente novità della scena. Quante volte anche a me accadde, che abituato alla incantevole vista dell'Adriatico, su le di cui sponde io nacqui, non abbastanza ne apprezzassi la sublime poesia, se la mia attenzione non veniva risvegliata dalla varietà dell'aspetto del mare ora seducentemente tranquillo, ora paurosamente corrucciato. Il turbarsi dell'aria, allorchè specialmente nella stagione estiva sopravvengano nubi minacciose e temporalesche, che talvolta al guizzare dei lampi ed all' avvicinantesi romoreggiare del tuono subitamente rompano in dirotta pioggia, non manco mai presentarmi a fenestra prospicente il mare per seguire con l'occhio l'andamento del temporale su l'aperto ampio orizzonte, dove le manifestazioni della elettricità atmosferica sogliono essere più frequenti, attratte a mio credere dalla salsa atmosfera del mare.

Fra le tante meteore, che in tali occasioni mi si mostrarono, non dimenticherò mai il grandiosissimo spettacolo, al quale mi fù dato assistere non pochi anni fà, di non meno che quattro trombe di acqua, le quali in breve tratto di ore le une alle altre succedentisi potei osservare con il più vivo interesse suscitarsi a non grande distanza dal lido, e precedere una pioggia a diluvio, la quale accompagnata da grandine si rovesciò sul territorio di Fano. In tale circostanza il mare mostravasi tranquillissimo ed in così perfetta calma da riflettere la luce come limpido specchio. Il sole splendeva e nel cielo notavansi soltanto rare e sparse nuvole; fra queste attrasse particolarmente la mia attenzione una estesa nuvola a strato, la quale segnava una linea straordinariamente vicina e parallela all'orizzonte e apparentemente prossima alla superficie del mare. Nel mentre che ne ammiravo la strana figura, e a quella richiamavo l' attenzione di persona amica presente, notai la circostanza di una specie di piccolo pennello o coda, che vedevasi in un punto pendere inferiormente a quella nuvola. Poco dopo un punto della liquida superficie del mare, nel riflettere la luce diversamente dallo spazio circostante, mi fece accorto di un ribollire dell' acqua precisamente al disotto del suindicato punto sporgente della nuvola, e da quel momento fui certo esercitarsi ivi un'attrazione per parte della nuvola, e trattarsi di una tromba. Vedevasi difatti crescere il ribollimento dell'acqua a misura del prolungarsi dell'appendice inferiore della nuvola, cosicchè dopo pochi minuti vedemmo

confondersi l'estremità di quella con il vertice di un rilevamento conico dell'acqua in modo da costituire in seguito quasi una colonna lievemente inclinata all' orizzonte per la spinta della corrente dell' aria. L'avvicinarsi della nube al lido mi pose in grado di vedere perfettamente il sollevarsi dell'acqua aspirata dalla nube, e rammento bene come la tromba quasi colonna di lucido vetro mostrasse la sua forma cilindrica con una linea di maggior luce, che vedevasi segnare l'asse di quella. Nel mentre che mi sentivo rapito all'imponente spettacolo, l'istessa nube lasciò prendere da altro punto un'appendice simile alla prima, la quale ulteriormente abbassandosi formò una seconda tromba, che assorbendo altra acqua determinò un celere ingravidarsi della nube, cosicchè questa nella crescente oscurità e fra il subito turbamento del mare e del cielo appena lasciò vedere il succedere di due altre simili meteore. Intanto si aprivano le cataratte del cielo, scaricando così dirotta pioggia da non ricordarne la simile, e ben mi duole che nel momento sorpreso non mi venne il pensiero di raccogliere un poco di quell' acqua, la quale sono certo che sarebbesi riconosciuta salsa o almeno salmastra, essendo stata allora allora aspirata dal mare.

Ma senza più oltre rimpiangere le dimenticanze mie in quella occasione dirò ora di simile fenomeno meteorologico avvenuto nello scorso anno in prossimità di Fano, e (se non erro) il giorno 2 di Settembre. Di quella meteora, se io non posso tener discorso per narrarne le circostanze, che ne accompagnarono l'origine, posso però dire dell'aspetto, che presentava nel suo progresso, essendone stato spettatore, e meglio poi e con tutto il dettaglio dirne gli effetti e narrarne le devastazioni, essendomi nella susseguente mattina recato sul luogo, che ne fù colpito. Nelle ore mattutine del giorno 2 dello scorso Settembre mi ero portato allo Stabilimento dei Bagni marittimi in Fano a profittare del refrigerio delle acque e in pari tempo a sorvegliarvi la costruzione di un villino. Il sole splendeva dal mattino, ma verso il meriggio incominciarono a radunarsi delle nuvole, le quali dopo essersi mostrate per qualche tempo all'orizzonte, vennero estendendosi oltre oltre ma in masse spezzate da lasciarne per qualche tempo incerti se quelle dovessero essere apportatrici di pioggia. Però verso un'ora pomeridiana l'addensarsi delle nuvole, le quali a mano a mano venivansi estendendo mi fece sentire essere prudente cosa il ritornarmene alla città percorrendo a piedi il breve spazio, che ne disgiunge, senza più oltre attendere l'arrivo di alcuna carrozza. Simile pensiero ebbe un illustre Patrizio Romano, il quale con la sua famiglia trattenevasi su le impalcature dello stabilimento a respirare la brezza

marina e i salsi effluvi delle acque a giovamento della salute dei suoi figli. Mentre lungo la via a lui accompagnato me ne andavo ragionando, la mia attenzione venne da esso richiamata al singolare aspetto di una nuvola, che in figura di colonna sorgeva dal mare verso Levante, e conservando sempre l'istessa figura procedeva verso terra. Un semplice sguardo diretto a quel punto non mi fece per alcun modo dubitare, che non si trattasse di una tromba o ciclone, avendo ad ogni ora presente alla mente quanto io avevo veduto non pochi anni prima, del quale io ho già fatto cenno. In questa volta però la meteora per noi non si risolse in pioggia, e ben fù per noi, che avremmo difficilmente fatto ad ora a raggiungere un luogo dove rifugiarci. Non era trascorsa breve ora quando giunse a mia notizia, come dopo un'ora del pomeriggio una tromba sorta nel mare, alla distanza di un quattro miglia da Fano alla direzione di Sinigallia si fosse abbattuta su un fondo di proprietà di un mio fratello, e se ne indicavano i guasti e si reclamava l'urgenza a riparare ai danni e alla rovina della casa. Si seppe ancora, che il traversare della meteora su la spiaggia e su la strada ferrata avvenne a brevissima distanza del convoglio procedente da Ancona, cosicchè una Signora di Fano che in quello trovavasi ne fu con terrore spettatrice insieme ad altri viaggiatori.

Non è a dire con quanto interesse e con quale curiosità accompagnai nella seguente mattina il mio fratello su la faccia del luogo, mentre Esso andava a verificare i danni e a prendere subito gli opportuni provvedimenti, diffidando delle esagerazioni che in simili casi soglionsi usare dai contadini. Però la vista del luogo che fu il teatro della meteora era veramente tale da giustificare lo sbigottimento che a chiare note vedevasi scolpito in volto a quei poveri coloni. Al primo aspetto presentavasi la casa con il tetto in parte rovesciato e i coppi o scaraventati in terra oppure rivolti o rovesciati in tutti i sensi; i muri in qualche parte diroccati o crollanti, attorno alla casa vedevansi utensili sparsi, pagliai rovesciati e donne e uomini che affannavano a ricuperare e rastrellare nei campi vicini il foraggio disperso e sgominato dal turbine. Miravasi lungo la via percorsa dalla meteora alberi sradicati, viti annose strappate, grosse quercie, i rami delle quali erano stati dalla tremenda energia di quella fiaccati e divelti, e tronchi e rami e arnesi agrarii e rovesciati pagliai giacevano disseminati negli adiacenti campi a rendere nel generale scompiglio più desolante la scena. Due pesanti tinozze di legno e di quelle solite a usarsi nella vendemmia, che l'una dentro l'altra erano esposte all'influenza del sole su l'aja, vennero rinvenute a una

certa distanza dentro il recinto di un orto, ove sollevate in prima dalla bufera, da quella stessa erano state deposte. Un massiccio pesantissimo carro, il quale trovavasi avanti la casa colonica, venne per alcuni metri travolto dall'impeto del turbine contro un'abbeveratoio di macigno, che ne fù rotto in più pezzi, e quindi contro la copertura di un pozzo, il di cui muro ne fu abbattuto. Un agente di campagna, il quale pochi minuti prima passò presso la casa recandosi in legno a visitare un fondo contermine a quello di mio fratello, avvertito dal rombo avvicinantesi del turbine, sceso fortunatamente a terra posesi alla testa del cavallo, dal quale fu strappato e violentemente cacciato al piede di un olmo che avendo il tronco cariato venne spezzato a mezzo; il pover'uomo in seguito fù rinvenuto e raccolto svenuto, ma miracolosamente non ne riportò se non che lievi ferite. Alla distanza di circa un centinaio di metri da quel punto, dove quel pover'uomo fu colto fu trasportata per aria la carrozza e ridotta a minuzzoli; il cavallo (non si sà il come) spogliato dai finimenti e dà tutta la bardatura da se videsi ridursi alla stalla del predio vicino. La direzione nel progresso della meteora fu quasi normale alla linea del litorale, ma alcun poco piegando verso N-O, traversando il predio di mio fratello, ove fece i maggiori guasti, e quindi drizzandosi verso la casa o meglio l'aja del predio vicino. Ivi, dopo avere abbattuto l'uno sull'altro tre grossi pagliai, la meteora fu vista alzarsi e oltrepassare la sommità della soprastante collina, e quindi dissiparsi nell'altro versante.

L'attento esame delle suaccennate particolarità, e l'osservazione di tutte le diverse traccie lasciate dal turbine mi offerì materia a molte considerazioni. E prima di tutto dirò come la tromba nel diriggersi dal mare verso terra non ebbe da incontrare ostacoli di punti salienti su la sottile spiaggia nè sulla via ferrata che si presenta di livello, il quale livello offresi continuo in quella località non interrotto nè dalla via nazionale Lauretana, nè dal vicino campo, il quale non è ingombro da filari di viti o di altri alberi. Però all'estremità del campo e a brevissima distanza della casa colonica incontrasi una siepe di tamarigi, che perpendicolarmente venne incontrata dal turbine. Era curiosissimo il vedere in quella siepe perfettamente indicato il passaggio della meteora, mentre in quel punto la detta siepe vedevasi sfrondata e cincischiata, come precisamente suole avvenire per l'azione del dente di una mandra di pecore, le quali vengono in singolar modo attirate dalla efflorescenza salina, che riveste i rami di quell'arbusto e della quale sono in singolare modo avide. Tale circostanza m'offriva spontanea l'oppor-

tunità di misurare l'estensione di quel guasto per dedurne conseguentemente il diametro della meteora. Misurai quello spazio, e riconobbi essere la traccia così segnata di non meno di sette metri, la quale traccia mi appariva evidente ancora molti giorni dopo nel traversare la località, a qualche distanza, su la strada ferrata. Nell'osservare la cosa da vicino vedevo non solamente che i rami erano spogliati della loro minutissima fronda, ma notavo come molti rami ne erano divelti e troncati con rottura orizzontale da far chiaramente intendere come quelli fossero stati strappati per azione esercitatasi da sotto in sopra. Mi parve non poter dubitare come il vedere troncati quei rametti mi dessero prova della tremenda energia della meteora meglio che il mirare rovesciati pagliai o alberi schiantati. Il considerare quelli esilissimi rametti del tamarigi, che vedevo mozzati, mi ricondusse alla mente il famoso apologo dell'annosa quercia e dell'umile canna, la quale canna all'infuriare del turbine piegandosi a terra, dopo il passaggio di quello si rileva e vede miseramente schiantata l'orgogliosa vicina, la quale poco prima aveva schernito il piegare ad ogni vento dell' esilissimo vegetale. Parvemi, che la rottura di quei rametti rivestiti soltanto da minime fogliolline, mi prestasse argomento non solamente a considerare la paurosa violenza del turbine, ma ancora che mi porgesse un dato a calcolarne *con qualche approssimazione* la forza, mentre la rottura di ciascuno di quelli doveva attribuirsi ad un filetto della tromba press' a poco corrispondente al diametro del rametto. Alle replicate prove per conoscere lo sforzo occorrente a schiantare un esilissimo rametto di tamarigi ho ritrovato che occorreva una tensione di non meno di cinque chilogrammi per determinare la rottura di un rametto di due millimetri sotto una trazione esercitata in senso verticale. E notisi che nel ripetere tale esperienza io era obligato a stringere il ramo in un morsetto, la di cui pressione determinava una qualche lesione nelle fibre lignose. Calcolando per tanto su tale base e moltiplicando per cinque chilogrammi il rapporto dell' area totale della tromba o ciclone per quella del rametto di prova dovrei valutare la forza di quella meteora a sessantuno milioni duecento cinquantamila chilogrammi! Non intendo menomamente dare per esatta una tale valutazione; però quantunque nel nostro caso potesse credersi esagerata la forza della meteora osservata, dovrà pure riconoscersi non essere arbitraria nè improbabile, quando specialmente voglia riportarsi alla colossale energia già segnalata nei tanto temuti cicloni, che sono lo spavento dei naviganti nei mari delle Indie.

Fra le circostanze del fenomeno e dei suoi effetti da me osservati in questa occasione, nel mentre che mille diverse accidentalità mi dimostrarono

come quello ebbe un'azione lateralmente circoscritta, così che presso il punto dove il turbine esercitò la più spaventosa violenza oggetti di piccolissimo peso non furono turbati, pure una forte anomalia si presentava nel vedere che i maggiori guasti e le rovine, che attestavano il passaggio della meteora non segnavano ovunque una linea nella direzione indicata di N.O. , ma in qualche punto segnò una direzione quasi normale a quella, allontanandosene per forse un centinaio di metri. Così, nel mentre che la tromba investì la parte posteriore della casa colonica lunga non meno di venticinque metri, esercitò la sua forza in particolar modo alle estremità di quella, specialmente rovesciandone il tetto, e quindi alla distanza di oltre a cento metri nella direzione dell'asse della casa si segnalò la sua tremenda azione nel rovesciamento di tre grandi pagliai. Questo poi veniva confermato dalla deposizione di un contadino il quale accortosi dell'imminenza del turbine nel correre ad assicurare le fenestre vedeva la tromba, che si avanzava, portarsi da dritta a sinistra e da sinistra a dritta. Tale testimonianza mi suggerì la probabile se non anche certa spiegazione di simile anomalia facendomi intendere, che non solamente il movimento della meteora era vorticoso, come lo attestò qualche ceppo di vite, che vedevasi attortigliato, ma che il suo moto vorticoso nel progredire almeno per qualche tempo rivolgevasi attorno un asse immaginario. Io non so non persuadermi che la tromba di acqua non sia determinata dallo stato fortemente elettrico di una nube, la quale, ritrovandosi a breve distanza dal mare carico di elettricità di nome diverso, è attratta e reciprocamente attrae a fine di ristabilire l'equilibrio. Ammessa tale ipotesi, la quale sembrami la più consentanea al vero secondo ciò che dovetti osservare, quando ebbi la sorte di vedere esattamente il nascere e lo sviluppo di simile fenomeno , mi pare potermi rendere agevolmente conto della suindicata anomalia nel divergere di quella meteora dalla linea di progressione per un moto doppiamente vorticoso. Ogni nube può considerarsi come un galleggiante, il quale nel suo ondeggiare è sollecitato dal vento, che lo spinge. In tale condizione se una nube fortemente elettrizzata si troverà ad esercitare un'attrazione sul mare o su la terra sottoposta, il punto per il quale si eserciterà l'attrazione sarà necessariamente il più basso : ora dato che la nube sia a strato ed inclinata, il punto più basso e attraente sarà su la periferia ; nel qual caso il vento che sospinge la nube nel farla ondeggiare farà che il punto di attrazione vada continuamente cambiando , percorrendo successivamente la periferia della nube, e quindi nel suo moto vorticoso si vedrà progredire disegnando con piccoli circoli una circonferenza

maggiore. Così nel nostro caso la tromba nel progredire nella direzione di N.O. avrebbe su le prime oscillato grandemente, e giunta alla linea della casa colonica avrebbe quasi cangiato direzione, fin che ripreso il suo corso avrebbe più regolarmente progredito fin al punto che ristabilitosi l'equilibrio elettrico non potè più aver luogo alcuna attrazione, e la tromba si disperse.

Ma io mi lasciai andare troppo lontano, e mi persi a presentare delle ipotesi e ad escogitare delle spiegazioni di fenomeni appartenenti a un ordine totalmente alieno a quello dei miei studj. A chi mi movesse rimprovero di tale temerità (quale io per il primo riconosco), a mia scusa dirò non avere io inteso, con quanto ho discorso su ciò che ho veduto o constatato sul luogo in riguardo alla tromba di acqua scaricatasi sul territorio di Fano, se non che narrare le circostanze di un fenomeno meteorologico fortunatamente non frequente ad accadere e ad osservarsi; reputando poter riuscire non inutile alla scienza meteorologica l'avere una volta di più registrate le circostanze di quello ancorchè non nuove. Che se in pari tempo osai esporre l'idea, che mi sono formato della natura e del processo della meteora, questo fu per coordinarne le circostauze e spiegarne le anomalie, allo scopo principalmente di apprenderne la vera spiegazione da quelli, che essendosi occupati di meteorologia potranno e vorranno illuminarmi con farmi conoscere quello, che più veramente se ne debba pensare.

DISCUSSIONE SOPRA LE CONCLUSIONI DI UN ARTICOLO DEL CH. PROF. P. MONTE DI LIVORNO INTITOLATO *CONSIDERAZIONI SUI SISMOMETRI*

NOTA

DEL CAV. PROF. MICHELE STEFANO DE ROSSI

Non senza dispiacere nel discutere le conclusioni esposte dal Ch. amico e collega di studio Prof. Monte nelle sue *Considerazioni sui sismometri*, dovrò dichiarare di non poterle accettare. Il predetto amico nel citato suo lavoro ha per iscopo principale il dimostrare che gli esperimenti da me fatti e pubblicati (1) per porre in sodo la scoperta dei movimenti microscopici del suolo, ossia *microsismici*, erano fallaci, perchè i detti movimenti potevano esser prodotti da cause diverse non telluriche. La discussione fredda, particolariggata, ed altrettanto amichevole e scientifica sopra materia tanto importante e nuova non può essere intrapresa senza una analisi alquanto complicata d'ogni singolo argomento. La quale analisi perchè proceda il più speditamente possibile ho divisato farla succedere partitamente ad ogni punto trattato dal Monte riferendo prima testualmente le parole del Ch. mio oppositore. Così spero non lasciare senza esame veruno degli argomenti addotti dal Monte, e per conseguenza niun punto della quistione non chiarito. Incomincio adunque dal riferire per parti, come ho detto, l'articolo del Monte. Ecco il primo punto:

Sempre più mi confermo nella opinione, espressa alcuni mesi addietro, che la soluzione dell'intricato problema dei piccoli moti nei pendoli liberi, non debba essere troppo lontana, per la vigoria e sollecitudine, che gli sperimentatori, mostrano da qualche tempo, in questo argomento. E se il troppo facile amor di parte, non distoglie le menti dal *provare* e *riprovare*, esaminando severamente i fatti e bene insieme collegandoli, questi sono già tanti e così spiccati, che pochi passi rimangono a fare per trarne, con certezza, una conseguenza giusta. Ma ci vuole grande pacatezza di animo e un po' di forza per rigettare anche le proprie opinioni o teorie, quando abbiano minori prove di probabilità, appetto di altre contrarie; in questa guisa il vero facilmente si trova. Anche io sono avvolto in questa spinosa questione, nella quale ho emessa una mia teorica, da alcuni ammessa, da altri rigettata. Assicuro per altro, il lettore che quando mi si rechino salde prove in contrario, io, pel primo, la rigetterò; ma finora le prove contrarie mi paion deboli, e gli argomenti miei, più forti. Scopo di questo scritterello è di fare amichevoli e rispettose osservazioni ad uno scritto del sig. prof. Michele Stefano De-Rossi, letto all'accademia dei Lincei di Roma nel gennaio scorso, nel quale discorre di un gran numero e sva-

(1) Primi risultati delle osservazioni fatte in Roma ed in Rocca di Papa sulle oscillazioni microscopiche dei pendoli. (V. Atti della Pont. Acc. dei Nuovi Lincei, Anno XXVIII Sess. II.ª Gennaio 1875).

riate osservazioni da lui fatte sui pendoli in Rocca di Papa ed in Roma, dove ha sperimentato anche sotto terra, alla profondità di forse venti o più metri. È un bel lavoro, condotto con molta disinvoltura; io auguro al sig. prof. De-Rossi pazienza a continuare le osservazioni, persuaso che porteranno utilità non poca alla scienza. Siccome in tutto il suo ragionamento, sembra aver in mira di abbattere la mia teorica, qualunque sia, io ne ricorderò le prove; e dalle poche osservazioni, che verrò facendo al suddetto scritto, ne emergerà che il sig. De-Rossi, nulla prova contro di me.

Comincio con distinguere due maniere di vibrazioni pendolari microscopiche, come ho sempre fatto ne'miei scritti, pognamo che le parole fossero diverse; chiamo *piccole* quelle che non arrivano a un decimo di millimetro; *grandi* quelle che passano un decimo e possono superarlo di assai. Piccole o grandi, i miei avversari, le attribuiscono a veri scotimenti tellurici, della natura dei terremoti, dai quali non si differenziano, fuorchè per la intensità. La qual cosa io non ammetto, conciossiachè abbia prove in contrario, le quali spiegano quei fenomeni naturalmente, senza ricorrere ad una causa troppo dubbia.

Rifacendomi dalle vibrazioni piccole, dico che, a parer mio, nulla hanno di comune coi terremoti, e, se non mi sbaglio, la mia asserzione è rigorosamente provata dai seguenti fatti.

1. Molte volte ho sperimentato sul pendolo di dodici metri e mezzo di lunghezza, oscillazioni verticali, che finivano con trasformarsi in vibrazioni pendolari. Il sig. De-Rossi ha osservato il moto longitudinale, ma non il pendolare; io lo credo anzi una conseguenza necessaria, secondo le leggi della meccanica. Il filo difatti, non potendo essere perfettamente diritto, nei moti longitudinali, succedono, per necessità, trazioni laterali oblique, le quali producono moti pendolari nei corpi sospesi. Non potendo il filo essere perfettamente diritto, ne seguita che la congiungente del punto di sospensione e del centro di gravità della sfera non coincide coll'asse del filo sinuoso; se quindi avvenga un moto sussultorio, sarà tratto ora da un lato ed or dall'altro, la sfera gira come su di un asse orizzontale e termina con moti pendolari; ho veduto questo fenomeno, ripetendo le sperienze del Cavalleri. A chi obbiettasse che in moti così rapidi, la sfera deve restar immota, per ragion d'inerzia, risponderei che quella legge di meccanica è vera in teoria, ma non lo può essere in pratica, dove non si verificano le ipotesi della teoria; io non ho fatto l'esperienza, ma scommetterei, che guardando la lamina di vetro col microscopio, contro la quale si scagli col fucile una palla dura, mentre vien bucata, pure si debba muovere; e in teoria si dice il contrario: il mio dubbio non è una prova, ma la prova è già data dall'osservazione antecedente.

Non dovrò certo ragionare intorno a quest'ultimo argomento basato sopra una supposizione di risultato da ottenersi con un esperimento non fatto. L'Autore dice aver io osservato i moti *solo longitudinali*, ossia le oscillazioni orizzontali che esso poi divide in due classi, le inferiori, cioè ad $\frac{1}{10}$ di millimetro, e le superiori a questo limite. Ammessa questa divisione mi è necessario chiarire qualche particolare delle mie esperienze alquanto più spiccatamente di quello che feci nella citata memoria per mostrare come queste prime osservazioni del Monte non le feriscano punto. Io ho sperimentato sotterra nelle rocce, e sopra terra negli edifici. In ambedue le condizioni ho veduto i moti *piccoli* e *grandi*; ai *piccoli* ho sempre nei miei scritti attribuito poca importanza per ora, amando meglio di studiare le fasi dei *grandi* come quelli che più probabilmente si sottraggono alle cause vibratorie di minima potenza. Quindi è sempre dei *grandi* che ho inteso parlare, come lo dimostrano anche il confronto fra le tavole grafiche e comparative delle osservazioni da

me fatte coi relativi ragionamenti del testo.[1] Ciò posto aggiungo che le oscillazioni verticali, delle quali parla il Monte, capaci di trasformarsi in orizzontali, non entrarono punto nel campo delle mie attuali ricerche per la ragione che ho costantissimamente osservato queste oscillazioni essere più che rarissime sottoterra (sperimentando però con pendoli senza parte spirale nel filo) ed essere in vece più che frequentissime per non dire quasi continue negli edifici e massime nelle città. Ma l'esperienza pure mi ha convinto che dove queste oscillazioni verticali ordinarie si verificano, giammai si trasformano in oscillazioni orizzontali superiori alla classe delle *piccole*, ossia sono sempre inferiori ad $\frac{1}{10}$ di millimetro, che anzi non raggiungono neppure questa minima ampiezza. Aggiungerò pure per l'esattezza dei miei dati, che sotterra ho sperimentato con pendoli di lunghezza e pesi diversi, il cui massimo è di m. 3.30 con massa pendolare di circa dodici kilogrammi; e negli edifici ho adoperato pendoli pure diversi, ma giammai maggiori di m. 1.50 con peso di gr. 100.

Dunque la giusta legge meccanica invocata dal Monte della trasformazione necessaria del moto verticale in orizzontale, dall'esperienza è dimostrata non produrre nel pendolo moti *grandi*, quali sono quelli intorno ai quali io ho istituito le mie principali indagini, e sulle quali soltanto è fondato l'edificio delle mie conclusioni in favore dei movimenti microsismici del suolo.

2. Brevi sono i momenti in cui il pendolo lungo non vibra trasversalmente, a guisa di corda armonica; spesso queste vibrazioni vengono enormemente ingrandite pel passaggio di carri o legni a distanza grandissima, che appena si sentono. Anzi talvolta il romore non si sente ancora, che il filo già vibra forte: molti videro questo fenomeno; lo stesso sig. De-Rossi ne rimase maravigliato nella prima visita, gentilmente fatta a questo Osservatorio.

Quì dovrei ripetere i ragionamenti che dicevo dianzi; queste vibrazioni debbono terminare con moti pendolari; ed ho qualche volta osservato che veramente così accade. Il sig. De-Rossi ammette questi moti, ma non crede che siano prodotti da romori; se osserverà i pendoli in momenti di quiete e in quell'istante si generi un romore, non dubito che vedrà la verità di quanto io affermo.

Le cose dette di sopra chiariscono anche ciò che si riferisce a questa seconda parte del medesimo argomento. È questa la parte del fenomeno che può dirsi speciale, domestica ed urbana, e per me nell'effetto *piccola*, quindi estranea come ho detto alla parte fondamentale del mio ragionamento. Quanto poi alle indagini speciali su ciò, alle quali mi invita il Ch. amico dirò francamente di non averle punto trascurate, ed essere in via di portarvi qualche luce, ma ognuno intende non essere di questo luogo l'entrare a discuterlo per non arrestarmi sopra un punto necessariamente lungo, e dimostrato non essenziale nella discussione.

3. Ho molte volte osservato che scaldando i tubi, che racchiudono i pendoli, questi prendono un moto più o meno sensibile, a norma della variazione di temperatura; ed è troppo na-

turale che debba così succedere, imperciocchè la variata temperatura sviluppa correnti d'aria, che urtano i pendoli, modifica la condizione melecolare dei fili, i quali debbono contorcersi o distorcersi; ed essendo sempre di forma a guisa di sinusoide, in queste torsioni, avviene la vibrazione pendolare. Le piccole variazioni termiche, che avvengono naturalmente, debbono produrre, non è dubbio, proporzionali effetti; le masse, in questo caso, prendono un moto rotatorio, intorno ad un asse verticale; ed il filo, foggiato a spira, vien tratto qua e là ed il moto si trasmuta in pendolare.

Quest'esperimento io non l'ho punto tentato, perchè mi sembrava così violento da non poterlo punto paragonare alle variazioni lente e naturali della temperatura, le quali perciò non credo che possano produrre gli effetti che se ne ottengono colla violenza artificiale. Ma comunque ciò sia io sto al fatto del quale ho cercato appurare con ogni diligenza la verità; cioè che i periodi di oscillazione *grande* dei pendoli non hanno relazioni di sorta colle variazioni naturali della temperatura neanche quando questa per isquilibri straordinari si avvicini un poco alla violenza delle variazioni artificiali predette.

4. È più di un anno che faccio osservazioni sullo spostamento della verticale e già ne diedi ragguaglio in uno scritto, recentemente pubblicato, nei quali sperimenti è, a rigore, dimostrato che la verticale cambia periodicamente nelle diverse stagioni dell'anno, per effetto termico dei raggi solari sui fabbricati. Io non potrei asserirlo con certezza, ma sembrami, per osservazioni molto prolungate, che quest'effetto non sia graduale e regolare; i muri, pare che nel dilatarsi o contrarsi, producano urti ed avvengano rotture, a guisa di quelle, che sentiamo nei mobili in tempo di grande siccità, per azione igrometrica; se questo fosse, noi avremmo una causa naturalissima per spiegare i piccoli moti dei pendoli. Ma anche prescindendo da questo, lo spostamento della verticale per effetto termico, deve produrre vibrazioni; difatti, confrontando le ampiezze delle oscillazioni del nostro pendolo maggiore, nel piano del muro, che si confonde quasi col meridiano, le troviamo maggiori che nel piano perpendicolare, ossia nell'equatore. Confrontando le ampiezze nei medesimi piani per un altro pendolo lungo nove metri e mezzo, siamo condotti alle stesse conclusioni; dunque è fuori di ogni dubbio, che l'azion termica determina vibrazioni nei pendoli; se non fosse l'azion prevalente del calorico, quelle vibrazioni dovrebbero essere maggiori nel piano dell'equatore per causa della rotazione diurna della terra sul proprio asse.

A convalidare l'idea della azione termica il Monte richiama le osservazioni da lui fatte sullo spostamento della verticale. Intorno a questo punto io ho espressamente nella mia memoria sospeso il giudizio sembrandomi mancare ancora un bastante cumulo di dati per risolverlo. Ma con questo non intendo nè oppormi, nè diminuire il valore degli studi del Monte su ciò. Osservo soltanto che questo spostamento essendo un fenomeno lento e tranquillo è di un ordine totalmente diverso dal momentaneo e vibratorio delle oscillazioni. Ma anche il Monte a dir vero qui non entra nella quistione dello spostamento; soltanto egli osserva che come la curva degli spostamenti, secondo la sua esperienza segue la termica saltuariamente, e per questo fatto sembragli anche dimostrato avvenire alterazioni nei muri, così le oscillazioni potrebbero avvenire senza coincidenza esatta colle variazioni di temperatura in conseguenza però della medesima, quando si determini come scossa nel muro per

spacchi od altre rotture prodotte dal calore o dal freddo accumulato. Ma in questo caso dovrebbe il Monte dimostrarci che ogni deviazione della curva dello spostamento della verticale fu preceduto od accompagnato da un periodo di agitazione orizzontale, ossia di oscillazioni, il cui risultato e conseguenza dovrebbe essere stato il mutamento del punto d'appiombo. In questo caso solo apparirebbe un qualche nesso fra i due fenomeni.

L'osservazione poi del piano delle oscillazioni predominanti nel senso del meridiano sopra quello dell'equatore sarebbe di qualche importanza se si dimostrasse poter esser conseguenza unicamente del calore. Ma poichè moltissime altre cause possono influire su ciò, l'argomento non val punto. Anche nei veri terremoti troviamo un predominio generale nel senso del meridiano. Troviamo anche un' influenza speciale sulle direzioni delle onde sismiche dalla direzione delle fratture geologiche del suolo. E finalmente il fatto materiale citato dal Monte stesso dell'essere il muro che sostiene il pendolo orientato parallelamente al meridiano, può essere una cagione puramente meccanica della disposizione della massa muraria a muoversi in quel senso.

Finalmente dato e non concesso nel nostro fenomeno l'effetto tardivo e saltuario nei muri della causa termica, come potrà poi ammettersi la contemporaneità del suo operare sugli edifici e sulle rocce di nature diverse, ed a profondità diverse del suolo. Le mie osservazioni hanno costantemente dimostrato che i giorni, ossia i periodi di moto appariscono contemporaneamente sotto terra e sopra terra, e tanto in Roma quanto in Rocca di Papa, ed il più delle volte coincidono anche colle oscillazioni microscopiche di Firenze, Bologna e le agitazioni sismiche del Vesuvio. Se l'accumularsi del caldo e del freddo fosse causa delle nostre vibrazioni pendolari, tale effetto dovrebbe comparire senza sincronismo nei vari luoghi determinandosi, variamente secondo la varia conducibilità e dilatazione dei corpi.

Ma intorno a questo punto speciale tanto gli argomenti del Monte quanto le mie risposte, tranne l'ultima, non sono di grande importanza nè perentorie per l'una o per l'altra parte. È nel complesso dei fatti che il lettore deve giudicare, e sopratutto nel complesso delle osservazioni sulle quali si fondano i risultati dello studio microsismico.

5. Mi avvenne molte volte di osservare che la caduta di pioggia, benchè non abbondante, produsse vibrazioni più o meno ampie; la pioggia modifica per umidità ed abbassamento od elevamento di temperatura, le condizioni di equilibrio molecolare alla superficie della terra; è naturale supporre che si generi moto anche a grandi profondità: i pendoli vibrano. In questi casi, come nei casi di arsura, si producono, probabilmente, screpolature o rotture e quindi moti più o meno risentiti, che noi non possiamo calcolare, mancando degli elementi opportuni, che forse

non avremo mai, giacchè non sappiamo i molti fenomeni, che hanno origine alla profondità di un solo metro sotto terra. Tuttavia, i grandi fenomeni di valanghe e scoscendimenti di terreno, che nelle pioggie prolungate avvengono, ci danno facoltà a congetturare che le piccole pioggie possano produrre fenomeni anche maggiori dei microscopici, che noi osserviamo nei pendoli.

L'aver osservato molte volte la coincidenza della pioggia col moto microscopico, non costituisce un argomento per trovare in quella la causa del moto medesimo; la qual causa poi verrebbe meno in tutti i casi di non coincidenza dei due fatti. Ma qui osservo che quando il Monte ricerca una causa sia termica, sia igrometrica che agisca sul suolo, egli implicitamente ammette che è il suolo che si muove, e ristringe la sua tesi alla ricerca della ragione per la quale la terra sia costretta a vibrare. Ed in questo caso egli ammette i moti microsismici. Quanto poi alla forza motrice che li produce, la scienza dovrà occuparsene dopo constatate almeno in buona parte le leggi che dominano nel fenomeno; ed intanto ci è lecito il parificarlo all'altro noto fenomeno cui somiglia nell'effetto, che è il terremoto. Anche il vero terremoto sappiamo non essere sempre proveniente da dinamismo endogeno, ma pure lo chiamiamo sempre terremoto. Quindi la constatazione del fenomeno microsismico non ne pregiudica la quistione delle cause che potrebbero pure rinvenirsi molteplici e svariate.

6. Già da molto tempo ho collocato sulla terrazza di quest'osservatorio, una meridiana iconantidiptica, a prisma, del nostro Amici, pel passaggio preciso del sole al meridiano; in questi ultimi mesi, volendo determinare esattamente la correzione da applicarsi, mi trovai impacciato non poco e credo che la correzione esatta non si possa avere. Con un buon Cronometro marino, confrontando l'ora del passaggio, la meridiana non si trova mai d'accordo; gira, seguendo l'azion solare sul palazzo. Questo fenomeno parrebbe inutile riportarlo, essendo una disperazione ben cognita per gli Astronomi; non è tuttavia superfluo rammentarlo, per far vedere pure in altro modo, quanto può il calorico agire sui pendoli, nelle vibrazioni loro microscopiche. Se il fabbricato fosse a pareti metalliche, si potrebbe ammettere una dilatazione regolare, incapace forse di produrre urti; ma essendo eterogeneo e grandi quantità di materie diverse e variamente dilatabili, concorrendo a formarlo, dilatandosi queste o contraendosi pel calorico, è ragionevole assai di ammettere, che succedano urti e rotture come già ho fatto osservare altrove; è dunque molto verosimile che le piccole vibrazioni sieno generate da questo agente, che domina tutta quanta la natura. Il sig. De-Rossi à pag. 4, racconta certe minute attenzioni nel collocar pendoli a Rocca di Papa, e tra l'altre, quella di scegliere la stagione estiva, perchè allora le correnti, le dilatazioni dei mari e delle rocce, si fanno più sentire; sono molto da lodarsi queste attenzioni, ma le credo di poco valore. A ridosso di una montagna (che è il caso di Rocca di Papa) e tanto più dentro della montagna, non è la temperatura di oggi o di ieri che deve contare, ma è quella di chi sa quanti mesi addietro, che si dovrebbe calcolare per veder l'effetto, che si produce dal calorico, stentando questo a propagarsi attraverso di quei corpi e produrre i suoi effetti; non saprei quindi qual confidenza meritino le sue osservazioni e attenzioni, non avendone una lunga serie. Nè mi dica che io porto l'identico fatto nella mia meridiana, perchè non regge il paragone, essendo la meridiana fissata su di un muro esterno, battuto dal sole, e i pendoli del sig. De-Rossi collocati dentro la montagna a varie profondità.

Nelle risposte precedenti è già detto abbastanza per rispondere anche a questa ultima osservazione della meridiana solare. Non sarà inutile però il

ricordare a proposito delle esperienze da me fatte in Rocca di Papa, che i pendoli erano collocati in tre condizioni diversissime relativamente all'azione termica. Una grotta è scavata nella lava basaltina, un'altra è nel tufa nerastro composto di scorie vulcaniche, e finalmente la terza stazione è nella casa di abitazione. Anche i livelli dei tre osservatori sono diversi, e sopratutto ben diverse sono le condizioni termiche di Rocca di Papa e di Roma con 700 circa metri di differenza d'altitudine. Tra la Rocca e Roma vi è anche differenza sostanziale mineralogica nella base delle rocce stesse vulcaniche, essendo feldespatiche le romane, e silicee quelle de'colli Albani e Tusculani. Malgrado tante varietà, ripeto i periodi di moto e di quiete furono e sono mai sempre simultanei, e siffatta simultaneità non potrebbe verificarsi mediante l'azione termica necessariamente varia in condizioni e sopra masse variate.

Questi sei fatti sono, parmi, sufficienti a farci conchiudere che le piccole vibrazioni dei pendoli, non hanno nulla che vedere coi veri terremoti, essendo conseguenze di altre cause più semplici. E siccome possono quelle cause farsi sentire più su di un punto che su di un altro, benchè vicini, noi abbiamo anche la spiegazione della diversa ampiezza delle vibrazioni in pendoli poco discosti; il fenomeno in questa guisa si semplifica assai. Certo, ammettendo che la terra vibri di continuo, la spiegazione sarebbe più ovvia, ma non la più razionale.

Venendo alle vibrazioni grandi, anche qui non farò quasi che ricordare ciò che altre volte mi venne detto. La causa principale di questi moti bisogna cercarla nell'urto del vento. Ho paragonato in varie maniere la forza del vento con la maggiore o minor ampiezza dei moti pendolari e sempre sono condotto al medesimo risultato, cioè che le ampiezze seguono la ragion diretta della forza del vento; mi sembra dunque conseguenza necessaria che il vento sia la causa del moto dei pendoli. Lo stesso sig. prof. De-Rossi, che vide i miei stromenti in epoche di vento forte, non potè a meno di far le maraviglie sulla grande agitazione loro. Qualche volta, è vero, accade di osservarli quasi tranquilli, specialmente d'estate; ma la cosa riesce spiegabile, ammettendo che per sua minor densità, l'aria non possa esercitare un effetto così energico come nelle altre stagioni. Dalle osservazioni simultanee riportate dal ministero d'agricoltura, si vede che Lecce è località battuta assai dal vento; io credo che un pendolo in quella città debba mostrarsi spesso spesso agitato; vedremo quando sarà collocato se la mia previsione si verificherà. Come ho sempre detto, ora ripeto di nuovo a'miei contradittori; dimostratemi con brava serie di osservazioni che il sismometro non segue la ragion dell'intensità del vento ed io comincierò a dubitare del fatto mio; questa prova non l'hanno ancora data e credo non la daranno giammai; sarebbe un bel lavoro a favor loro, dimostrare con ampia serie di osservazioni del sismometro e dell'anemometro, che l'uno non ha nessun legame coll'altro o meglio che i loro valori sono reciproci. Spesso si contentano di affermare che il tal giorno il vento traeva forte e i pendoli dormivano; per contrario il tal altro giorno la atmosfera era calma, e i pendoli si mostravano agitati. Ma questo non fa nulla contro la mia ipotesi, perchè io ho sempre ammesso che qualche volta vi possano essere dei piccoli terremoti; e sarebbe stoltezza non ammetterlo. Ma sarà poi indubitato che in questi casi il fenomeno sia veramente dovuto ad un terremoto microscopico? ne dubito assai: esaminando attentamente il Bullettino Internazionale di Parigi, mi sembra trovar un appoggio al mio dubbio. Accade spesso che a Livorno abbiamo calma, mentre in altre stazioni più o meno lontane, infuriano spaventevolmente gli elementi atmosferici ed il mare; crederei non andar errato, ammettendo che questi forti sconvolgimenti generali, possano far sentire il loro influsso anche dove non si penserebbe e produrre piccoli effetti nelle nostre regioni. Quest'azione esercitata a distanza da gigantesche forze, ci potrebbe spiegar benissimo l'effetto quasi simultaneo, mostrato sui pendoli di varie stazioni italiane, come è detto dal

signor prof. De Rossi; dalla qual simultaneità egli ne tira un argomento contro la mia ipotesi; il quale argomento non mi sembra troppo forte per le ragioni qui sotto e perchè farebbe d'uopo prima dimostrare che uno squilibrio atmosferico generale di Europa, non può far vibrare di qualche decimo di millimetro un pendolo libero in Italia, quando pure l'aria quivi paia calma; la quale impresa mi sembra difficile.

Poche parole debbo spendere a rispondere a questa parte, che è l'introduzione ad un altro ordine di osservazioni del Monte, sia perchè esso stesso svolge poi ciò che qui soltanto accenna, sia perchè lo studio che qui esso lamenta come non tentato, fu effettivamente compiuto da altri. Il confronto fra la forza del vento, ed i periodi di agitazione microsismica fu appunto pubblicato testè dal P. Melzi di Firenze in appendice ad una memoria del P. Bertelli sui moti microsismici (1). Da quel lavoro, risultò appunto la indipendenza dell'uno dall'altro, che il Monte ammette dover riuscire di grave importanza a favore della teoria microsismica. Quanto all'esistenza di luoghi nei quali la forza del vento possa aver una azione speciale come forse a Lecce, nulla osta ad ammetterla; e quindi ne dedurrei solo che quei luoghi sarebbero poco adatti alle osservazioni microsismiche per l'elemento perturbatore che forse vi agirebbe. Intorno a ciò ho già ragionato nel Bullettino del Vulcanismo Italiano (2).

Il Monte ammette che le agitazioni nei giorni di calma possano veramente talvolta provenire da terremoti microscopici. La quistione dunque va riducendosi anche per questa giusta riflessione del nostro avversario alla ricerca soltanto della frequenza di siffatti moti tellurici, i quali quando sieno anche veramente tellurici producono nel pendolo movimenti analoghi agli altri forse prodotti da altre cause. Ma qui non so se il Monte abbia riflettuto, che tranne il caso raro di movimenti brevi ed isolati in qualche giorno, le agitazioni verificate nelle giornate libere dal vento, non sono momentanee come i terremoti sensibili, ma continue per molte ore e giorni, similmente gli altri periodi sui quali si quistiona. La causa sismica adunque sarebbe in quei giorni simile alla ventosa.

Quando poi il Monte ci propone di attribuire le oscillazioni del pendolo durante le calme atmosferiche locali alle tempeste lontane, torna a mio credere alla ricerca della causa ammettendo la vibrazione nel suolo. Sarà dunque una nuova tesi da porre allo studio, quella cioè dei terremoti cagionati dai movimenti atmosferici.

Ma poi nelle grandi oscillazioni non ci entrerà il calorico solare? non ci entrerà una causa igrometrica del suolo? queste cause è forse difficile che agiscano per una grande estensione?

(1) V. Atti della Pont. Acc. de'Nuovi Lincei 1875, Sessione III.
(2) Bull. del Vulcanismo Italiano Anno I.

Nessuna causa più probabile di questa. Simili forze non sono forse capaci di quei piccoli effetti? Già più sopra ho detto che varie volte, per pioggia anche non abbondante, vidi agitarsi i pendoli. Noi limitiamo troppo, senza conoscerli bene, gli effetti di questi agenti della natura, non dobbiamo escluderli, o riputarli insufficienti appunto perchè ignoriamo i loro legami. Aspettiamo a conoscerli e poi sentenzieremo; altrimenti il nostro raziocinio non sarebbe diritto. In buona sostanza, uomini celebri per grande scienza, la pensano come me nella presente questione: appunto per questo procoro di dimostrare che la mia ipetesi, forse meglio delle altre, spiega i fenomeni. Non mi dilungo a ripetere altri ragionamenti già fatti in circostanze analoghe, per non tediare troppo il lettore; giacchè sembrami che questi pochi cenni, bastino a dimostrare che i moti dei pendoli debbano attribuirsi, in generale, ad urti e non a scotimenti tellurici.

L'estate lo potremmo chiamare il periodo della calma per i pendoli, avendo in questa stagione poche o punte burrasche di vento e di mare; ma se queste avvengono, anche i pendoli si agitano, quasi come nel resto dell'anno, tenendo conto della minor densità dell'aria. Se vogliamo trovare la ragione di questi lunghi riposi dei pendoli, basta dare una scorsa al bullettino internazionale di Parigi; in quest'epoca tutta Europa è calma. Osserviamo invece i mesi d'inverno, i più critici pei pendoli, e non tarderemo a vedere che tutta o quasi tutta Europa, si trova sconvolta nell'atmosfera e nel mare. Se, a spiegare i veri terremoti non dubitiamo di ammetterne la propagazione per ragione di elasticità nel suolo, pur ammettendo un centro di vibrazione dal quale partano, non saprei per qual ragione si debba rigettare l' ipotesi che urti più piccoli si debbano spegnere. È dunque evidente la ragione dei moti grandi che si osservano d'inverno, e della calma che si osserva d'estate nei pendoli. D'inverno abbiamo di più il suolo più compatto per freddo e più atto a propagar moto, che di estate, nel quale pel caldo, il suolo si trova più disgregato o meno compatto.

Il sig. De-Rossi he osservato alcune volte calma o agitazione dei pendoli, in giorni di gran vento, ma crede che il vento non ne sia la causa; non ammetterei la sua conclusione perchè si fonda su casi particolari e quindi non si può dedurre nessuna legge. Quando avrà dimostrato con lunga serie di sperimenti, che nessun rapporto diretto vi è tra intensità del vento e agitazione di pendoli, gli si potrà concedere qualche cosa; ma se porta soltanto qualche caso particolare, il sistema da lui favoreggiato, non guadagna nè punto nè poco. A dimostrare giusta la mia ipotesi, ho portate varie combinazioni di quelle forze, e tutte le confermano sempre; la reputo quindi migliore di quella sostenuta dal sig. De Rossi, come già dissi.

Anche in questa parte ci troviamo nella quistione delle cause capaci a far vibrare il suolo. Il fatto poi delle calme estive dei pendoli che è indubitato, dimostra soltanto a mio credere una volta di più ciò che vediamo nell' inverno, essere cioè i movimenti del pendolo e del suolo in stretta relazione colle vicende meteoriche. Ma siffatta relazione stando alla statistica dei fatti non si mostra legata come causa ad effetto, e non è legata con vincolo necessario ma solo come condizione favorevole. Egli è un fatto costantemente verificato che tanto nell'estate quanto nell'inverno senza burrasche meteoriche compariscono periodi di agitazioni microsismiche. Del pari è certo che in estate come in inverno a grandi burrasche meteoriche corrispondono talvolta minime agitazioni del pendolo, come per contrario a piccole perturbazioni meteoriche fanno eco spesso grandissime tempeste microscopiche del pendolo. Questi fatti riuniti considerati insieme per me chiaramente dimostrano, che mentre esiste una relazione fra il fenomeno tellurico ed il meteorico, la causa prima che li determina è diversa, e propria per ciascuno separatamente.

Un grave inciampo s'incontra in questo punto della questione: è noto che, in generale, il vento forte si ha nei grandi abbassamenti barometrici, i quali dimostrano variazioni sensibili nel peso dell'atmosfera. Il Sig. De-Rossi ed altri prima di lui, credono che le perturbazioni dei pendoli, si debbano attribuire a reazione di gas imprigionati sotto la crosta terrestre, per cessata o diminuita contropressione dell'atmosfera, e danno gran peso a questa spiegazione. Non è dubbio che ha un'apparenza smagliante; ma se noi la consideriamo un po'addentro, sparisce tutto lo incantesimo. Io voglio ammettere (ciò che non è rigorosamente provato) che sotto la crosta terrestre ci siano infinite caverne di tutte le dimensioni, ermeticamente chiuse e ripiene di gas più o meno costipato, cioè compresso; abbiamo alla superficie della terra l'aria atmosferica di peso variabile; se consideriamo l'espansione dei gas come una pressione: il peso dell'atmosfera sarà la contropressione che l'equilibra: è evidente che diminuendo questa, per depressione barometrica, avrà prevalenza l'elasticità dei gas interni, la superficie della terra dovrà gonfiare e i pendoli oscillare. Questo è il lato favorevole, sotto cui il sig. De-Rossi considera l'effetto della depressione barometrica, e tutti vedono facilmente quanto la spiegazione è bella.

Ma è pure a considerare un altro lato di queste azioni. Tutti ammettono, penso, che la terra gonfi nei limiti suoi di elasticità, imperocchè altrimenti si romperebbe, scoppiando; se dunque per abbassamento barometrico la terra gonfia, per ragion contraria, deve comprimersi in verso opposto, se il barometro s'eleva; nessuno potrà mettere in forse la giustezza di questo ragionamento; laonde i pendoli dovrebbero essere di continuo agitati, e giammai in riposo, fatte poche eccezioni di barometro perfettamente normale e immobile. Ma questo è contro la sperienza; non si può dunque ammettere che siavi colleganza fra barometro e sismometro.

A Livorno il barometro sale da 760 millimetri a 775 e non si vede movimenti di pendoli; scende all'altezza primitiva e neppure si scorgono moti, perchè a barometro alto abbiamo calma; ma se discende a 750 o sotto, allora nasce forte vento e i pendoli vibrano; adunque per grande variazione barometrica senza vento, abbiamo equilibrio di pendoli, e per variazioni minori con forte vento, i medesimi vengono sturbati; laonde è manifesto che le agitazioni sono da riferirsi al vento, cioè ad urti. Nè varrebbe dire che nel secondo caso, la variazione debbasi sommare colla prima; giacchè se il fenomeno dipendesse da equilibrio di pressioni e contropressioni, la prima dovrebbe farsi sentire, come qualche volta si fa sentire l'ultima sola. È una osservazione che io feci fin dal 1857, quella delle vibrazioni verticali nel declinometro: si attribuiscono a terremoti; niente affatto: accadono per urti come tutte le altre. Io pubblicai quelle osservazioni nel 1858; se la memoria non mi tradisce, mandandone al chiarissimo P. Secchi, gli domandavo spiegazione del fenomeno curiosissimo dei riposi periodici, ogni sei vibrazioni verticali, osservati nell'ago; ma credo fermamente che non abbia ricevuto nè la copia delle osservazioni, nè la domanda, che gli rivolgevo. Feci vedere quel fenomeno al Donati, in una visita a quest'osservatorio; lo trovò strano e mi disse che ci avrebbe pensato; ma non ne seppi mai nulla; ed io non saprei ancora rendermi ragione di questo fatto strano. Anche queste vibrazioni si osservano in epoche di sconvolgimenti atmosferici.

L'errore del signor De-Rossi nasce dal considerare la cosa per un lato solo, invece di squadrarla per tutti, chè allora scorgerebbe la fallacia dell'argomento. Se per contrario non badiamo punto al barometro, ma soltanto al vento e alle perturbazioni atmosferiche su vasta scala, troveremo spiegazione plausibile dei moti pendolari, giacchè si hanno perturbazioni pure con barometro altissimo. Ripeto poi che i terremoti si hanno sempre con barometro alto, e non saprei capacitarmi come microscopici debbano avvenire con barometro basso; per me è una contraddizione dei termini. Abbiamo anche il fatto che le perturbazioni pendolari nei veri terremoti sono, per dir così, passeggiere, di poche ore; le altre per urti prolungati, invece, più durevoli assai. Qui di nuovo non mi spiegherei nulla, quando dovessi ammettere che pei terremoti, la gran massa terrestre debba vibrare un momento solo, e pei piccoli per molti giorni o settimane; la cosa la capisco facilmente ove ammettasi, che le vibrazioni piccole non siano della natura dei terremoti.

In questa parte più spiccatamente il Monte si dà ad investigare la causa dei movimenti microsismici, ammettendoli chiaramente per vibrazioni di suolo,

di natura diversa però da quelle dei terremoti; anzi segnatamente attribuendole all'azione del vento. In questo terreno della ricerca della causa, come già sopra ho detto, io non vorrei troppo contradire il mio collega, perchè ritengo che sopra di essa vi sia ancora molto da studiare. Non posso però secondo i dati della mia esperienza accettare la teoria, che il suolo si ponga in vibrazione per effetto soltanto degli urti delle onde atmosferiche.

Il mio avversario, quantunque vegga, come me, la coincidenza nella pluralità dei casi, dei periodi di agitazione microscopica del suolo con la depressione barometrica, non crede poter ammettere l'influenza della diminuita pressione sulla mobilità della terra; perchè in grazia della sua elasticità dovrebbe egualmente muoversi per accresciuta pressione. Ma qui molte riflessioni tolgono ogni apparenza al di lui ragionamento. Sopra ogni altra sta il fatto, che non sono rari i movimenti microsismici contemporanei ad alta ed anche altissima pressione. Dunque parrebbe verificarsi almeno talvolta il caso previsto dal Monte. In secondo luogo chi non vede, come la elasticità del suolo possa assai più facilmente manifestarsi nel senso della dilatazione ed espansione, di quello che nell'opposto della compressione ? È quindi naturale, che gli effetti della depressione barometrica dovranno essere assai più sensibili e pronti, di quello che gli altri dovuti alla pressione. Finalmente basta ritornare col pensiero al fatto certissimo da me enunciato poc'anzi, del non verificarsi, cioè proporzionalità fra la quantità di depressione o pressione barometrica, e la entità delle tempeste o delle calme microsismiche. Questo fatto chiaramente dimostra, come ho detto, che se vi è un legame fra la pressione atmosferica ed i moti del suolo, questo legame non è quello della causa verso l'effetto. D'altronde è cosa certissima e dimostrata da mille fatti, che la depressione barometrica favorisce la espansione dei gas endogeni del suolo. Ce lo dimostrano i soffioni, le mofete, le solfatare, e tutte le altre naturali emanazioni gassose.

Quanto al vento ho già riferito di sopra i risultati degli studi del Melsi, e nella mia Memoria le osservazioni da me fatte su ciò. Qui rispondendo al fatto allegato dal Monte, che cioè egli osserva in Livorno non muoversi i pendoli allorchè dall'alta pressione atmosferica si scende alla bassa , finchè non subentra l'azione del vento; io debbo dichiarare che la mia esperienza di Roma e di Rocca di Papa mi indica comparire spessissimo l'agitazione microsismica a barometro discendente sì, ma tuttora alto prima, che si manifesti vento qualsiasi. Dimostra poi l'indipendenza dei movimenti microsismici dal vento l'altro fatto benissimo accertato, che nei periodi di agitazione mi-

croscopica coincidenti con tempesta atmosferica, il massimo microsismico non avviene contemporaneamente al massimo della forza del vento. Ho verificato anche talvolta, che con forte vento i pendoli si muovono relativamente poco. È quindi chiaro, che il vento ed il moto microsismico sono due fenomeni distinti ed indipendenti l'uno dall'altro, che accompagnano però ambedue la depressione barometrica.

Il Monte poi opina che si completi il suo ragionamento coll'asserire che i veri terremoti avvengono a barometro alto, e perciò i moti microsismici che avvengono principalmente a barometro basso non sono della medesima natura. È troppo ardua e controversa la questione della relazione dei terremoti colla pressione atmosferica per deciderla con una semplice affermazione. L'opinione più universale dei dotti è al contrario che i terremoti sono più facili ad avvenire sotto basse pressioni. Anche i recentissimi studi dello Schmidt hanno confermato questa teoria. Molti opinano invece che i terremoti non risentano punto della pressione atmosterica e perciò accadano indifferentemente con qualunque pressione. Io nei quadri sinottici del mio Bullettino riferisco per ogni giorno la massima, la media e la minima pressione verificata in Italia per fornire elementi a questo studio tuttora assai vagante nell'incerto. Intanto però a me sembra che essendo ignota od almeno incerta la vera relazione esistente fra i terremoti e la pressione atmosferica, non sia questo un punto da chiamare a confronto nella quistione microsismica.

Da ultimo non regge davvero il paragone fra la istantaneità dei terremoti e la continuità o lunghezza dei periodi microsismici, nel modo fatto dal Monte. Questo confronto fatto a dovere lungi dal dimostrare diversi i due fenomeni li ravvicina invece di molto fra loro. Chi non sa appunto che i terremoti di qualche importanza si succedono e si aggruppano numerosi dentro breve giro di ore e di giorni? Quante volte avviene di notare che sensibilmente il suolo non è tranquillo per più ore e giorni fra una scossa e l'altra? Questi casi frequenti e notissimi di ripetizione delle scosse sensibili non è un indizio che forse microscopicamente si ripetono in maggior numero i tremiti, di quello che si avverte nei casi di terremoti? Quindi una tempesta microscopica, se è simile alle sensibili, deve durare qualche tempo con rinforzi e riposi come vediamo appunto nei veri terremoti e come pure conosciamo accadere nelle agitazioni microscopiche rivelate dal pendolo.

Il signor De-Rossi, a pag. 21 del citato scritto, crede che « un movimento microsismico (sono » sue parole) può essere maggiore di un vero terremoto ed insieme essere insensibile ed innocuo ». Stando alle leggi della meccanica, quest'asserzione sarebbe assurda. Molte volte ho visto oscillazioni grandissime per vento furibondo, maggiori di quelle dei terremoti; e la cosa s'intende; le ripetute ondate o urti, spostano fortemente i pendoli, specialmente gli isolati, che sono fallaci pel loro equilibrio labile; ma che un moto tellurico piccolo sposti un pendolo più di un moto

grande, mi pare che abbia un certo non so che d'impossibile. Si potrebbe dire che avvenga sulla terra un lento incurvamento; ma in questo caso gli archi descritti dai pendoli debbono essere in rapporto diretto della lunghezza loro; questo il signor De-Rossi non lo afferma, anzi pare che dica il contrario. Bisognerebbe pure che la verticale rimanesse spostata per lungo tempo sensibilmente; mentre la sperienza insegna che nessuno spostamento avviene, e tanto meno di lunga durata. Posso ormai dire di aver già osservato molto sui pend li; ma questi decisi spostamenti della verticale non li vedo. Non vorrei che fosse illusione ottica, per istanca vista, momentaneo spostamento del microscopio, il quale puó accadere, se non sia solidamente fissato.

Non potei mai avere gli scritti del Cavalleri; debbo limitarmi alle parole del sig. De-Rossi che sono le seguenti: « una pulsazione qualunque non agisce indistintamente sopra qualunque » pendolo. » Questo principio, stando alle parole, è falso, perchè annulla l'inerzia della materia.

Per ripetere la sperienza del Cavalleri, ho collocato in un armadio a cristalli, su due traverse, una grossa riga orizzontale, raccomandata da un' estremità ad una forte spira d' acciaio: all'altra estremità è legato un cordoncino, che sorte dall'armadio, passando sopra una puleggia d'ottone, col quale cordoncino, tirando, imprimo alla riga moti lenti, rapidi o variabili, come mi talenta; a questa, con occhietti a vite, sono fissati otto pendoli tutti differenti di lunghezza e di peso. Se i pendoli sono fermi, tirando o adagio o bruscamente in qualunque modo la riga, tutti si muovono egualmente; dunque il canone del Cavalleri, com'è annunziato di sopra, non è esatto; ed il sig. De-Rossi male appoggia la sua asserzione ad un principio, che non è giusto.

Quindi chiamare (come a pag. 22) *un terremoto grande ed insensibile*, è cosa che non può stare, appunto perchè si basa su di un falso principio. In casi simili, forza è ammettere che per elasticità o eterogeneità del fabbricato o del suolo o per resistenze sfuggite al nostro occhio, un piccolo moto possa propagarsi diversamente ai punti d'appoggio; non già una proprietà inconcepibile per la quale un pendolo sia più disposto ad un moto che ad un altro, contro le leggi meccaniche, le quali insegnano che una forza qualunqe produce sempre il suo effetto, essendo la materia inerte. Quindi mi paiono di poca importanza le osservazioni fatte a pag. 17 e 18. Spesso si rammenta la sperienza del Cavalleri; io credo che in quella ci sia ancora da studiare e variarla, e che il Cavalleri stesso non l'abbia squadrata per tutti i lati; quindi si cita forse anche non a proposito. C'è di bello (ed è ragionevole) che un urto, per certe fasi dei pendoli, ne aumenta o diminuisce l'ampiezza; questo solo basterebbe a farci stimare il Cavalleri, quand'anche tutto il resto fosse inesatto. Non so se è cosa nuova, ma, in generale, in questi sperimenti, i pendoli più corti descrivono archi maggiori degli altri: e qui pure il fenomeno è naturale, giacchè sentono più facilmente l'impulso vicino; quindi non sarebbero da consigliarsi sismografi molto corti, perchè risentirebbero troppo il moto del punto di sospensione, che diminuirebbe l'ampiezza della traccia sulla polvere sottoposta.

Al Monte è sembrato strano l'ammettere la possibilità di terremoti microscopici maggiori dei veri ed insieme insensibili ed innocui.

Prima di tutto io ho citato fatti dei quali ho reso conto particolareggiato nella mia memoria. Veramente più di una volta io ho visto col microscopio oscillazioni nel pendolo assai grandi e nelle condizioni precise che il Monte ammette per terremoti microscopici, avvenuti cioè senza accompagnamento nè prossimo nè lontano del vento. Siffatte oscillazioni furono talvolta da me positivamente constatate per terremoti avendole poscia trovate in coincidenza di ora con terremoti grandiosi avvenuti in lontane regioni. L' ampiezza di queste oscillazioni prodotte da moti certamente sismici ed insensibili erano di gran lunga maggiori di altre oscillazioni da me trovate nel pendolo in occasione di terremoti parimenti certi e sensibili. Dunque si può dire che

contra factum, non valet illatio. Ma del rimanente io non veggo l'inverosimiglianza del fenomeno; perchè oltre il caso già previsto dal Monte delle lente ondulazioni, nelle quali poi lo spostamento momentaneo della verticale avviene veramente, è facile intendere che la ripetizione continua dei piccoli urti o vibrazioni mentre rimane insensibile ai corpi bene equilibrati ossia saldamente riposanti, agisce potentemente sopra i corpi sospesi. Qui cade opportuno ricordare il fenomeno del pendolo che sembra mosso dalla sola volontà di chi lo sostiene sulla fronte immobile ed appoggiata. È noto che la ripetizione dei piccoli impulsi muovono quel pendolo.

Per esser breve risponderò pure coll'esperienza alle opposizioni che il Monte crede doversi fare ai trovati del Cavalleri. Egli è un fatto costantemente verificato negli osservatorii dotati del sismografo Cavalleri, che ad ogni terremoto uno solo dei dieci pendoli diversi da i segni più spiccati degli altri per essersi mosso maggiormente. Il pendolino più sensibile poi non è sempre il medesimo nell' apparecchio. Dunque la scossa non è indifferente per tutti i pendoli. Quindi se noi vediamo di fatto avvenire nei diversi terremoti sensibili che i pendoli diversi diversamente ne ricevono l'impulso, evidentemente possiamo intravvedere il caso simile di terremoti microscopici e non avvertiti che eccitino un determinato pendolo più di un altro terremoto che fu sensibile e non microscopico.

Parlando delle ore dei massimi, a pag. 13, il signor De-Rossi dice: « ma qui debbo rife- » rire il più luminoso sperimento da me istituito per assicurarmi di questo fatto nei suoi più » minuti particolari »; e riferisce molte osservazioni, fatte per un'ora intera su due pendoli, uno dei quali è lungo 95 centimetri e l'altro 110; dallo specchio delle osservazioni, egli conchiude che una perfetta reciprocanza dominava nei moti dei pendoli e quindi « dominava una legge inversa « negli effetti subiti dai due pendoli ». Si tratta di cosa di nessun momento, ma di queste reciprocanze ne avevo già osservate mille, e ne parlavo nella *Gazzetta Livornese* del 18 gennaio 1874, che avrò sicuramente spedito anche al sig. De-Rossi. Ma nello specchio suddetto, è poi evidente l'inversione di moti nei due pendoli? Per verità non ce la vedo, e credo che ci sia una svista. Egli osserva il primo pendolo, poi il secondo, poi di nuovo ritorna al primo e fa tre colonne di valori; laonde fa due osservazioni sul primo, ed una soltanto sul secondo; nello specchio poi, paragonando le tre colonne, che esprimono due osservazioni sul primo ed una sola sul secondo, ci vede l'inversione dei moti; e difatti è quasi così. Ma lo specchio è da intendersi in ben altra guisa: o bisogna prendere le due prime o le due ultime delle colonne, e così avremo egual numero di osservazioni su di ciascun pendolo; in questo modo scompare la reciprocanza, che prima ci si vedeva; e così dev'essere. Questi sono casi particolari e non conchiudono nulla per trarne una legge. Tanto è ciò vero che paragonando le mie osservazioni sui due pendoli gemelli e sui due isolati, dal gennaio del 74 all'aprile del 75, troviamo per tutte le medie mensili, quindici rapporti inversi e quindici diretti, ossia i moti esattamente si compensano; cosa che veramente sorprende, ma che d'altro canto, è naturale. Il sig. De-Rossi tira dunque una conseguenza, che non regge, per una svista presa, e perchè si tratta di un caso particolare.

Altre osservazioni critiche potrei fare su quello scritto, ma siccome il sig. De-Rossi ha voluto solamente dare i primi risultati de'suoi sperimenti, che non abbracciano un lunghissimo

tempo, io penso che quelle inesattezze, che si trovano, saranno da lui stesso vedute e corrette senz'altro, come uomo di molto ingegno che è. I suoi sperimenti, continuati e bene interpretati, sicuramente daranno molta luce in questa ricerca scientifica; ed io me gli professo uno dei suoi più grandi ammiratori, benchè abbia dovuto scrivere qualche osservazione controgli, il che non isbiadirà per nulla la nostra buona amicizia.

Mi duole di dover confessare che non intendo abbastanza come trovi il Monte difettoso il mio esperimento sopra due pendoli osservati per un' ora continua e come egli non trovi regolare l'aver io fatto tre osservazioni per assicurarmi dell' alternanza dei moti dei due pendoli predetti. Lo specchio delle mie osservazioni è il seguente e lo ripeto per comodo del lettore.

UN'ORA DI CONTINUA OSSERVAZIONE
SOPRA DUE PENDOLI

Ore	Pendolo di 95 c. e gr. 52	Pendolo di m. 1.40 e gr. 100	Ritorno al Pendolo di 95c. e gr. 52
11.15 p.	2.50	1.25	—
11.20	4.00	2.00	4.00
11.25	4 00	1.50	4.00
11.27 ½	3.00	(Fermo)	4.00
11.30	2.75	1.00	2.75
11.32 ½	4.00	1.50	4.50
11.35	5.00	1.75	4.50
11.37 ½	6.00	1.50	6.00
11.40	4.00	1.00	5.00
11.42 ½	4.50	1.50	3.50
11.45	3.25	1·50	4.50
11.47 ½	5.00	1.00	5.00
11.50	4.00	2.00	4.00
11.52 ½	4.00	1.50	5.00
11.55	3.50	1.75	3.50
11.57 ½	2.75	3.00	2.75
12.00	3.00	3.25	2.50
12.02 ½ a.	1.75	2.00	3.00
12.05	3.00	3.50	4.00
12.07 ½	5.00	2.00	7.00
12.10	7.00	3.25	6.00
12.12 ½	6.00	2.50	4.00
12.15	4.50	2.50	3.00

Ognun vede che la prima e la terza osservazione essendo fatta sul mede-

simo pendolo e dando il più delle volte il medesimo risultato dimostra niun cambiamento essere avvenuto nella quantità e direzione della oscillazione nel frattempo decorso fra le dette prima e terza osservazione. Quindi la differenza che trovasi nell'altro pendolo non è effetto di impulso diverso e nuovo avvenuto in quel frattempo medesimo, ma diversa quantità di moto concepito dal secondo pendolo sotto l'impulso medesimo ricevuto dal primo. Trovando quindi che quasi ad ogni accrescimento di moto nell'uno dei pendoli corrisponde una diminuzione nell'altro e viceversa, è forza concludere che il medesimo impulso agisce assai diversamente sopra i due pendoli anzi in ragione inversa nell'uno verso dell'altro. Ma il Monte dice che l'inversione dei moti di due pendoli quando anche esista, è caso particolare, mentre a lui consta dalle medie non esistere la predetta inversione. Qui pure con dispiacere debbo dire che la mia esperienza è diversa da quella del Monte. Il quadro da me allegato non dimostra altro che un esperimento fatto a bella posta per rendere evidente il fatto al lettore. Ma ciò che quel quadro dimostra in un'ora continua, è l'espressione identica di ciò che io veggo sempre nelle osservazioni ordinarie. Di modo che posso formolare questa legge sperimentale osservata nei moti microscopici di pendoli diversi. *In ciascun periodo di movimento tutti i pendoli di qualsivoglia proporzione si muovono; non tutti insieme però presentano il massimo della oscillazione, alternando sempre l'intensità del moto fra l'uno e l'altro.*

A conclusione di questa discussione sembrami dover osservare che il Monte fra le cose che infine dice di trascurare come di minore importanza tralascia senza critica due punti capitali del mio ragionamento e che molto contribuiscono a dimostrare la natura sismica dei moti microscopici del pendolo. Il primo è l'aver io fatto notare che la massima parte dei periodi microsismici corrispondono con le agitazioni certamente sismiche del sismografo Vesuviano, ed il secondo l'aver mostrato colla statistica che la massima parte dei veri terremoti di qualche importanza avvengono dopo un periodo di oscillazione microscopica. I quali due fatti basterebbero da soli senza gli altri svolti nella memoria a dimostrare l'intima connessione fra fenomeni sismici ed i microsismici.

Del resto è nella discussione che la scienza apre la strada alle scoperte: quindi lungi dal dolermi delle contradizioni oppostemi dal collega nello studio, ne sono anzi contento perchè vicendevolmente ci porgiamo il destro di approfondire sempre più gli studi, assicurando così alla scienza un edificio scrupolosamente ben fondato, e dati per ogni verso discussi.

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI MICROSISMICHE FATTE NEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE E DELLE PRINCIPALI RIFLESSIONI TEORICO-SPERIMENTALI DEDOTTE DALLE MEDESIME DAL 1870 AL 1875

MEMORIA

DEL P. TIMOTEO BERTELLI B.'

Quando nello scorso anno presentai all'Accademia il mio ultimo lavoro sulla *Realtà dei moti microsismici*, promisi di esporre in una seconda parte del medesimo la Tavola delle osservazioni fatte nel 1875 coll'aggiunta di alcune riflessioni. In questo frattempo però diverse circostanze mi hanno consigliato a deviare alquanto dal primitivo assunto, cioè di allargare al possibile il campo della esposizione dei fatti osservati. Fra le ragioni che a ciò mi indussero la principale fù di presentare compendiosamente come in un sol quadro, il che non aveva eseguito sinora, ed anche sotto una forma particolare, la quale, dopo diverse prove fatte in passato, mi sembrò da ultimo la più conveniente ed espressiva, l'intensità relativa del dinamismo tromometrico diurno, mensile ed annuo. Questa specie di monografia risguarda principalmente le osservazioni di Firenze fatte con un medesimo pendolo dal 1872 in poi, e che superano le 18000, alle quali aggiungo più di 2000 fatte a Bologna dall'Agosto 1874 in poi, e qualche altro migliaio di osservazioni da me eseguite da prima con un pendolo diverso dal 1870 al 1873. Come ognun vede questo complesso di fatti osservati, che finora è il più numeroso ed esteso che si sia eseguito e pubblicato sui moti microscopici pendolari, non conveniva che rimanesse sminuzzato e come perduto in diversi articoli e memorie. Esso infatti, mentre somministra nuove conferme a quanto già esposi nelle mie precedenti Memorie, si presta altresì come materia copiosa ed utile anche per altri, ad ulteriori discussioni, confronti e deduzioni, le quali a me stesso pure abbian potuto sfuggire, nonchè a rettificare per avventura alcuna di quelle che furono già proposte. Però per facilitare questi studi e confronti, ho creduto necessario presentare le dette osservazioni tanto in ci-

fre quanto in forma di curve. Anzi insieme coi moti osservati ho creduto utile l'unire altresì le principali deduzioni teoriche sui medesimi ; infatti, sebbene esse in gran parte siano state già pubblicate più volte dal 1871 in poi, pure, oltrechè ad alcuna di esse ho potuto recare qualche ulteriore sviluppo o modificazione, altre sono nuove, e la maggior parte di esse forse non sono ancora abbastanza conosciute e divulgate. Parecchie infatti sono sparse in alcuni periodici che a tutti non è così agevole l'avere e consultare, oltrechè alcune di queste pubblicazioni sono già esaurite. Pertanto a soddisfare ancora al desiderio di molti, i quali al presente con grande ardore si sono applicati e si offrono giornalmente ad intraprendere questi studi, ho divisato di presentare intanto questo mio lavoro. Al medesimo poi fra breve terrà dietro un altro, nel quale esporrò storicamente quanto, non solo da me, ma dagli altri pure, è stato pubblicato in questi ultimi anni sull'argomento dei moti microsismici (1).

---

(1) Questa memoria forse verrà inserita nell'ottimo Bullettino di Bibl. e di Storia delle scienze fisiche e matematiche del Principe Boncompagni. La medesima, che ho stesa in parte, potrà servire altresì di complemento all'altra già pubblicata, col titolo: *Appunti storici sui piccoli e spontanei movimenti dei pendoli.* (V. Bullet. di Bibl. e di Storia ecc. — Tomo VI — Gennaio 1873. Roma 1873).

PARTE I.

Principali deduzioni teoriche ricavate dall'osservazione dei moti tromometrici del 1870 in poi.

SOMMARIO — Realtà dei moti microsismici (I) — Pulsazioni tromometriche orarie, diurne, e mensili — relazioni fra i moti tromometrici, le tempeste atmosferiche ed i moti sismici — ragioni probabili dell'influenza delle pressioni aeree esteriori sui vapori e gas interni, e quindi sulle oscillazioni del suolo (II) — I moti tromometrici non sono connessi colla velocità e direzione del vento, e colle variazioni di temperatura (III) — Così pure colle scariche elettriche, colle pioggie e con altri fenomeni meteorologici; similmente colle macchie solari, stelle cadenti, ecclissi ecc. — in qual modo possa probabilmente intervenire anche l'azione luni-solare nei moti terrestri — ipotesi pel manifestarsi d'ordinario più prontamente i moti microsismici che non i terremoti dopo il passaggio delle grandi onde atmosferiche (IV) — Dei rapidi cangiamenti angolari del moto microsismico — collisioni e rinsacchi d'oscillazione (V) — Direzioni prevalenti dei moti terrestri nei singoli luoghi — influenza probabile secondaria o principale delle catene montuose e delle valli nei moti sismici e microsismici (VI) — Oscillazioni verticali nel Tromometro, e loro relazione coi moti sismici (VII) — Applicazione *del parallelogrammo dinamico* alle componenti orizzontale e verticale del moto sismico (VIII) — Quiete tromometrica che d'ordinario succede alle agitazioni sismiche e microsismiche ed alle eiezioni vulcaniche — caratteri ed origine probabile delle due forme suddette del moto terrestre (IX) — Degli indizi tromometrici che accennano ai terremoti, e delle belle osservazioni del Prof. de Rossi (X) — Alcune forme speciali di manifestazione sismica o microsismica possono derivare dalla varia profondità dell'impulsione, e dalla natura geologica del sottosuolo (XI) — Della produzione e coesistenza di linee nodali e ventrali di vibrazione nella propagazione del moto terrestre, e come per esse possono spiegarsi alcuni fenomeni sismici e microsismici (XII) — Della forma poligona-irregolare e variabile che generalmente si manifesta nel moto dei pendoli sismometrici (XIII) — Ipotesi intorno all'eccentricità della poligona suddetta, e delle traccie radiali (XIV) — Il fenomeno accennato ha luogo anche nei moti tromometrici — studio della deviazione del pendolo dalla verticale (XV) — Come da pendoli diversi si possa ottenere contemporaneamente diversa ampiezza e direzione di moto anche in uno stesso luogo (XVI) — Riflessioni intorno agli istrumenti d'osservazione sismici e microsismici (XVII).

Quando nel 1870 incominciai le mie osservazioni sul moto microsismico dei pendoli, essendo allora più occupato a riconoscere l'esistenza che non il valore numerico relativo del medesimo, mi contentai di osservare semplicemente, e poi anche in seguito di notare a libro, la direzione del moto stesso, classificando con termini convenzionali in *grandi*, *grandissime*, *piccole* e *minime* le oscillazioni microscopiche del pendolo. Esse infatti non si osservavano allora che con una semplice lente tenuta a mano esternamente alla vetrata della custodia del pendolo stesso. In seguito però, cioè al principio del 1871, avendo per moltissime e sicure prove, riconosciuta la realtà dell'origine endogena dei moti osservati, almeno quanto ai più notevoli di essi, ideai un sismometrografo, del quale fa parte un microscopio, girevole circolarmente sulla rosa dei venti, e che, per mezzo di un vetro micrometrico diviso in decimi di millimetro, somministra il valore lineare dell'ampiezza delle oscillazioni spontanee del pendolo, oltre la loro direzione. Di questo strumento (del quale uso anche al presente) diedi già la descrizione som-

maria nel Bullettino meteorologico del Collegio di Moncalieri pubblicato dal P. Denza (Vol. VI. n° 7, 31 Luglio 1871 pag. 99 e 100). Ma per diverse dolorose circostanze non potei averlo del tutto terminato e in assetto che nel Luglio del 1872. Intanto però continuando io più volte al giorno a fare l'osservazione del pendolo primitivo, e ciò anche dopo che ebbi collocato il nuovo istrumento, potei così istituire molte utili osservazioni comparative fra i due pendoli. Da questo confronto rilevai innanzi tutto che, tranne alcune minori variazioni, dovute probabilmente alla diversa massa e lunghezza dei due pendoli accennati, comparivano nel nuovo istrumento, posto in condizioni assai più perfette di isolamento e di solidità, tutti quei medesimi fenomeni che dall'Ottobre 1870 in appresso aveva osservato nel pendolo semplice antico (1). Essi sono contenuti in gran parte nelle seguenti conclusioni:

I.° Esistono realmente nei pendoli dei moti spontanei diurni indipendenti dal vento, dalle variazioni di temperatura, dall'elettricità atmosferica, dalle vibrazioni sonore e meccaniche ecc. ecc., insomma da tutte le cause accidentali e locali non endogene (2). Le prove molteplici e indubitate di questa proposizione sono già state diffusamente esposte e discusse in altri miei scritti antecedenti, e specialmente nell'ultima mia Memoria: *Della realtà dei moti microsismici* (3), nè qui occorrendo ripeter tutte le prove, mi limito a riepilogare soltanto quella parte delle medesime che tocca le proprietà caratteristiche stesse dei moti microsismici. Del resto anche tutto quello che sono per esporre, specialmente intorno ai caratteri di somiglianza dei medesimi coi moti sismici, non è alla fine che una conferma della proposizione stessa sopra enunciata. Ma la prova più evidente e persuasiva della medesima si è la Tavola grafica, che metto nella Parte 2.ª di questo scritto, che contiene le curve delle medie mensili dei moti tromometrici di Firenze e di altri Osservatorii, come si vedrà a suo luogo.

---

(1) Da ciò si vede che erroneamente mi fu opposto da taluno, come un difetto grave, l'avere io osservato e studiato soltanto sopra di un unico e medesimo pendolo.

(2) V. Bullettino meteorologico del Collegio di Moncalieri del P. Denza Vol. VII (1870—1871) pag. 100, nota (1), ed ivi pure pag. 101 colon. 1.ª lin. 12 e seg., e specialmente il mio articolo: *Osservazioni sismometriche* fatte a Firenze al Collegio la Querce dall'Agosto 1871 all'Ottobre 1872 (Ibid. n.° 10, pag. 146—149). Ivi sono esposte e confrontate coi fatti anche parecchie delle deduzioni seguenti: così nel Bullet. Meteorologico del Collegio Romano Vol. XI, n.° 11 e 12 1872, e nelle altre mie Memorie ed articoli pubblicati nel 1873, 1874 e 1875. L'esposizione cronologica e le citazioni di tutti questi documenti in appoggio alle proposizioni enunciate in questo scritto le rimetto all'altro che seguirà, degli *Appunti storici*.

(3) Veggasi l'*Estratto* (nel quale ho fatto qualche correzione importante) degli Atti dell'Accad. Pont. de'Nuovi Lincei An. XXVIII, Sess. IV del 21 Marzo 1875.

II.° Costruendo (come feci sin da principio, e poi seguitai appresso) le curve orarie del moto microsismico sopra una carta reticolata, nella quale le ordinate esprimevano l'ampiezza dell'oscillazione osservata, e l'ascissa l'ora dell'osservazione, apparivano sempre evidentemente, e più nei periodi di agitazione, due ordini di onde di vibrazioni. Il primo di questi abbracciava durante il giorno, periodi brevi (di qualche ora più comunemente) intercalati pure da una breve depressione nell'intensità microsismica (1): sommando invece le ampiezze delle oscillazioni notevoli osservate in ciascun giorno, come feci da principio (2), o la *media* di tutte quante le osservazioni diurne, come ho fatto di poi, appariva invece un secondo ordine di vibrazioni, cioè un'altra curva sinuosa diurna e mensile esprimente l'intensità microsismica relativa di ogni giorno. Questa curva, colle sue culminazioni (abbraccianti per lo più il periodo di qualche giorno) segue molto d'appresso le grandi tempeste e depressioni barometriche, e ciò più costantemente nei mesi più remoti dalla stagione estiva, avendosi l'intensità mensile massima fra Dicembre e Febbraio, come può vedersi anche nelle Tavole numeriche e grafiche che unisco a questa Memoria. Riguardo alle poche eccezioni trovate alle leggi esposte, si ha pure in tal caso, dalla forma stessa delle onde orarie della curva microsismica, un carattere speciale e diverso, cioè come un'onda isolata e stretta in mezzo ad un lungo intervallo di quiete, il che mi fece supporre in questi casi l'esistenza di una causa impulsiva speciale. Difatti vidi molte volte l' apparire di tali onde isolate a barometro alto, contemporaneamente ad una scossa di terremoto avvenuta altrove, e della quale qui si sentiva certamente l'effetto per semplice comunicazione di moto nella superficie terrestre. Egli è vero che qualche volta, ma più di rado, l'agitazione tromometrica ordinaria ha avuto luogo, anche senza che localmente seguisse notevole abbassamento barometrico, ma l'abbondanza del cloruro di sodio, ovvero della polvere meteorica, raccolta nel Pluviometro, ed inoltre il corso veloce delle nubi stesse, dirette, come appariva, da venti assai forti del 2° e 3° quadrante, facevano rilevare chiaramente che noi ci trovavamo al limite di un ciclone, non ostante la calma dell'aria che si aveva quì a terra. Per questi diversi caratteri di manifestazione io divisi già, a fine solo di distinguerli, i moti tromometrici

---

(1) Queste pulsazioni diurne dell'intensità del moto microsismico, vennero pure da me espresse graficamente, con una mia lettera dichiarativa, in data del 15 Febbraio 1873, in una Tavola inserita nel Vol. VIII del Bull. Met. del P. Denza, n.° 2, 28 Febbraio 1873, pag. 17.

(2) *Osservazioni microsismiche fatte al Collegio alla Querce di Firenze nel* 1873 *e risposta intorno ad alcune obiezioni*. Estratto dagli Atti dell'Accad. Pont. de'Nuovi Lincei, An. XXVII, Sess. VII del 5 Luglio 1874.

in *barosismici*, quando apparivano della prima specie che ho detto sopra, e in *sismici* gli altri moti tromometrici che ho accennato da ultimo. Nondimeno ho affermato sempre, riguardo ai primi altresì, e lo ritengo anche al presente, che la diminuzione di pressione atmosferica non sia che una causa occasionale di tali vibrazioni, la quale, come un piccolo peso ad una bilancia che stia per traboccare, s'aggiunga il più delle volte ad altre azioni endogene, non ancora ben definite, del *vulcanismo*, e queste forse anche in relazione alla maggiore energia dell'attrazione luni-solare. Tutte queste cause infatti possono più o meno influire, ora separatamente ora congiuntamente a preparare e determinare lo svolgimento ed il moto espansivo e vibratorio delle enormi masse gassose sotterranee e di altri agenti del vulcanismo. Però siccome per ora il legame e la corrispondenza fra i moti tromometrici ed i barometrici apparisce più spiccato e prossimo, così a queste specialmente rivolsi la mia attenzione. Tanto più che la dipendenza fra questi due ordini di fenomeni si collega con molti altri fatti della fisica terrestre ben conosciuti, ed apparisce anche pienamente consentanea alla teoria. Infatti la pressione atmosferica agisce sopra le masse gassose interne, non soltanto per l'intermezzo della crosta solida terrestre, ma ancora direttamente, sia per mezzo dei crateri dei vulcani attivi, sia per mezzo delle innumerevoli sorgenti o puramente gassose, o acqueo-termali-gassose, fangose ecc.; ed in generale, per tutti quei meati di manifestazione secondaria del vulcanismo, e delle sorgenti che partecipano alla circolazione profonda delle acque, le quali hanno pure una parte così importante nei fenomeni endogeni terrestri. Ciò posto ognun sa, che, per il principio dell'eguaglianza di pressione, e per l'altro comunemente detto *paradosso idrostatico*, basta qualunque piccolo orifizio perchè una massa fluida racchiusa risenta e manifesti effetti anche enormi e a qualunque profondità per una piccola pressione che si eserciti all'esterno dell' orifizio stesso, come ha luogo nella *pressa idraulica* ecc. Quì vorrei pure citare per intero, se potessi, i chiarissimi fatti e le ingegnose e giustissime teorie che il Prof. Stoppani mette nel suo classico Corso di geologia, sia per dimostrare l'azione principalissima che hanno i gas ed i vapori chiusi sotto la crosta terrestre nella produzione dei moti sismici, sia la relazione di questi cogli abbassamenti barometrici: ma poichè lo spazio non me lo consente, prego vivamente il lettore a voler egli consultare l'opera suddetta, e specialmente il Capitolo III del Vol. I (Milano 1871); e così lo Scrope nell'opera *Les volcans*. In queste opere si trovano pure altre utilissime osservazioni, assai proprie a dichiarare quanto qui ed appresso vengo

esponendo intorno ai moti microsismici. Mi limito al presente a riferire, in proposito di quanto ho sopra accennato, la seguente nota [1] a pagina 441 l. c. « *Per stabilire una corrispondenza nel senso voluto dalla teoria barometrica, non è necessario che esista una communicazione immediata fra l'atmosfera e le sotterranee cavità, ove agirebbero i fluidi elastici. Quando un gas sia chiuso in un vaso, le cui pareti siano abbastanza elastiche, il gas stesso potrà comprimersi e dilatarsi secondo che cresce o si diminuisce la pressione barometrica. Dal momento che la crosta terrestre è capace di oscillare, come lo provano i terremoti, nessuno potrà negarmi che essa adempia alle condizioni volute dall'ipotesi* ». A ciò si potrebbe aggiungere il fatto del moto di rialzo e di abbassamento sia rapido, sia lento e progressivo di alcune estensioni anche considerevoli di suolo, e la sottigliezza stessa relativa della superficie terrestre presso le fratture ed i coni vulcanici attivi o estinti, giacchè, qualunque sia l'ipotesi che si voglia ammettere intorno alla costituzione interna del globo, ivi la parte solida superficiale, in media, non giungerebbe forse ad 1 millimetro in una sfera di 1 metro di diametro. Se non che fra le innumerevoli communicazioni che già esistono fra l'interno e l'esterno della terra, basterebbe anche una sola (come basta nel barometro il forellino di una punta d'ago) perchè i gas e vapori interni, che pur tutti ammettono esistere, risentissero gli effetti delle variazioni della pressione atmosferica esteriore. I moti barosismici dimostrano ciò, a quanto mi sembra, in modo evidente, ed inoltre fanno vedere che la discrepanza di sincronismo tra le depressioni barometriche ed i terremoti non è in realtà che apparente. Infatti le medesime masse gassose che espandendosi producono forse i primi, come il crepitìo, o il dondolamento della pentola che bolle, danno in fine luogo a quell'accumulamento di massa e di tensione dei vapori che alla fine irrompe nel terremoto (1), nei punti nei quali concorrano le circostanze più propizie della minore resistenza, ed il favorevole concorso pure degli altri agenti endogeni: l'effetto del terremoto sarebbe paragonabile così allo sbalzo del coperchio della pentola, il quale sebbene in ritardo, non è alla fine che un effetto dell'ebollizione stessa, e questa è accelerata, come si sa, dalla diminuzione della pressione (2).

(1) Non intendo però con questa spiegazione di escludere altre molteplici cause, dalle quali talora può anche derivare lo scotimento sismico.

(2) Humboldt, non conoscendo ancora i moti microsismici, si mostrava diffidente intorno alle relazioni barosismiche; e infatti, riguardo al tempo, non esiste realmente, il più delle volte, la coincidenza fra i terremoti ed il discendere del barometro. Però conchiude (*Cosmos* I nota 84):

III. Riguardo poi alla connessione fra i moti microsismici ed altri fenomeni meteorologici o agenti fisici esogeni, non ho trovato finora alcuna relazione che apparisca prossima, intima e costante come quella del prolungato e forte abbassamento barometrico. Così dicasi del vento, sia riguardo alla sua intensità e direzione: e sebbene più frequentemente i detti moti si osservino durante la prevalenza dei venti e superiori o inferiori compresi fra il 2.° ed il 3.° quadrante (da SE a SSO) questi però sono generalmente accompagnati, come ognun sa, dalla depressione della colonna barometrica, mentre invece al solo verificarsi di questa anche a calma perfetta o con venti diversi i moti tromometrici appariscono. Del resto i venti locali anche più impetuosi non hanno alcuna relazione o proporzionalità coll'intensità dell'agitazione microsismica, e lo stesso avviene per le variazioni di temperatura tanto interne che esterne nel luogo di osservazione, e le climatologiche locali.

IV. Così pure è a dirsi dei temporali locali e dei brevi abbassamenti barometrici che li accompagnano, delle più rumorose detonazioni elettriche e cadute di fulmini a piccola distanza, ed anche sullo stesso fabbricato, come è seguito or sono pochi mesi. Altrettanto dicasi delle pioggie dirottissime e più o meno prolungate, e di altri fenomeni meteorologici, come aloni solari e lunari ecc. quando cioè qualunque dei fenomeni sopra descritti non trovisi d'appresso a forti depressioni barometriche o non coincida con qualche moto puramente sismico. Egualmente niuna certa e costante coincidenza, in ordine di tempo, io trovo colla maggiore o minor copia delle macchie o eruzioni solari, coi bolidi, o colle pioggie di stelle cadenti, cogli eclissi solari e lunari, colle fasi della luna e colle maree ecc. Intendo però sempre di affermare che la relazione che io non trovo è quella isolata, diretta e paragonabile a quella che invece osservo nel barometro. Del resto io pure ritengo come causa più remota, ma molto probabile, anche l'azione lunisolare nei moti microsismici, per la stessa ragione che essa agisce così energicamente, come si sa, nella produzioni delle maree dei grandi oceani, mentre è assai piccola o insensibile nei mediterranei e nei laghi. Non è improbabile che la sede delle masse gassose, le quali poi coi loro conati espansivi danno luogo agli ordinari fenomeni microsismici, sia molto più superficiale e più o meno isolata, frastagliata o ristretta negli anfratti delle fratture e nell'interno dei coni vulcanici attivi o estinti, e che quindi le espansioni delle masse gassose, che per questa causa congiuntamente ad agenti endogeni si vanno pre-

---

« Ammesso che fluidi elastici agiscano nei terremoti, i rapporti tra i fenomeni meteorologici e » i fenomeni sotterranei rimangono stabiliti in un modo del pari evidente che necessario ».

parando, richiedano d'ordinario, ad un loro ulteriore sviluppo, la presenza di un'altra causa, ancora più diretta quale sarebbe appunto la diminuzione di pressione barometrica. Questa poi alla sua volta può anche influire, benchè più remotamente e d' accordo sempre cogli agenti endogeni coadiuvati pure talvolta, dall'azione lunisolare, nella produzione dei terremoti. A quanto sembra infatti questi ultimi si manifestano di preferenza e più spesso dopo che una grande onda atmosferica è già passata, cioè quando il barometro trovasi già in rialzo. Ciò forse interviene sia pel tempo necessario alle masse gassose per raccogliersi in un sol punto ed acquistare ivi la sufficiente tensione per produrre il terremoto, sebbene le medesime sviluppate nelle parti più superficiali durante l' abbassamento barometrico, ma in minor copia e sparsamente avevano forse dato già origine da prima ai moti microsismici: sia perchè uno sviluppo più copioso rapido e profondo dei fluidi stessi aeriformi (il che forse ha luogo più ordinariamente nei terremoti più vasti ed energici) trova un maggior impedimento nella densità e natura stessa dei materiali fusi e delle enormi pressioni interne alle quali questi vanno soggetti a tali profondità, oltre gli impedimenti meccanici che la crosta stessa terrestre sovraincombente, e le sue fratture, sinuosità e meati interni oppongono al libero moto dei medesimi. Io inclinerei inoltre a credere che tutti insieme gli accennati impedimenti siano la cagione per la quale, riguardo alle eruzioni vulcaniche, ed ai fenomeni pseudo-vulcanici, sismici e microsismici non apparisca così chiara e concordante l'azione luni-solare sulle masse fluide interne, come lo è, benchè però sempre in ritardo, riguardo alle maree dei liberi oceani, e piccole o insensibili nei laghi e mediterranei. Del resto la relazione manifesta che apparisce tra i moti barometrici ed i microsismici e tra questi ed i terremoti mi induce *necessariamente* ad ammettere per lo meno come una delle cause principali e più comuni dei medesimi l' azione di qualche aeriforme interno, benchè, come ho già dichiarato più volte, io non rinneghi, specialmente in alcuni casi, l'azione di altri agenti endogeni.

Se non che ritraendomi ora alquanto dal campo delle ipotesi, nel quale mio malgrado debbo pur entrare, posso altresì presentare un fatto abbastanza chiaro, e che può spiegare in qualche modo come l'azione barometrica e lunisolare concordanti o discordanti possano influire nel *massimo* o nel *minimo* d'intensità del moto microsismico. Basta infatti volgere uno sguardo alla Tavola I. delle curve mensili che io metto appresso nella 2.ª Parte, e che si estende dal 1872 in poi, per iscorgere a colpo d'occhio come appresso al solstizio d'inverno abbia luogo costantemente la massima agitazione e dopo quella

d'estate la minima: e oltrechè questo fatto si verifica egualmente dal 1874 in poi anche in tutti gli altri Osservatorii tromometrici, trovasi il medesimo pure d'accordo colla maggior frequenza e copia, come ognun sa, delle esalazioni ed eruzioni gassose, fangose ecc. e in generale con tutti i fenomeni così detti *pseudo-vulcanici*, durante il periodo invernale, colle grandi burrasche e coi forti abbassamenti barometrici; e questi ultimi in tal epoca per l'appunto, come si sa, sono più notevoli e frequenti, come pure è in questo periodo che l'azione lunisolare si mostra più energica nel produrre le più forti maree.

V.º Confermai ancora col nuovo istrumento, che ho detto, quello che coll'antico pendolo avea già moltissime volte osservato, cioè un brusco e repentino cambiamento di direzione nel piano dell'oscillazione del pendolo; e questo fenomeno per la sua costanza e frequenza, tanto quì che a Bologna e nelle altre stazioni, anche a calma perfetta dell'aria, a temperatura costante, e colla quiete meccanica più compiuta nel cuor della notte, nè poteva spiegarsi con alcune delle cagioni accennate, nè attribuirsi ad effetto della rotazione terrestre, o alla torsione ed eccentricità nel pendolo o ad impedimento maggiore in un piano che in un altro nel punto di sospensione del pendolo stesso. Infatti il salto nella direzione è troppo repentino ed esteso, cioè generalmente d'un angolo retto, il qual fenomeno a mio parere, fa supporre piuttosto una seconda impulsione subitanea ricevuta dal pendolo, angolarmente al moto che il medesimo aveva già concepito in virtù di una impulsione precedente. Nel che mi confermai osservando più volte un improvviso arrestarsi per pochi istanti dell'oscillazione pendolare, per poi riprendere indi a poco il suo moto; ciò che indicava una collisione avvenuta in questo, quando cioè l'impulsione novella trovavasi allineata e discordante rispetto al moto di andata o di ritorno del pendolo stesso. Il moto per lo contrario talvolta pigliava un risalto istantaneo nella sua oscillazione, il che parea indicare una impulsione concordante sopravvenuta.

VI. Quanto poi alla prevalenza del piano di oscillazione secondo alcuni dati rombi della rosa dei venti, notai che non ostante la composizione di moto, (la quale generalmente ha luogo nel pendolo per diverse cause, che qui non occorre riferire, e che complica necessariamente il fenomeno della direzione del moto microsismico) questa direzione, che potrebbe dirsi *orogonica*, prevale a quanto pare in un piano determinato per ogni Osservatorio, secondo cioè la giacitura delle valli principali, e catene montuose più vicine. Così a Bologna sono evidentissime ed assai costanti le suddette direzioni del

moto del pendolo: nei piani N-S, ed E-O, delle quali l'una è quella del Reno, l'altra del prossimo Apennino. Queste medesime direzioni nel moto microsismico ordinario trovansi ancora per noi a Firenze, poichè il Collegio alla Querce giace sulla stretta valle del Mugnone, il quale corre da N a S, e questa sbocca poco lungi nell'altra maggiore dell'Arno, il quale presso Firenze si dirige da E ad O; e quest'ultima direzione appunto per noi prevale anche alla prima. Ma poichè abbiamo inoltre a non molta distanza la catena principale dell'Apennino, la quale volge da NO a SE, così, nelle maggiori agitazioni microsismiche specialmente, prevale spesso questa direzione o la sua ortogonale, o per lo meno queste si avvicendano con molta rapidità e frequenza colle due prime direzioni che ho detto, solite in tempo di calma. Ciò sembra conformarsi al fatto, finora osservato in tanti piccoli terremoti che abbiamo avuto in passato, cioè la costanza delle direzioni dei medesimi nei piani E-O e N-S per Bologna, e di NO-SE, SO-NE per Firenze. La costanza di queste direzioni nelle scosse di terremoto qui a Firenze è assai manifesta e singolare; e si riscontra non solo nelle indicazioni de'mici pendoli, ma si manifesta pure nelle tracce sismiche lasciate sulla polvere da parecchi altri pendoli diversissimi per lunghezza e peso, i quali trovansi all'Osservatorio Ximeniano, ivi disposti a diversi piani, superiori e terreni, ed accuratamente osservati dall'illustre P. F. Cecchi delle Scuole Pie, Direttore di quell'Osservatorio. Aggiungo anzi che durante i periodi di maggiore agitazione microsismica si trova assai spesso o nell'uno o nell'altro, ovvero in parecchi insieme e talora anche in tutti i pendoli dei due Osservatorii, benchè più o meno ampia, qualche traccia sismica, e questa talvolta anche abbastanza notevole senza che alcuno avverta scossa di sorta. Questo fenomeno non può essere attribuito soltanto a semplice inclinazione temporanea del suolo, giacchè in tal caso tutti i pendoli, dal più al meno, cioè proporzionalmente alla loro lunghezza, avrebbero sempre lasciata qualche traccia di spostamento. Ciò non essendo, convien ricorrere alla legge d'inerzia ed alla teoria del P. Cavalleri, altrove dichiarata, cioè che, relativamente alla loro massa e lunghezza, quei soli pendoli allora si mettano in moto, maggiore o minore, nei quali l'oscillazione pendolare è più o meno concordante ed isocrona coll'onda sismica: e ciò tanto più si conferma dal fatto più volte osservato che talora i pendoli più corti sono stati quelli che hanno dato la traccia maggiore, mentre simultaneamente nei lunghi la medesima era piccola o insensibile, ed altre volte invece è avvenuto precisamente l'opposto (V. appresso i n.[i] XVI e XVII). Del resto, lasciando per ora da parte la ra-

gione del fatto (il quale anche fu osservato più volte e pubblicato dal Prof. De Rossi, e notato pure dal Conte Malvasia e dal Prof. D. Ignazio Galli, Direttore dell' Osservatorio di Velletri) quello che qui principalmente occorre di rilevare si è che anche codeste tracce, lasciate silenziosamente dal pendolo, mostrano costantemente per Firenze la stessa direzione dei moti sismici ordinari. Ora se questa coincidenza di direzioni fra i moti sismici ed i microsismici maggiori si verifica, come pare, in tutte le altre stazioni rispetto alla giacitura delle loro valli e dei monti, questo fatto, dico, mentre per l'una parte somministra un argomento di più sull' origine endogena di questi ultimi, esso sarebbe anche una conferma maggiore alle belle teorie del Prof. De-Rossi sia riguardo alla costanza di una data direzione delle scosse sismiche in ciascun luogo, sia riguardo al vibrare longitudinale e trasversale dei labbri delle fratture terrestri nei terremoti. Inoltre i fatti accennati si collegano forse anche colle magnifiche teorie delle linee assiali montuose e dei radianti con tanta sagacia rintracciate e discusse dall' illustre P. A. Serpieri delle Scuole Pie, Direttore dell'Osservatorio di Urbino.

VII. Il mio istrumento presentandomi agio di osservare e valutare simultaneamente non solo i moti microscopici orizzontali, ma per mezzo di una spirale sensibilissima anche i verticali, potei verificare molte volte l'esistenza e riconoscere l'origine endogena di questi piccoli moti sussultori, affatto indipendenti da cause vibratorie accidentali e locali. Notai la loro manifestazione più frequente ed energica durante i periodi puramente sismici (1), e spesso l'apparire improvviso dei medesimi contemporaneamente a scosse seguite altrove (come nei terremoti del Veneto, di Romagna, di Siena ecc.) e per lo più senza una relazione manifesta e prossima coll' abbassamento del Barometro (2). Invece nei moti orizzontali barosismici notevoli, assai di rado si hanno oscillazioni verticali nel pendolo, e se talora ciò è avvenuto, il moto stesso orizzontale del pendolo, per alcuni caratteri che dirò appresso, appariva *misto*: oltre a ciò spesso il moto sussultorio qui osservato era manifestamente dovuto ad una scossa altrove avvenuta. Inoltre convien ben notare questo fatto *evidente, positivo e costante* che dei molti veri terremoti che si sono qui osservati, e a Bologna, siano essi stati mediocri o piccoli o anche piccolissimi, quasi tutti finora sono stati accompagnati da oscillazioni

---

(1) Il massimo annuo delle oscillazioni verticali fu per l'appunto nel 1873, anno così famoso pei grandi e frequenti terremoti in Italia.

(2) Di questa diversità e ritardo di manifestazione accenno appresso una qualche ragione come probabile.

verticali più o meno forti, ma sempre visibili anche ad occhio nudo, benchè il più delle volte nessuna persona avesse avvertita questa componente verticale del moto sismico; poichè la scossa sentita era giudicata da tutti semplicemente ondulatoria. Anzi qui a Firenze è fenomeno ordinario e quasi costante che dopo ogni scossa di terremoto seguitano a manifestarsi ad intervalli e per più ore tali moti sussultori microscopici. Sicchè, a quanto sinora mi risulta, uno degli indizi di un periodo sismico è appunto la maggior frequenza ed ampiezza di codeste oscillazioni verticali nel Tromometro.

VIII. Intanto la presenza ordinaria nei terremoti tanto qui che a Bologna di queste due componenti (*variabili* in intensità e *costanti* in direzione), mentre è una conferma di quanto ho detto sopra, riguardo al carattere sismico delle oscillazioni verticali, le quali appariscono nel Tromometro, ci fa supporre inoltre che le vere scosse così dette *ondulatorie* non siano probabilmente, almeno il più delle volte (1), che impulsioni ovvero onde di vibrazione più o meno oblique all'orizzonte, provenienti forse da uno o più centri più o meno profondi, sempre però connessi colla orientazione dei rilievi e delle depressioni del nostro sistema oro-idrografico Apenninico. Cosicchè quando si giungesse ad accertare la simultaneità delle due impulsioni che ho detto, orizzontale cioè e verticale, l'*azimut* della prima ed inoltre l'intensità di entrambe espressa colla stessa unità di misura dinamica, si potrebbe realmente determinare o numericamente o graficamente, per mezzo del *parallelogrammo dinamico*, il vero valore e la direzione del moto sismico. In tal caso (come pure ho accennato altra volta) componendo le risultanti locali, ottenute in tal modo per mezzo di più istrumenti uniformi e collocati in diversi luoghi, si potrebbe forse anche giungere in seguito a determinare approssimativamente la posizione e profondità del centro dello scotimento, non che la natura e la direzione dell'impulsione sismica endogena primitiva.

---

(1) Ho detto *il più delle volte almeno*, giacchè nei limiti di sensibilità della spirale del pendolo del Tromometro, e del piccolo ingrandimento del microscopio che vi è unito, è molto probabile che alcune minime impulsioni verticali sfuggano realmente all'osservazione, e ciò specialmente nei moti microsismici. Ad ogni modo in questi ultimi d'ordinario il moto verticale, quando si manifesta, è sempre relativamente assai minore. Qualche volta esso si mostra d'improvviso quando pure il pendolo non ha alcuna oscillazione orizzontale ovvero l'ha assai piccola: anzi quando pure il pendolo si trova antecedentemente in movimento, si vede spesso serrarsi d'un tratto l'oscillazione orizzontale al sopravvenire della verticale, e ciò anche interviene producendo successivamente ad arte codesti due movimenti. Questo fenomeno, a quanto mi sembra, si può spiegare facilmente per le successive risoluzioni del moto obliquo che tenderebbe a prodursi, e nel quale la componente verticale viene alternativamente elisa, se ascendente, dalla gravità, se discendente, dal punto di sospensione del pendolo e dall'inerzia della spirale, al che si aggiunge il dissincronismo e la discordanza delle due specie di oscillazione.

IX. Inoltre dopo una scossa di terremoto, come pure dopo un periodo di più giorni di forte agitazione microsismica, succede in generale un lungo periodo di quiescenza. Il medesimo interviene anche durante le eiezioni vulcaniche, o in generale quando l'attività endogena si esaurisce o si trasporta altrove, come pure ho osservato più volte nelle passate pubblicazioni (1) e venne confermato ancora dal Prof. De-Rossi. Questo sarebbe un carattere di ravvicinamento tra le due specie di movimenti accennati di sopra e ne farebbe conoscere l'origine più remota comune ed endogena, sebbene si mostrino così diversi nella forma e durata di loro manifestazione. Nei moti semplicemente barosismici la causa influente più prossima e diretta, e che si aggiunge alla prima, sarebbe la diminuzione di pressione atmosferica, in quanto che questa probabilmente accresce volume e tensione alle masse gassose interne; nelle altre specie di moto, sia microscopico, sia sensibile, invece è forse l'attività vulcano-sismica la principale. Infatti riunendo e comparando fra loro tutti i caratteri esposti, e che si manifestano nei moti pendolari osservati, si sarebbe condotti ad affermare con qualche probabilità, che quando il dinamismo terrestre è determinato principalmente dalle grandi onde di depressione atmosferica che traversano l'Italia, esso produce vibrazioni più placide, ampie e pressochè continue, come più prolungata è la causa stessa la quale più direttamente le determina, cioè la depressione barometrica: al contrario in quei moti terrestri, siano essi tromometrici o veri terremoti, nei quali prevale l'altro agente endogeno, i moti che ne derivano sono più bruschi, più repentini e tumultuari (come sarebbe appunto di un gas che si sviluppi rapidamente da un fluido) qualunque ne sia la causa, o il calore, o l'azione chimica, o la meccanica, e comunque queste operino o separatamente o congiuntamente.

---

(1) V. Bullet. Meteor. del P. Denza Vol. VI N.° 10, dove a pag. 148 così mi esprimo: « Nella » notte del 24 Aprile (1872) cominciò la tremenda eruzione del Vesuvio, durata fino al 30 Aprile. » È notevole che dopo il cominciamento dell'eruzione suddetta, si è avuta quì una quiete lun- » ghissima quasi assoluta nel Sismometro, cioè dal 24 Aprile sino alla mattina del 21 Maggio, » non interrotta se non da una sola onda grandissima ed isolata nel giorno 28 Aprile, dopo le » 10 di sera ». Il medesimo fenomeno si è poi verificato altre volte appresso, nelle eruzioni del Vesuvio e dell'Etna, come noterò negli *Appunti* storici, ed anche ultimamente nei conati eruttivi del Vesuvio nel Dicembre 1875, nel qual mese, benchè per solito agitatissimo riguardo ai moti microsismici, il tromometro è rimasto assai tranquillo nella 2ª e 3ª decade. Ciò si è verificato pure a Bologna, a Roma, Camerino, Livorno ecc. meno qualche breve risalto di natura piuttosto sismica. Aggiungo anzi, giacchè il ritardo di questa pubblicazione me lo consente, che la circostanza accennata unita colle alte pressioni barometriche ha probabilmente influito nel principio di quest'anno ad alterare alquanto il solito andamento della curva della media mensile (V. la Tav. I della 2.ª Parte) nei diversi nostri Osservatorii.

X. Fra le ricerche microsismiche principali una delle più importanti, alla quale sin da principio mi applicai, e che ebbi sempre di mira, si fu quella di riconoscere se dalle medesime mi fosse dato trarre qualche indizio preventivo dell'approssimarsi di qualche scossa di terremoto, come l'illustre Prof. Palmieri sul Vesuvio, per mezzo delle oscillazioni dei pendoli del suo Sismografo, riconosce la minaccia di qualche parossismo vulcanico. Però, studiando e comparando attentamente le mie osservazioni soltanto dal 1870 in poi e le curve diurne, non giunsi veramente per parte mia a riconoscere nel moto microsismico alcun indizio sicuro e costante che precedesse direttamente tutte e singole le scosse di terremoto qui seguite in questo tempo. Bensì riconobbi, come ho già detto, che *le oscillazioni orizzontali forti ed isolate del Tromometro, specialmente a Barometro alto, e le oscilluzioni verticali* indicavano in generale piuttosto che una scossa locale, una commozione o un periodo sismico nel suolo italiano. D'altra parte, non avendo per intero sott' occhio che le mie osservazioni soltanto, e ciò fino al Settembre del 1874, nel qual tempo cominciai a ricevere quelle di Bologna, non poteva fare quei confronti che pure così vivamente desiderava, e pei quali ripetutamente fin da principio, e più volte in appresso aveva invitato gli scienziati a darmi mano. In seguito mercè specialmente l'attiva, efficace ed intelligente cooperazione dell'egregio nostro collega il Prof. De-Rossi, potè stabilirsi presso di lui, e per mezzo dell'eccellente suo periodico del *Vulcanismo italiano,* un centro ove propagare e raccogliere anche le osservazioni microsismiche fatte in diversi luoghi. Fu appunto dall' esame comparativo di queste osservazioni, che in occasione del terremoto di Rimini ed in altri in appresso, il Prof. De-Rossi con moltissima mia soddisfazione, potè intravvedere una assai importante deduzione, e cioè *che un accenno del luogo ove sta per manifestarsi un qualche parossismo sismico si abbia dall'apparire una notevole e crescente agitazione tromometrica , e questa maggiore nei luoghi più prossimi e progressivamente minore nei più remoti rispetto al punto minacciato.* E realmente quando tale agitazione avvenga, come fu nel terremoto di Rimini, in tempo *anormale* per riguardo ai moti microsismici comuni, cioè a barometro alto, e più ancora se i moti stessi osservati rivestono gli altri caratteri che ho accennato sopra, il detto indizio, in molti casi per lo meno , sembra anche a me molto probabile. Infatti quando i moti tromometrici presentano tali caratteri, essi non sarebbero che i prodromi del terremoto, in quanto che probabilmente sono determinati dai medesimi agenti endogeni, mano mano, che per questi si va accumulando l' energia sismica esplosiva. *Questa però ta-*

lora si prepara in un luogo per manifestarsi successivamente in altri ed allora cessa nel primo. Questa legge, colla quale il De-Rossi esprime la sintesi scientifica di un fatto notissimo e tradizionale presso tutti i popoli delle regioni circostanti ai vulcani, cioè che la frequenza dei terremoti è in ordine inverso delle eruzioni (ciò che io pure dimostrai in passato riguardo ai moti microsismici) viene ampiamente dichiarato dal sommo geologo italiano A. Stoppani nella sua Geologia con molti fatti e ingegnosi ragionamenti (1). La medesima legge venne formolata nel modo che, ho detto sopra ed egregiamente applicata dal De-Rossi alla successiva apparizione per salto di alcuni terremoti ed eruzioni vulcaniche in Italia negli anni scorsi; e da ultimo, per mezzo del confronto dei moti tromometrici delle diverse nostre stazioni, nelle quali il moto suddetto era inverso, rispetto alla manifestazione del terremoto di Livorno del Luglio 1875, trovò in questo fatto stesso, il quale sfuggirebbe dalla prima legge, una conferma di questa seconda (2).

XI. Però nell'applicare gli accennati criteri, pei quali anche lo stesso Prof. De-Rossi giustamente aspetta la sanzione di più prolungata esperienza, e la cooperazione di altri osservatori, credo qui opportuno il recare alla presente discussione anche il piccolo contingente di alcune mie osservazioni riguardo a certe anomalie le quali sembrano domandare qualche ulteriore spiegazione.

Nelle osservazioni microsismiche che sono venuto facendo dal 1870 in poi (le quali, comprese quelle dell'antico pendolo, superano certamente le 20000) m'è occorso più volte di far l'osservazione simultaneamente o prossimamente all'istante nel quale, anche a poche miglia da Firenze, o a Siena o a Livorno, oppure sull' Apennino Toscano, in Romagna, nel Veneto o in altre parti d'Italia, seguiva qualche scossa di terremoto. Or bene, ho riconosciuto molte volte, che, indipendentemente dall'energia di questo, ed anche per uno stesso luogo, o vicino o lontano, talora si manifestavano, ed altre volte no, i soliti moti tromometrici. Inoltre potrei recare qui molti esempi recenti e passati di terremoti, anche abbastanza sensibili, nei quali l'area di scotimento è stata oltremodo ristretta, mentre altri invece, sebbene di assai minore intensità, si sono propagati a grandi distanze: il medesimo fenomeno avviene anche

---

(1) Corso di Geologia Vol. I pag. 437, §. 806, e pag. 446 e seg. La medesima legge è stata messa anche molte volte in evidenza dalle importantissime osservazioni vesuviane fatte dall'illustre Prof. Palmieri, non che da antecedenti osservazioni dell' Humboldt, dal Forbes nella sua *Geologia della Bolivia*, da Darvin, da Dolfus e Mont-Serret (*Mission scientifique au Mexique*) e da molti altri autori.

(2) Bullettino del vulcanismo italiano An. II 1875 Fasc. di Giugno, Luglio e Agosto, pag. 52 e seg.

nei moti microsismici nelle diverse nostre stazioni; alcuni di essi cioè sono al tutto locali, altri comuni. A poter in qualche modo spiegare le esposte anomalie, convien supporre che nelle scosse puramente locali l'impulsione probabilmente derivi o da un centro sismico assai meno profondo o più limitato, ovvero che ivi la costituzione geologica del suolo sia tale, che, per causa forse di qualche soluzione di continuità, o diversità di consistenza nelle sue diverse parti, il moto stesso resti quasi isolato ad una piccola cerchia ed impedito di propagarsi a distanza, come avviene in piccolo, in simili circostanze, alle oscillazioni dei corpi sonori (1).

XII. Sembra infatti, a quanto almeno ho potuto osservre in alcuni terremoti [come in quelli di Rimini, di Livorno, di Belluno e qualche altro] che appariscano realmente, come nei corpi sonori, sulla superficie ed al di sotto del suolo delle zone nodali e ventrali; infatti non solo a notevoli distanze, ma anche in posti assai vicini entro la stessa città, alla distanza di poche centinaia di metri, si manifestano dei massimi e dei minimi relativi di effetti meccanici diversissimi prodotti da uno stesso terremoto, benchè, a quanto sembra, in circostanze identiche. Così a Livorno, nell'ultimo terremoto del Luglio 1875, mentre la parte occidentale della città era fortemente scossa, con ispavento dei cittadini, all'Ardenza e a Montenero il terremoto non fu quasi avvertito.

Anche quì a Firenze ho notato più volte questo fenomeno di diversità notevole di moto, molto maggiore nella parte della città che è alla riva sinistra dell' Arno, che non in quella a destra e dalla parte della collina di Fiesole. Quivi appunto, a quanto rilevasi anche dalla tradizione, pare che esista quel fenomeno singolare che al Perù chiamasi *ponte*, dove cioè le scosse sembra che passino oltre ai luoghi circostanti senza ivi manifestarsi (V. Stoppani Geol. Vol. I pag. 454). A questo proposito ancora è veramente assai singolare e degno di attenzione quanto il P. Corrado Mira, monaco Cassinese,

---

(1) In una lettera da me diretta all'illustre P. A. Secchi, in data del 1 Dic. 1872 (Bull. Meteor. del Collegio Romano, Vol. XI, N.° 12, pag. 113-115) riferendo alcuni fenomeni microsismici e magnetici osservati a Firenze in occasione del terremoto di Siena del 23 Nov. 1872, da ultimo espongo 7 deduzioni principali fino allora ricavate in generale da tutte le mie osservazioni tromometriche (parecchie delle quali ho confermato ed esposto qui sopra). In esse, riguardo al terremoto, notava appunto al n.° 4.° quanto segue: « Da osservazioni fatte anche altre volte in occasione di terremoti avvenuti nello stesso luogo o in diversi luoghi d'Italia, anche indipendentemente dalla loro vicinanza o lontananza da noi, il *Tromometro* talora ne ha dato indizio, e talvolta no. Ciò che m'induce a credere che la sede dello scotimento, anche in uno stesso luogo, sia alcuna volta più e tal'altra meno profonda, e non sempre legata all'identità dei terreni geologici tra il luogo d'osservazione e quello della manifestazione sismica ».

riferiva al Prof. De-Rossi, riguardo ai frequentissimi terremoti quasi giornalieri sentiti a Monte Cassino, e cioè: « . . . che (ivi) il terremoto il più » delle volte è localizzato da non esser sensibile in San Germano. Spessis» simo poi non si sente al di là del fiume *Rapido*, come appunto avvenne » in quello citato (verso la metà di Dicembre 1872) che lesionò la Chiesa (di » Monte Cassino), il quale però fu invece sentito a distanza grande, cioè » a Molo di Gaeta ». (V. la Memoria del Prof. De-Rossi: *Le fratture vulcaniche Laziali ed i Terremoti del Genn.* 1873. Estr. dagli Atti dell'Accad. Pont. de'Nuovi Lincei, An. XXVI, Sess. II.ª del 19 Gen. 1873, pag. 30, nota (1ª). Ma non meno meritevole di riflessione si è un'altro fatto importantissimo accaduto più volte in diversi luoghi, che cioè ad una certa profondità nel suolo (relativamente assai piccola) vi ha discordanza manifesta di dinamismo sismico rispetto a quello che interviene simultaneamente alla superficie del suolo. Così nelle solfatare di Cesena parecchie volte è accaduto che non si sia avvertito il terremoto benchè al di fuori nelle campagne circostanti fosse stato fortissimo. In alcune miniere dell'America e di Germania è pur seguito talora il somigliante, talchè i lavoranti soltanto all'uscire di sotto terra riseppero con sorpresa il terremoto accaduto, e lo spavento generale della popolazione, mentre altre volte seguì precisamente il contrario. A questi e ad altri fatti consimili, notati già da parecchi autori (1), potrei aggiungere pure alcuna cosa forse somigliante riguardo ai moti microscopici, e che io stesso ho potuto rilevare. Infatti mi è avvenuto più volte di osservare dei moti sussultori (i quali pur mi sembravano di origine sismica) nel Declinometro, posto in un sotterraneo alla profondità di 5 metri, mentre contemporaneamente ciò non interveniva al Padiglione magnetico, posto sul declivio esterno del podere vicino, e nemmeno al Tromometro, benchè questo trovisi al pianterreno del Collegio stesso, poco lungi dal sotterraneo che ho detto.

Checchè ne sia di quest'ultima osservazione, a me sembra ad ogni modo che di tutti i fatti superiormente arrecati (quantunque in apparenza inesplicabili, e direi quasi inconciliabili coll'energia, vastità e profondità dell'impulsione endogena del moto sismico) si possa dare una qualche ragione plausibile. Questa sarebbe l'ammettere che non solo nella superficie del suolo, come si è detto sopra, ma anche in senso verticale nei diversi strati più o meno profondi del sottosuolo, si alternino zone nodali e ventrali di vibra-

(1) V. Corso di Geo'ogia del Prof. A. Stoppani Vol. I, Milano 1871 pag. 454, e l'importantissimo lavoro del Prof. A. Favaro, che cito alla fine di questa I.ª Parte, specialmente la nota (1) a pag. 47, ed il bellissimo lavoro del P. Serpieri sul terremoto del 12 Marzo 1873.

zione: cioè che ivi avvenga in qualche modo, quello stesso fenomeno che si verifica in piccolo (mi si perdoni il confronto) quando con una percossa si vuole spezzare un blocco di pietra: benchè sia essa a tessitura omogenea e compatta, cioè non stratificata, l'abile manifattore sa per pratica regolare il colpo in modo che la massa si spacchi per l'appunto nel piano divisato (1). Del resto anche senza rottura è certissimo che non meno all'esterno che all'interno dei solidi hanno luogo nella percossa vibrazioni alternate più o meno ampie; varie sono le applicazioni pratiche che si fanno di questo fenomeno in meccanica. Inoltre ognuno sa come lo scoppio di una polveriera o di una mina, benchè istantaneo nel luogo ove si compie, produce tuttavia, a distanza anche di parecchi chilometri, una serie di oscillazioni ondulatorie e sussultorie, le quali simulano un vero terremoto (2) e ciò ha luogo anche nei sotterranei. Similmente una forte percossa prodotta dalla caduta di una massa considerevole sopra un terreno piano ed eguale, vi produce (come si riconosce dal diverso risalto di corpi oscillanti messi a varia distanza) una serie di circoli concentrici, formati dall'alternarsi delle linee ventrali e nodali di vibrazione, come avviene delle onde circolari che si producono nell'acqua tranquilla intorno al punto ove si getta un sasso. Egli è però naturale che tale simmetria nelle onde di propagazione debba riuscire anche a certa profondità alterata, allorchè intorno al luogo della percossa il terreno presenti strati vibranti distinti, di varia natura, massa e inclinazione, quali appunto trovansi alla superficie terrestre. In tal caso infatti le suddette zone ventrali e nodali dovendo disporsi secondo le linee di minima e massima resistenza, non solo quanto all'andamento generale del moto sismico esse seguono la via lineare o parallela, tortuosa o raggiata delle fratture principali e secondarie (3), ma per la stessa ragione anche in un area ristretta un'onda derivata può produrre dei fenomeni simili d'interferenza tanto sopra che sotto la superficie del suolo. Tanto più siamo condotti ad ammetter questa induzione in quanto che nelle scosse di terremoto sui fabbricati medesimi si manifestano evidentemente questi stessi fenomeni di risoluzione di moto e di rinsacco e collisione di vibrazione, non solo fra il pianterreno e la parte più elevata dell'edificio (dove l'oscillazione è massima, e così progressivamente

(1) Ciò avvieno probabilmente perchè ivi si genera uno strato interno di massima vibrazione, compreso fra due altri nodali, in modo che le molecole vibrando ivi dissincronamente al massimo grado, rimane così superato il limite di distanza alla quale la coesione agisce.

(2) Il capitano Körber per questi caratteri di somiglianza tentò di applicare la teorica delle mine alla spiegazione dei terremoti, *Die Erdbeben*. Vienna 1844 (V. lo Stoppani l. c. pag. 444).

(3) Veggansi le importantissime Memorie del Prof. De-Rossi citate alla fine di questa 1.ª Parte.

minore nei piani inferiori) ma talora in diversi ambienti di uno stesso piano, sia del medesimo fabbricato, sia di altri vicini, si ha diversità di ampiezza e di direzione di moto, secondo la varia orientazione e contrasto dei muri ecc., come l'esperienza mi ha chiaramente dimostrato.

Quindi oltre le cause accennate sopra , proprie della natura speciale del sottosuolo, credo che almeno in qualche caso convenga ricorrere alla teoria delle interferenze, senza di che mi pare che non si possano spiegare plausibilmente siffatte anomalie, dovendosi altrimenti supporre frazionata assaissimo l'energia stessa locale dell'impulsione endogena, cosa assai improbabile, specialmente in quei luoghi, dove la costituzione geologica, a quanto apparisce, è identica, e le rocce stesse presentano all'urto sotterraneo una continuità e formazione uniforme (1). Questi stessi fenomeni d'interferenza delle onde sismiche a più ragione dovrebbero aver luogo quando esistano simultaneamente più centri di vibrazione, principali o derivati, dai quali il moto sismico venga propagato. Aggiungo di più, come semplice ipotesi, che forse a questa stessa cagione delle collisioni e dei successivi rinsacchi di oscillazione locale potrebbero attribuirsi le pulsazioni tromometriche, cioè il successivo crescere o diminuire e i subiti arresti e risalti del moto pendolare; mentre invece il periodico variare, ad intervalli di qualche ora, dell' intensità stessa tromometrica, durante le agitazioni microsismiche, potrebbe forse derivare dal successivo passaggio di una grande linea nodale o ventrale microsismica pel luogo di osservazione.

XIII. Inoltre è cosa assai singolare e notevole che tanto i moti microsismici quanto i terremoti danno luogo ad un moto pendolare irregolare nella forma. Riguardo ai terremoti, ciò si verifica tanto nei pendoli affatto liberi, che in quelli nei quali o la massa pendolare muove degli indici leggeri e scorrevoli, ovvero colla sua cuspide esilissima e cedevole lambisce un sottile strato di polvere, o la superficie di un vetro affumicato. La traccia irregolare osservasi

---

(1) In un mio scritto sull' ultimo grande terremoto di Rimini , e che stesi per soddisfare ai desideri del chiarissimo Prof. P. Serpieri Direttore dell'Osservatorio di Urbino, e comunicai anche all'egregio Prof. De Rossi, fra le altre riflessioni a dichiarazione dei fatti osservati in quella circostanza, toccai anche della propagazione vibratoria del moto sismico per via di onde, alla esistenza delle quali in tale occasione accennavano anche le indicazioni sismometriche di Bologna e di Firenze. Del resto, ognun sa, questa teoria non è nuova, ma è stata già più volte in passato sostenuta, ed anche recentemente essa si è voluta estendere non solo alla semplice propagazione del moto a distanza (per la qual parte principalmente io la ritengo plausibile e conforme ai fatti sperimentali) ma ancora all' origine delle impulsioni stesse primitive dei centri dinamici del moto endogeno. Però nei punti d'intersezione comune di più zone ventrali può benissimo prodursi un centro derivato di scotimento molto considerevole, e tale da simulare un centro o un radiante primitivo, o una zona assiale di movimento derivato, come lungo le valli ecc.

anche quando le ondulazioni del terremoto, a giudicarne dalle sensazioni provate dalle persone, sembravano tutte dirette linearmente in uno stesso piano. Se non che anche nei moti ordinari tromometrici grandi o piccoli è raro ravvisare un moto lineare nel pendolo, o una forma regolarmente circolare o ellittica. Quasi sempre, osservando il pendolo nei successivi rombi, si ha per ciascuno di essi un'ampiezza variabile, non riferibile ad alcuna forma regolare o simmetrica, e che presenta dei massimi e minimi successivi nei valori dell'ampiezza, i quali distano per lo più fra loro di 90.° Inoltre questi stessi massimi e minimi, durante le agitazioni microsismiche, veggonsi spesso trasferirsi celeremente, invertirsi e scambiarsi a vicenda di posizione, anche sotto l'occhio stesso dell'osservatore, quando si fa uso del microscopio girevole circolarmente per passare da un rombo all'altro, cioè nell'intervallo di pochi secondi (1). Questo fatto non si può attribuire ad effetto di rotazione nel pendolo, almeno nel mio, giacchè alcuni punti più luminosi che appariscono nella cuspide di platino del medesimo mi farebbero conoscer subito per riflessione la più piccola rotazione. D'altra parte questo fenomeno, per ragione della sua rapidità, non pare che nemmeno possa attribuirsi (come ho detto altrove) a diversa proclività o resistenza che il pendolo incontri nel suo punto di sospensione. Quindi, per ora almeno, e finchè non appariscano altre prove sicure in contrario, io riterrei quanto altre volte ho affermato, cioè che la variabilità ed irregolarità della curva pendolare nei casi accennati debba probabilmente attribuirsi ad un moto composto che anche a piccoli intervalli si produce nel pendolo in virtù di impulsioni angolari che si succedono, e ciò tanto nei moti microsismici che nei veri terremoti.

XIV. Una delle osservazioni notevoli che ho fatto più volte in passato, riguardo alla traccia sismica o poligonale o curvilinea irregolare, la quale risulta dai valori dello spostamento assoluto e relativo degli indici del mio Isosismometro tanto qui che a Bologna è la seguente. Il punto interno di essa, al quale corrisponde la cuspide del pendolo fermo, trovasi sempre eccentrico rispetto

(1) Da quanto ho esposto sopra si rileva che dovendo farsi l'osservazione col microscopio in un piano perpendicolare a quello nel quale in quel momento trovasi l'asse maggiore dell'oscillazione del pendolo, a fine di rilevarne giustamente il valore, e questo piano essendo assai variabile, come ho detto, torna molto utile, a fine di vedere e valutare ad un tratto il moto pendolare, far uso di un microscopio a prisma, fornito di micrometro e della rosa dei venti, come già praticai nel Tromosismometro di Bologna, e fu pure ultimamente proposto e convenuto pel Tromometro normale semplice. Del resto usando uno o due microscopi ordinari fissi di posizione, è impossibile ottenere risultati esatti, tranne il caso fortuito che il piano d'oscillazione principale del pendolo sia perpendicolare all'asse dei microscopi stessi, e che ciò segua per l'appunto nel momento dell'osservazione.

ai punti salienti della poligona o curva sismometrica, e specialmente riguardo all'asse maggiore di essa, nel piano stesso cioè dell'impulsione sismica prevalente indicata dall'istrumento. Questa eccentricità ed irregolarità l'aveva già osservata più volte nella traccia lasciata sulla polvere dell'antico mio pendolo sismometrico fin dal 1870, e appresso riseppi dal Prof. Riatti che consimili forme irregolari eransi ottenute pure a Forlì durante i grandi terremoti delle Romagne di quell'epoca. In seguito per mezzo dell'Isosismometro riconobbi pure che, oltre le dette irregolarità che si trovano nei terremoti a tutti manifesti, si aveva altresì generalmente qualche spostamento, in un indice solo per lo più, nelle maggiori agitazioni microsismiche, ma talora anche in giorni ne'quali il tromometro era assai tranquillo. Queste escursioni unilaterali e quasi radiali del pendolo furono ancora osservate moltissime volte in alcune scosse di Velletri dal Prof. Ignazio Galli, a Rimini ed altrove. Ora, come ognun sa, il pendolo nelle sue oscillazioni ordinarie descrive, per effetto della sola gravità, spazi eguali tanto a destra che a sinistra della verticale, e ciò si verifica pure assai prossimamente anche nei moti oscillatorii comuni dei pendoli sismometrici che ho detto (1). Pertanto a spiegare in qualche modo lo spostamento accennato si presenterebbero, come più probabili, le seguenti cagioni, siano esse operanti congiuntamente o separatamente. La 1.ª è che durante l'impulsione terrestre si generi realmente nel pendolo, ovvero anche nel suolo stesso, una forza centrifuga, in virtù della quale il pendolo per un istante rimanga spostato dalla verticale; ovvero 2.° che venga modificata *momentaneamente* in quel luogo la direzione della gravità, componendosi essa localmente coll'impulsione sismica: o 3.° da ultimo che la stessa superficie terrestre durante il terremoto si atteggi a guisa di larga e lieve onda passaggiera di sollevamento o di depressione, sicchè il suolo del luogo di osservazione trovandosi tosto o poi sulla superficie inclinata della medesima, cagioni un reale spostamento del pendolo dalla linea verticale della gravità al passaggio dell'onda suddetta. D'altra parte il fatto costante, che si è sempre osservato nell'Ortosismometro in occasione di terremoti tanto qui che a Bologna,

(1) Egli è vero che se artificialmente si danno una o più impulsioni rapide angolari al punto di sospensione, si ha pure qualche piccola diversità d'ampiezza nelle successive escursioni a destra e a sinistra della verticale, ma non mai in modo così spiccato, come avviene nei terremoti: oltre a ciò, la traccia che si ottiene, nel caso accennato sopra, è generalmente ovale e quasi simmetrica, e non presenta quelle singolarissime irregolarità che appaiono nella traccia sismica e microsismica, come ho potuto rilevare dal confronto che ne ho fatto, osservando le interessantissime ed assai istruttive esperienze sopra indicate, che il P. F. Cecchi delle Scuole Pie, Direttore dell'Osservatorio Ximeniano di Firenze, mi fece gentilmente conoscere, e che spero fra breve egli pubblicherà.

del manifestarsi cioè una componente verticale oltre l'orizzontale, sembrerebbe rendere forse alquanto più probabile l'ultima delle dette ipotesi. Infatti le due risultanti dedotte dalla composizione dei due moti orizzontale e verticale in uno stesso terremoto, come fu quello di Rimini, oltre il presentare nelle due stazioni una diversa inclinazione all'orizzonte, l'una accennava ad un moto obliquo di depressione, l'altra di sollevamento, come se i due Osservatorii si fossero trovati, l'uno sul declivio dell'onda discendente, il secondo su quello di un'altra onda ascendente e posteriore, secondochè indicava l'intervallo di tempo trascorso nella percezione del medesimo fenomeno nelle due stazioni. Questo fatto, quantunque abbisogni certamente di ulteriori studi e conferme, non lascia però di meritare forse l'attenzione dei cultori della scienza, e potrebbe connettersi pure coll'altro delle interferenze, che ho già accennato sopra, non che col tempo impiegato alla propagazione del moto sismico a diverse distanze e in certe orientazioni.

XV. Ma ritornando ancora al fatto dell'eccentricità dissimmetrica della curva pendolare, già osservai, ed ora lo confermo, che il medesimo fenomeno si verifica anche nei moti tromometrici, specialmente durante i periodi di agitazione. A tal fine nel *Tromosismometro* costruito pel Sig. C.e Malvasia di Bologna, feci segnare nel micrometro una linea media, alla quale, in giorni di perfetta quiete, corrispondesse il centro di un crocicchio inciso in un dischetto d'argento, posto centralmente sotto il pendolo (1); allo *zero* di codesto asse o linea di fiducia, si riferiva poi separatamente il valore di ciascuno dei due estremi dell'oscillazione pendolare. Ora, col metodo già pubblicato nel Bullettino Meteorologico del Collegio di Moncalieri, Vol. IX, N.° 10, determinando in ciascuna osservazione il valor lineare ed angolare dello spostamento del centro del crocicchio dalla linea di fiducia che ho detto, si rileva appunto ciò che ho sopra esposto. Infatti dalle 1502 osservazioni ivi eseguite dal C.e Malvasia dall'Agosto 1874 al 13 Luglio 1875 col medesimo pendolo, simile al mio per lunghezza e peso, si deduce che si hanno i medesimi fenomeni detti sopra, ed anche più chiaramente apparisce una deviazione più o meno notevole e variabile ora in un senso ora in un altro del pendolo dalla li-

(1) Un punto impresso all'estremità di uno dei quattro lati del crocicchio, e che sin da principio si fa corrispondere ad un rombo fisso convenuto, serve pure a riconoscere se vi è stato in seguito, ovvero se esiste ancora, al momento dell'osservazione, qualche spostamento rotatorio nel pendolo stesso, per effetto meccanico, calorifico o di torsione, dilatazione o inflessione di qualche parte; però nel fatto questa rotazione non si verifica. (V. la descrizione del *Tromosismometro* Est.° dagli *Atti dell' Accad. Pont. de' Nuovi Lincei*. An. XXVII, Sess. III.a del 22 Feb. 1874. Roma Tip. delle Scienze Mat. e Fisiche 1874).

nea di fiducia, o verticale. Le deviazioni più notevoli poi costantemente hanno luogo nel piano medesimo nel quale si manifesta l'escursione maggiore del pendolo, come avviene appunto nelle scosse di terremoto, cioè, per Bologna, secondo i piani N–S ovvero E–O. Nondimeno anche nelle oscillazioni ordinarie e piccole, come nelle grandi, la deviazione dalla verticale suol prevalere per ordinario più giorni di seguito verso l'uno o l'altro soltanto dei quattro rombi accennati, e talora cangia improvvisamente di rombo (l'opposto o l'ortogonale) anche solo da un'osservazione ad un'altra, in qualunque ora del giorno, ed anche più volte nello stesso giorno. Questo fatto, oltre altre prove che si sono prese, dimostra l'indipendenza di codesto fenomeno dalle cause progressive e periodiche della torsione e della temperatura, tanto più che il fenomeno avviene senza alcuna relazione colle variazioni termiche interne o climatologiche esteriori nel luogo di osservazione. Questi sono gli appunti principali intorno alle deviazioni dalla verticale, che ho dedotti principalmente dall'esame delle osservazioni fatte a Bologna, dove continuamente per circa un anno si sono eseguite nel modo sopra indicato (1). Sarebbe però desiderabile che le medesime si ripigliassero anche altrove, ma con Tromometri di esecuzione la più perfetta possibile, attesa la delicatezza di questa ricerca, per la quale qualunque cautela non è mai soverchia. Egli è per ciò appunto che io ho messo l'istruzione opportuna anche per queste ricerche (V. Bull. Meteor. del P. Denza sopra citato) sebbene le medesime coi tromometri normali comuni non sarebbero da tentarsi. Io stesso ho dovuto rinunziare alla determinazione del valore numerico di queste deviazioni dalla verticale, sebbene il fatto stesso della deviazione anche notevolissima, specialmente nei grandi periodi sismici, si sia qui osservato più volte, come fu già pubblicato. Alcune anzi di queste deviazioni avvennero con un moto così lento di spostamento e di ritorno semplice del piombo alla verticale, da rassomigliare quasi la semioscillazione di una nave quando sotto di essa trascorre un'onda di mare. Il fenomeno accennato però, piuttosto che ad un'onda completa di oscillazione terrestre, potrebbe forse meglio riferirsi ad un lento conato di rialzamento o di depressione del suolo, obliquamente alla verticale del luogo di osservazione.

XVI. Fra le obiezioni che furono mosse da prima contro la realtà dei moti microsismici una si fu la diversa ampiezza ed orientazione di moto che si manifestavano nello stesso luogo in più pendoli, diversi di massa e di lunghezza.

---

(1) Altre importantissime osservazioni intorno alle deviazioni dalla verticale furono pure eseguite dal Prof. De Rossi specialmente a Rocca di Papa, delle quali parlerò negli Appunti storici.

Dico *diversi* perchè trattandosi di moti microscopici, ritengo quasi impossibile praticamente, come già dichiarai, che i medesimi siano realmente identici, anche riguardo al punto di sospensione. Pertanto io risposi ad una parte dell'obiezione proposta applicando le belle teorie ed esperienze dell'egregio e compianto mio confratello, il P. D. Giovanni Cavalleri, secondo le quali, fra più pendoli di diversa lunghezza, e soggetti ad un' identica impulsione oscillatoria, quello si agita più ampiamente il quale compie le sue oscillazioni in un tempo eguale a quello impiegato dal moto ondulatorio impulsivo concordante. Quindi io riteneva esser cosa assai probabile, che, come nei diversi terremoti la celerità oscillatoria sismica si dimostra molto varia, come accennano alcuni effetti, oltre il tempo vario di loro propagazione ad eguali distanze per uno stesso radiante, altrettanto probabilmente doveva seguire anche nei moti microsismici. Soggiunsi inoltre altri argomenti e prove a dimostrare che la detta eterogeneità poteva derivare dalle diversità riguardo all' inerzia, al tempo necessario alla comunicazione del movimento, ed alla varia composizione di moto che in ciascuno dei pendoli diversi si produce, secondochè la nuova impulsione microsismica sopraggiunta incontra i medesimi in diverso punto della loro oscillazione precedente. A ciò si aggiunga ancora la diversità di pressione o di attrito riguardo al punto di sospensione dei pendoli stessi, bastando per ciò un nonnulla di impedimento diverso, maggiore o minore in un piano più che in un altro, al libero oscillare, per dar luogo in breve tempo a siffatte eterogeneità nella direzione del moto pendolare. Interessantissimi sono a questo proposito gli studi e le esperienze fatte nello scorso anno dal ch. P. Filippo Cecchi delle Scuole Pie, Direttore dell'Osservatorio Ximeniano di Firenze, le quali spero, come vivamente ne l'ho pregato, pubblicherà forse insieme colla descrizione del suo nuovo Sismometro (1). Questo strumento, a quanto possa giudicarne, raggiunge forse quanto di meglio si poteva praticamente ottenere a soddisfare le più importanti ricerche scientifiche attuali.

XVII. Intanto, poichè la speciosità dell'obiezione, accennata da prima, poteva per lo meno rinvigorire il dubbio e la diffidenza antica non ancor dissipata, riguardo alla realtà dei moti microsismici, si ritornò con ardore allo studio dei fatti. Così dalle magnifiche ed inappellabili esperienze fatte a Rocca di

(1) Egli è appunto in seguito alle giustissime osservazioni e convincenti esperienze del P. Cecchi, che in questa Memoria, parlando dei fenomeni osservati sulla direzione dei moti sismici e microsismici, ho cercato di limitarmi ad esporre solo quel tanto che mi è sembrato più sicuro e probabilmente meno soggetto alle influenze accennate.

Papa dal Prof. De-Rossi risultò chiaramente dimostrato, come, anche fuori di qualunque dubbio di influenza accidentale e locale, e, in generale, indipendentemente da qualunque causa esogena, pendoli diversi possono manifestare realmente diversa ampiezza e direzione di moto nello stesso tempo. Ma, applicando al fatto osservato, come ho detto, la teoria del P. Cavalleri, si confermò pure la ragione di questa eterogeneità di manifestazione, riconoscendola dalle cause accennate e specialmente dalla diversa celerità delle vibrazioni microsismiche durante anche uno stesso periodo di agitazione (1). Questa deduzione, benchè a prima vista potesse sembrare soltanto ipotetica, oltre che trovavasi conforme ad altri fatti analoghi, già pubblicati e conosciuti, venne pur confermata in seguito da altre esperienze che servirono altresì a gettar nuova luce sull'indole stessa dei fenomeni sismici. Si trovò infatti che in questi moti (i quali d'altra parte appariscono in fondo della stessa natura dei microsismici) la celerità impulsiva delle oscillazioni è assai diversa nei diversi terremoti, essendovi talora ondeggiamenti placidi come di una nave in mare, ed altre volte invece moti rapidi e come a strappo, il che notai già parecchie volte in passato. Da ciò deriva, secondo le teorie esposte (ed il fatto stesso lo conferma pure tuttodì) che talora i pendoli più corti danno una traccia più ampia che non i più lunghi, e ciò in uno stesso luogo e per un medesimo terremoto; mentre altre volte avviene il contrario. Talvolta anzi un pendolo non dà traccia alcuna sensibile, mentre un altro di diversa lunghezza la dà visibilissima e di più millimetri. Tutto questo risulta non solo da quanto è stato osservato da me, ma specialmente da moltissime ed interessanti esperienze fatte dal Prof. De Rossi e dal P. Cecchi; ciò si rileva pure da parecchie osservazioni sismiche del C.e Malvasia e di altri osservatori. Qualche volta anzi è avvenuto qui (2), a Roma e a Bologna che alcune piccole scosse siano state avvertite dalle persone, senza che si sia avuta alcuna traccia nel pendolo sismometrico, e viceversa: inoltre spesso avviene che l'ampiezza della traccia segnata dal pendolo non sembri, e forse realmente non è, proporzionale all'intensità relativa della scossa avvenuta o sentita. Gli stessi fenomeni ritengo molto probabilmente abbiano luogo anche pei terremoti sussultorii e in generale per la componente verticale del moto sismico.

(1) Non ometterò qui di notare che forse dalla varia celerità delle vibrazioni a diversi intervalli, potrebbe anche dipendere la forma sinuosa che presenta la curva diurna dei moti microsismici.

(2) Pubblicai già in passato questo fenomeno singolare, cioè di tracce sismometriche apparse senza alcun moto sismico, e queste di ampiezza eguale o maggiore anche di quelle di alcuni terremoti sensibili.

XVIII. Intanto dal complesso di tutte queste osservazioni risulta che per lo studio e discussione più completa dei fenomeni tanto sismici che microsismici (nel che pure meco convengono il Prof. De-Rossi ed il P. Cecchi) non un solo, ma più pendoli o sistemi oscillanti occorrerebbero, e questi uniformi nei diversi Osservatorii; e ciò sia per la componente orizzontale che per la verticale del moto sismico. In tal caso infatti uno dei pendoli colla sua maggiore escursione relativa indicherebbe sempre il vero valore dell'ampiezza di ogni oscillazione sismica, mentre la durata della medesima sarebbe indicata dal tempo che quel medesimo pendolo impiega a compiere una delle sue oscillazioni, come nel Sismometro del P. Cavalleri. Ciascuno però di questi pendoli dovrebbe altresì far parte di un Sismometro e Tromometro completo, atto a somministrare tutti gli altri dati sismometrici che occorrono, ciò che in pratica produrrebbe assai complicazione, spesa e tempo per simili istrumenti ed osservazioni. Quindi non potendosi praticamente ottenere l'ottimo, che pur si desidererebbe, sarà almeno buon consiglio attenersi a quel meglio che si può, cioè ad istrumeuti possibilmente identici e comparabili. Riguardo al Tromometro ciò è già stato eseguito di comune accordo col Prof. De Rossi, e quanto al Sismometro è sperabile che a poco a poco si possa ottenere, lasciando sempre libero a ciascuno, in entrambi in due generi di osservazione, il conservare o aggiungere qualunque altro mezzo di prova, il che anzi sarà sempre utile e commendevole.

Queste, che ho esposte finora, sono le riflessioni e deduzioni principali, le quali sono venuto raccogliendo dal 1870 in poi dalle osservazioni microsismiche, sia riguardo alla loro natura, origine e forma di manifestazione, sia riguardo al loro rapporto coi terremoti. Non potendo però dare in questa 1ª Parte ad alcune di queste deduzioni quello sviluppo che desiderava, mi riserbo di farlo appresso nella 2ª Parte anche coll'appoggio delle Tavole. Metterò poi negli appunti storici l' ordine cronologico col quale le accennate deduzioni ed altre ancora furono o pubblicate o confermate. Intanto però non posso omettere di citare, per la loro grande importanza scientifica, riguardo alla chiarezza ed al valore delle prove arrecate, le seguenti pubblicazioni dell'illustre Prof. Michele Stefano De Rossi: *Le fratture vulcaniche laziali ed i terremoti del Gennaio* 1873. *Analisi dei tre maggiori terremoti italiani avvenuti nel* 1874 *in ordine specialmente alle fratture del suolo* (1). *Primi risultati delle osservazioni fatte in Roma ed in Rocca di Papa sulle oscillazioni microscopiche dei pendoli* (2). *I terremoti di Romagna dal Set-*

(1) Atti dell'Accad. Pont. de' Nuovi Lincei An. XXVIII. Sess. Iª del 20 Dic. 1874, pag. 84 e seg.
(2) Ibid. Sess. IIª del 24 Genn. 1875. pag. 168 e seg.

tembre 1874 *al Maggio* 1875 (1). *Sulle norme e sugli istrumenti economici proposti per le osservazioni microsismiche* (2). *Bullettino del Vulcanismo italiano* (3).

(1) Ibid. Sess. IVª del 21 Marzo 1875.

(2) Ibid. Sess. VIª del 25 Maggio 1875, pag. 485 e seg.

(3) Meritano ancora assai di esser consultati i seguenti importantissimi lavori: Rapporto del terremoto avvenuto in Italia la sera del 12 Marzo 1873. (Supplem.° alla Meterologia Italiana del 1872) del P. A. Serpieri delle Scuole Pie Direttore dell'Osservatorio di Urbino. Intorno ai mezzi usati dagli antichi per attenuare le disastrose conseguenze dei terremoti, del Prof. Antonio Favaro, Venezia 1874. La sismologia ed il magnetismo terrestre secondo le più recenti osservazioni fatte in Italia, Relazione presentata al Congresso internazionale delle Scienze Geografiche per cura della Società Geografica italiana ecc. del Prof. Tenente Luigi Gatta. Roma Tip. Cenniniana 1875. — Nuovi studi intorno ai mezzi usati dagli antichi per attenuare le disastrose conseguenze dei terremoti, per Antonio Favaro. — Venezia Tip. Grimaldo 1875.

COMUNICAZIONI

Il Vice Segretario comunica una lettera dell'Emo Card. De Angelis, Camerlengo di S. R. C. e Protettore dell'Accademia, in ringraziamento degli auguri ricevuti e per condoglianza della morte del compianto Segretario prof. Vincenzo Diorio.

Fa quindi relazione dell'Udienza accordata da Sua Santità al Comitato accademico per la presentazione del volume XXVIII degli Atti, comunicando le benevole parole pronunziate dal Sovrano Pontefice intorno alla operosità dei Socî dell'Accademia stessa, ai quali si degnò inviare una speciale paterna benedizione.

COMITATO SEGRETO

L'Accademia riunitasi in Comitato Segreto per procedere alla nomina del nuovo Segretario, lo scelse nella persona del Vice Segretario Prof. Michele Stefano de Rossi. Procedendosi quindi alla nomina del Vice Segretario, fu eletto a tale ufficio il Sig. Prof. Tito Armellini.

Si venne da ultimo alla votazione dei candidati proposti dal Comitato a soci ordinari dell'Accademia; nella quale votazione ottennero la maggioranza dei voti i Sig.[i] Prof. Domenico Colapietro, Prof. Gaetano Tancioni, Ing.[re] Filippo Guidi e Prof. Vincenzo de Rossi-Re. Fu quindi incaricato il Segretario di riferire all'Emo Vice-Camerlengo di S. R. C. il risultamento di queste votazioni e di pregarlo a nome dell'Accademia ad ottenere che il Santo Padre, derogando anche questa volta al disposto dello Statuto, si degnasse nominare socî Ordinari i quattro che hanno riportato la maggioranza dei voti.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

R. P. Angelo Secchi Presidente – Conte Francesco Castracane – Prof. G. Olivieri – R. P. Stanislao Ferrari – Prof. Mattia Azzarelli – R. P. Francesco Provenzali – B. Boncompagni – R. P. Giuseppe Lais – Prof. Tito Armellini – Prof. M. S. De Rossi Vice-Segretario.

L'Accademia riunitasi alle ore 3 ½ pom. si sciolse alle ore 5.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Bullettino del Vulcanismo italiano. Periodico geologico ed archeologico per l'osservazione e la storia dei fenomeni endogeni nel suolo d'Italia redatto dal Cav. Prof. Michele Stefano De Rossi* — Anno II. — Fascicolo VI, VII, VIII. — Giugno, Luglio, Agosto 1875, ecc. Roma, tipografia della Pace Piazza della Pace N. 35. 1875. In 8.°
2. *Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze Matematiche e Fisiche pubblicato da B. Boncompagni,* ecc. Tomo VIII. — Luglio 1875. — Roma, tipografia delle Scienze matematiche e fisiche Via Lata Num.° 211 A. In 4.°
3. *Bullettino Meteorologico dell' Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri con corrispondenza degli Osservatorii di Piacenza e di Lodi e delle altre stazioni meteoriche delle Alpi e degli Appennini italiani* — Vol. IX. Num. 10. In 4.°
4. *Rendiconto dell'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche* (Sezione della Società Reale di Napoli). Anno XIV. Napoli, tipografia della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche diretta da Michele De Rubertis 1875. — Fascicoli 8°—10° — Agosto—Ottobre 1875. In 4.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE IIIª DEL 20 FEBBRAIO 1876

PRESIDENZA DEL P. ANGELO SECCHI

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

SULLE PROTUBERANZE E LE MACCHIE SOLARI

(DECIMAQUARTA COMUNICAZIONE)

DEL P. ANGELO SECCHI

Ho l'onore di presentare all'Accademia la continuazione delle osservazioni delle protuberanze solari pel periodo compreso dal 29 Giugno 1875 al 6 Gennaio 1876: cioè sette altre rotazioni dalla LVIª alla LXIIª.

Nulla vi è da dire sul metodo tenuto in queste osservazioni, perchè è stato il solito; solo dirò che esse sono fatte collo spettroscopio a reticolo del Sig. Rutherfurd di New-York, e per la quasi totalità del mio collega P. Ferrari. Questo strumento dà una precisione di imagini veramente sorprendente con una luce vivissima onde uno spettroscopio di tale specie usando il secondo spettro che in dispersione equivale a 5 prismi ordinarii, anche dopo l'assorbimento di un vetro rosso, lascia una chiarezza molto superiore a quella dei prismi. Il vetro rosso è necessario per eliminare il violaceo del 3º spettro che si sovrappone in parte al rosso del secondo. Col primo spettro si possono osservare benissimo le nebulose, e le stelle con grande vantaggio di luce sui prismi a visione diretta che sono sempre molto assorbenti.

In quanto al sole le circostanze più notabili sono le seguenti. Le protuberanze sono state scarse assai di numero, e le macchie assai poche. Le protuberanze sono state generalmente composte di finissimi fili, e per lo più perpendicolari all' orlo del sole perfettamente senza nessuna inclinazione nè a dritta nè a sinistra. Quando anni sono facemmo notare che nelle protuberanze dominavano delle direzioni determinate, e che prevalevano per lo più le inclinate verso i poli, fummo stimati visionarii, e ci fu perfino chi disse esser impossibile giudicare della direzione delle protuberanze! Ciò era veramente troppo; ma pur così fu.

Ora queste direzioni inclinate sono sparite, e la quiete solare attuale ci dà getti per lo più verticali. Ciò mostra una vera calma nell'atmosfera solare, e prova indirettamente che non ci illudevamo allora in giudicarle inclinate, come non ci illudiamo adesso a giudicarle dritte.

La cromosfera ancora ci si è manifestata d'ordinario dritta, e specialmente al polo è stata dritta ed alta notabilmente.

Le eruzioni sono state poche assai, e quelle che erano metalliche furono sempre accompagnate da macchie. Nel *Bullettino meteorologico* mensile dell'Osservatorio abbiamo pubblicato la statistica delle macchie e delle protuberanze osservate in ciascun mese: qui non ripeteremo que' quadri, ma non possiamo a meno di non riprodurre le poche note che li accompagnano, perchè contengono le prove delle nostre asserzioni (*Vedi le note appresso*).

Con queste sette rotazioni compiendosi già un periodo di ormai 5 anni di osservazioni nostre, prima delle quali ne furono fatte altre dal Sig. Prof. Respighi per un altro anno e mezzo in circa, abbiam voluto riunirle tutte a gruppi di 5 in 5 rotazioni per vedere se nessuna legge si manifestasse nelle vicende dell'atmosfera solare. Per comprender meglio questo andamento abbiamo costruito in curve i valori desunti dai quadri già pubblicati nella Comunicazione XIII su questa materia inserita nel Vol. XXVIII de'nostri Atti pag. 477 e seguenti, e preghiamo il lettore ad averle presenti nel leggere le seguenti conclusioni, alle quali tavole servono di supplemento quelli che ora pubblichiamo per arrivare alle LXII rotazioni (*V. quadri numerici in fine*).

Le curve della Tavola danno colle loro ordinate la frequenza relativa delle protuberanze nelle diverse latitudini prese per ascisse.

Le prime 3 curve sono desunte dai lavori del Sig. Prof. Respighi, le altre tutte dalle nostre proprie osservazioni.

Il periodo 1.º di Respighi va dal 26 Ottobre 1869 al 30 Aprile 1870: il 2.º dal 1.º Maggio al 30 Ottobre 1870; il 3.º dal 1º Novembre 1870 al 30 Aprile 1871,

col quale si uniscono alle nostre. Sfortunatamente il 3.º periodo è assai povero di osservazioni, e per renderlo in qualche modo comparabile agli altri si è decuplato il valore delle ordinate. Ciò non ha nessuna influenza in ciò che siamo per dire, non dovendo studiare i numeri assoluti, ma solo i relativi nell'andamento della frequenza secondo la latitudine.

Queste curve della Tav. II.ª presentano un andamento assai curioso in mezzo alle loro apparenti irregolarità.

La prima curva si mostra come una doppia onda coi minimi ai poli e due massimi laterali, e che per brevità diremo tropicali, e un minimo relativo intermedio, all'equatore.

Nella seconda questa bella regolarità è guastata. Si creano 4 massimi e i due massimi laterali si accostano ai poli più che non erano nella precedente. O piuttosto i due massimi della curva precedente che aveano una piccola depressione presso al vertice, nella 2.ª mostrano allargata questa depressione, e separati i massimi decisamente in due, spingendone gli estremi verso i poli.

Nella terza curva i 4 massimi sussistono ancora, ma i due laterali hanno viaggiato assai andando più ancora verso i poli.

Nella 4.ª curva (rot. I–V) si sono formati di nuovo i due massimi tropicali ben decisi, e i massimi secondarii e laterali sono ben pronunziati e ridotti presso ai poli.

Nella 5.ª curva (rot. VI–X) i massimi presso ai poli sono a dirittura arrivati sui poli stessi, e sono pronunziatissimi i minimi tra 60° e 70° di latitudine.

Nella 6.ª curva (rot. XI–XV questi massimi polari sono spianati molto; i minimi han camminato verso i poli respingendo nei poli que' massimi secondarii.

Nella 7.ª curva (rot. XVI–XX) i minimi polari sono quasi nulli, e la forma è quella della curva 1.ª del 1.º periodo.

Questa curva con piccole variazioni dura fino all'11.ª (rot. XXXVI–XL) dove ricompariscono i 4 massimi nella 12.ª (rot. XLI–XLV), ma questi 4 massimi sono tutti vicini all'equatore e i due minimi esterni possono appena dirsi depressioni secondarie nei massimi soliti tropicali. Ma nella curva 14 la depressione equatoriale è larghissima, si pronunziano già i massimi oltre i tropici, e finalmente nella 15.ª curva sono i massimi oltre tropicali presso 60° di lat. che dominano la posizione, accennandosi debolmente i massimi tropicali.

Tale è l'andamento di questa frequenza di getti, che potrebbe riassumersi col dire — *che dalla zona equatoriale sembrano generarsi ondate gigantesche le quali si portano verso i poli, affievolendosi nel loro viaggio, e dissipandosi ai poli.*

Un tale andamento è esso duraturo? forma esso una legge?

Noi nol possiamo affermare, perchè il periodo delle osservazioni è troppo corto. Sappiamo però che questa impulsione dall'equatore ai poli non è cosa nuova nei fenomeni solari. Anche le macchie hanno una tale progressione. Esse quando ricomincia l'attività solare cominciano alle basse latitudini, e vanno salendo lentamente fino all'epoca del minimo di copia, e quando questo è arrivato le loro latitudini sono massime; poi ricominciano da capo.

Pare dunque che queste mozioni abbiano una vera legge, che è comune alle macchie e alle protuberanze, e dall' Equatore camminino verso il polo. Noi non pretenderemo che ciò basti a provare la legge, ma lo indichiamo come cosa da tenersi presente nelle future discussioni.

Ciò per quanto riguarda i numeri relativi: per gli assoluti è chiara la diminuzione progressiva.

È manifesto in prima il decremento assoluto da principio alla fine della serie. Se le osservazioni del Respighi fossero fatte colla stessa regola delle nostre il massimo assoluto cadrebbe realmente nel I° periodo della nostra tavola, e avremo pel massimo stesso l'epoca della rotazione I–V. Ciò è molto probabile, ma non è sicuro, non essendo provata la comparabilità delle osservazioni. Per il minimo esso sembra essere nella rotazione LI–LV, ma potrebbe essere solo un minimo relativo, ed è mestieri aspettare un altro discreto periodo di osservazioni.

Per l'andamento delle facole la cosa è assai importante, e merita una singolare attenzione. Esse sono ora ridotte ad archi piccolissimi sulle zone prossime all'equatore, e si sono andati sempre restringendo i loro limiti. Di queste faremo una discussione più accurata in una prossima comunicazione.

NOTE AL GENNAIO 1875.

1 a 17. Sempre tempo più o meno cattivo e velato. Poche macchie e deboli. Oggi un gruppetto (1), ma debolissimo. Anche poche facole e sempre deboli.

23. Il gruppo 7 è ingrandito in due belle macchie. Il tempo ha impedito lo studio del 21 e 22. Rinata un poco l'attività.

26. Le 7 coi due nuclei sono sull'orlo e tramontate: si vedono sfilacci rossi al loro posto.

27. Poca roba e debolissima,

28. A 252,° cioé a 118° Ovest-Sud bel fiammone a cespuglio con 4 ceppi. Ma debole e solo idrogeno

29. Seguono i fiammoni al luogo di ieri, e si sono espansi. Sono colonne leggiere a modo di pino, e di solo idrogeno.

Gruppi nuovi di macchie da 1 a 7.

FEBBRAIO 1875

1. Entrata già la m.ª 7 che avea soli baffetti al 29, ma mancano due giorni di intervallo.

2 a 6. Sempre poca roba. Oggi solo 2 protuberanze e piccole. Macchie piccolissime!

9. Finalmente vi è qualche cosa di mediocre sulla macchietta entrata n.º 10: ma non paiono metalliche, nè vi fu macchia ulteriore.
11. Crom.ª viva assai, aria buona.
12. Piccola eruzioncella ma a ponente: vivissima. La macchietta 9 si chiude.
17. Solo oggi si vede una piccola eruzione a Est a 66°. Sempre senza macchie da 3 giorni. *Domani avremo certamente* macchia.
18. Nuvoloso.
19. Macchia 10 entrata da un giorno e mezzo almeno o due al luogo dell' eruzione del 17: nucleare, bella con facole e cumuli. Entrata anche la 11 più basso, ma è flacca.
22. Sulla macchia 10 mettendo la fessura la C si spezza nettamente, e sparisce sulla macchia. Le due del sodio si dilatano, come nella scintilla elettrica. Il magnesio fa come la riga C. (Ferrari).
24. La m.ª 10 è nucleare bellissima e filosa internamente con traccia di spire 77^{mmq}.
26. È diminuita alquanto la 10, e ridotta a 62^{mmq}.
28. Sempre aria velata: non si può usare spettroscopio, e pure la definizione è buona: la 10 è ridotta a 42^{mmq}, ma è presso l'orlo con forte facola coronale. Per un momento si vede la cromosfera, che è assai viva.

Gruppi nuovi di macchie da 7 a 12.

MARZO 1875.

1 a 7. Sempre fumi deboli e tempo cattivo.
8. Bel getto idrogenico a 53°, poche macchie e piccole.
18. Bella nucleare macch. 19. Ritorno della n.º 10.
23. Bel getto idrogenico vaporoso. La nucleare 19 seguita, e si è ingrandita. La 17 diventa nucleare.
24. Continua lo stesso.
25. Nella 17 vi è un buco nel centro ben marcato.
27. Sfilacci bassi vivi sulla 17 tramontata.
30. La m.ª 19 è nell' orlo e non si vede più: al suo posto è una piccola eruzioncella assai bellina e variabile filosa viva. L'attività sembra cresciuta specialmente a ponente: crom. viva assai.

Gruppi nuovi di macchie da 13 a 21.

APRILE 1875.

1, 2, 3. Sempre roba piccola e debole, e piccole macchie.
4. Una sola piccolissima protuberanza ad Ovest: debole.
8, 9. Nuvoloso, e soli uno e due pori.
9 a 16. Sempre poca roba e debole.
19. Fiammelle vive a 73.° (Domani macchia).
20. Macchia nata sul luogo, posta a 75° per la curvatura della proiezione. Caso importante in tanta scarsezza.
21. La 24ª si risolve in molti nuclei: non si può osservare all'orlo pel tempo cattivo. Ai 22 svanisce la 25ª; facole vive.
27. A 64.° é un bel getto a spirale vorticosa ad asse orizzontale. Da 74° a 80° vicino alla macchia 28ª vi sono molte punte vive e filamenti vivi che indicano che un'altra catena di macchie è all'orlo: V. domani.
28. Facole vive e code di macchie al luogo de'getti di ieri.
30. La macchia 28ª si è ridotta con un nucleo multiplo unico formato di molti allineati sulla stessa retta. Piccola eruzione idrogenica a 75.° (Domani vi sono facole al luogo dell'eruzione).

Gruppi nuovi di macchie dal 28 al 31.

MAGGIO 1875.

1, 2. Grandi cambiamenti nella macchia 28.ª Ai 2 rassomiglia a un pezzo di quella del *Soleil* del 1° Agosto.

4. La macchia si restringe, e nasce un poro (29) dove era una facola viva.
8. La 28ª è all'orlo. Vedremo domani.
9. Sulla macchia 28ª, che è invisible all'orlo sono fiamme e filamenti, con gettarelli alle 10 ant. Dopo 5 ore non vi è più nulla. Caso importante. Nessuna macchia.
10. Idem nessuna macchia, protuberanze deboli.
11. Da questo giorno fino al 22 nessuna macchia; le protuberanze deboli, poche e basse.
18. Facole vive, ma piccole al luogo della protuberanza di ieri a 67°. Una sola protuberanza; Nessuna macchia.
19. Compaiono alcuni piccoli pori, e deboli baffetti all' orlo, ma tutto è fiacco, e così fino alla fine del mese.
28. Gettarelli vivi a 110°. Segue tempo cattivo; al 1° di Giugno trovasi indentro un gruppo di macchie, che col calcolo si vede essere stato oggi all'orlo.

Gruppi nuovi di macchie dal 28 al 31.

GIUGNO 1875.

1. Comparisce sulle facole un gruppo di macchiette.
5. Sfilacci sulle facole e i pori all'orlo occidentale. Cresce la m.ª 32.
11. Poca roba, la m.ª 32 cambia sempre: ha oggi un 2° nucleo al Sud.
12. Sulla mª 32 a 9^h non vi era nulla, e solo presso le facole al S. vi erano fumi e nubi: dalle $10^h\,^1/_4$ fino alle $11^h\frac{1}{2}$ si ebbero fili vivi e getti sulla macchia stessa. La macchia è strettissima.
17 al 20 tempo cattivo.
22. Gruppo improvviso 38.
25. La m.ª 38 è molto ingrandita e ha molti nuclei.
27. La 38 ha molti piccoli nuclei: comparisce la 39 che è di ritorno. L'aria cattiva impedisce le osservazioni delle protuberanze, e non si possono sorvegliare la 38 e la 39.
30. Molti fumi sulle facole a Ovest, in luogo diverso dalla macchia sparita affatto da ieri secondo il calcolo.

Gruppi nuovi di macchie dal 31 al 41.

LUGLIO 1875.

1 al 6. La macchia 39 nucleare s' impiccolisce sempre più finchè sparisce come poro circondata da facole all'orlo. Sempre tempo velato.
8. Compariscono facole ad Est, dove poi agli 11 si sviluppa la macchia 41.
11. Nata la 41. Perturbazione magnetica.
25. Studii sul diametro spettroscopico del sole. — Nessuna macchia da tre giorni. Oggi alcuni pori. — Eruzione piccola a levante a 80°. L'attività ricomincia in più punti. Magneti sturbati da ieri.
26. Nasce la macchia 45 al posto della piccola eruzione.

Gruppi nuovi di macchie dal 41 al 45.

AGOSTO 1875.

7. Eruzione nella m.ª 45 all'orlo, fili vivi e varia. Granulazione viva al centro.
11, 12. Nessuna macchia, e così fino ai 20.
16. Da oggi si sostituisce lo spettroscopio a reticolo di Rutherfurd. La cromosfera è tutta filamentosa e a fili finissimi.
18. Pare un poco risvegliata l'attività, 5 belle fiamme.
20. Nasce una macchia ove ieri erano fili corti e vivissimi, ed ha intorno cromosfera irta di piccoli fili dritti, e assai vivaci. Vi è altra macchia che comparisce ai 21.
24. Facole con poro compariscono ove erano fiamme ed eruzione ai 22.
27, 28. Vi sono dei getti alti filosi di solo H, anche verso i poli. È senza facole affatto.

29. Sole pinticchiato, senza facole, e poco idrogeno, è notabile la persistenza delle macchie 48 e 49 malgrado la piccolezza.

GRUPPI NUOVI DI MACCHIE DAL 45 AL 49.

SETTEMBRE 1875.

1. L'attività pare svegliata un momento; vi sono belle fiamme.
2. Eruzioncella al posto della m.ª 49, all'orlo Ovest.
4. Crom. alta viva assai sulle facole della 49.
10. Improvvisa è nata la m.ª 52 piccola.
11. Piccolo gettarello nella 52 all'orlo Ovest.
12. Da varii giorni la cromosfera è alta e a fili dritti presso i poli.
13. A 73° eruzione dove domani esce la macchia chiaramente n.° 52.
14. Macchia nata al luogo dell'eruzione di ieri.
17. Facole presso la fiamma bassa di ieri.
18. Piccola eruzioncella al lembo Ovest 257°.
20. Gran fiammone a 318° dura da 4 giorni alto da 12 a 18 millim. largo da 8 a 9.°
21. Cromosfera alta assai al polo N.

GRUPPI NUOVI DI MACCHIE DAL 49 AL 56.

OTTOBRE 1875.

3. La 55 è ridotta a un piccolo punto circondata da facola circolare.
6. Fino qui sempre velato o nubi. Sole macchie.
8. Piccolo getto sulla macchietta 58, e facola: domani continua, ed è più alta.
9. Rivive un poco l'attività. Eruzione viva piccola nella macchietta 58. Segue tempo cattivo.
17. Piccola eruzione a 77°, domani vi è facola con poro. Pori con facole.
18. Comparisce un poro con facola intorno al luogo dell'eruzione. Sonovi altri pori con facole.
25. Tempo sempre cattivo. Oggi comparsa la 64 grande nucleare.
27. La macchia 64 si è allungata assai ed ha 3 nuclei divisi da due ponti.
30. La 64 è ridotta a un sol ponte, ha vicino una da jeri l'altro.
21. La macchia 64 é circondata da punti, come un Sole coi pianeti. Tutta mutata dentro: è a forma di stella.

GRUPPI NUOVI DI MACCHIE DAL 56 AL 64,

NOVEMBRE 1875.

2. Macchia con nucleo a stella di punti neri separati.
3. Vi sono fili idrogenici fini altissimi e dritti dritti, il che mostra gran calma.
17. Nulla di macchie da più giorni. Pochissimi getti e pochissime facole. Oggi vi è fumo e fili su una facola a levante. Nata una macchietta 66.
22. 4 gruppi di macchie ma tutte piccole assai.

GRUPPI NUOVI DI MACCHIE DAL 64 AL 69.

DECEMBRE 1875.

1 al 6. Sempre cattivo tempo. Al 1° e 6 si osserva ma non vi sono macchie fino al giorno 9. Sempre però vi è una viva granulazione.
8. Sono notabili alcuni fili dritti e quietissimi.
12. Sono da segnalarsi molti getti perfettamente dritti e perpendicolari all'orlo, e filosi, quietissimi: alti fino a 1'. Tali getti mostrano gran calma, prima non si vedevano.
14. Continuano i fili dritti vivi isolati. Granulazione soli due pori.
15. Nata una bella macchia nucleare 74 al luogo dei due fili dritti vivi di jeri.
19. La nucleare 74 è divisa da un ponte assai vivo.
27, 28. Fiammoni deboli a ponente: sempre poca roba.

GRUPPI NUOVI DI MACCHIE DAL 70 AL 77.

PROTUBERANZE SOLARI

Osservate dal 29 Giugno 1875 al 6 Gennaio 1876.

Rotazioni N.° 7. — LVI-LXII inclusive.

Numero progressivo delle Rotazioni	Data del principio della Rotazione	PROTUBERANZE				MACCHIE			
		Somma delle protuberanze nell'emisfero Nord	Somma delle protuberanze nell'emisfero Sud	Num. dei giorni di osservaz.	N.° totale diviso per il n.° de'giorni	Numero dei gruppi	Superficie occupata in mm. quadrati	Giorni di osservaz.	N.° totale diviso per il n.° de'giorni
LVI	29 Giug. 1875	15	34	10	4.9	6	100	19	5.3
LVII	26 Luglio	64	60	22	5.6	5	113	23	4.9
LVIII	23 Agosto	72	59	18	7.3	7	100	24	4.2
LIX	19 Settembre	29	24	7	7.5	5	73	13	5.6
LX	17 Ottobre	38	31	11	6.3	7	228	15	15.2
LXI	13 Novembre	21	25	8	5.7	5	73	11	6.6
LXII	11 Dicembre	37	30	13	5.2	8	104	15	6.9

SOMMA DEL NUMERO DELLE PROTUBERANZE DI 5 IN 5 ROTAZIONI SU CUI SONO FONDATE LE CURVE DELLA TAVOLA II.ª

	Latitudine Nord									Latitudine Sud								
	da 90 a 80	80 70	70 60	60 50	50 40	40 30	30 20	20 10	10 0	da 0 a 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90
Periodo 1.°	26	35	94	93	115	103	116	92	68	72	95	135	98	110	91	76	33	14
» 2.°	50	102	175	86	116	126	138	146	118	125	123	140	123	119	110	86	32	24
» 3.°	38	76	60	42	46	104	96	82	62	74	118	102	108	44	22	84	46	22
Da I a V	77	111	54	69	84	127	157	133	125	139	158	150	133	113	39	73	130	83
VI — X	44	38	28	22	50	67	70	77	71	78	89	96	68	56	33	17	58	62
XI — XV	25	22	27	44	69	82	90	82	74	88	92	106	98	48	44	21	19	25
XVI — XX	5	7	9	47	75	114	104	112	96	93	114	115	103	102	50	9	3	7
XXI — XXV	4	7	11	35	40	54	68	47	57	71	82	68	64	55	48	11	5	3
XXVI — XXX	1	3	17	48	52	88	85	73	79	79	104	95	94	49	49	27	4	4
XXXI — XXXV	—	3	12	34	24	57	71	59	62	69	67	43	53	23	10	5	2	3
XXXVI — XL	1	2	11	31	33	54	61	51	56	54	67	60	39	41	7	4	1	3
XLI — XLV	5	1	12	47	35	50	64	63	46	45	72	50	29	37	18	5	1	1
XLVI — L	4	3	1	20	22	31	30	32	38	19	29	37	19	16	22	1	—	3
LI — LV	2	2	2	26	27	19	34	26	16	6	22	24	16	24	44	1	2	1
LVI — LX	4	8	10	46	21	22	34	42	31	12	26	20	21	30	76	15	3	4

ROTAZIONI	EMISFERO NORD.									EMISFERO SUD.								
	da 90 a 80	80 70	70 60	60 50	50 40	40 30	30 20	20 10	10 0	da 0 a 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90
	NUMERO GENERALE																	
LVI	—	—	—	3	2	1	2	4	3	3	6	4	4	4	11	—	1	—
LVII	—	—	3	13	16	3	14	13	12	3	11	3	5	3	30	2	1	2
LVIII	—	6	6	18	6	10	8	12	6	3	7	9	4	11	18	6	—	1
LIX	1	1	1	4	5	4	4	4	5	1	—	3	5	7	5	2	—	1
LX	3	1	—	8	2	4	6	9	5	2	2	1	3	5	12	5	1	—
LXI	—	1	1	6	4	—	4	4	1	6	2	2	2	4	7	2	—	—
LXII	3	1	2	8	5	2	5	7	4	2	9	2	2	3	10	1	—	—
SOMMA	7	10	13	60	40	24	43	53	36	20	37	24	25	37	93	18	3	4
	NUMERO DELLE PROTUBERANZE DI 64'' E SOPRA																	
LVI	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	2	—	—	—
LVII	—	—	—	1	1	—	1	—	—	—	1	—	—	—	4	—	—	—
LVIII	—	—	—	6	1	—	2	3	—	—	—	2	—	3	3	1	—	—
LIX	—	—	—	1	3	2	2	—	1	—	—	—	2	4	—	—	—	—
LX	—	—	—	3	1	1	4	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—
LXI	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—
LXII	—	—	—	—	—	—	3	—	—	—	2	1	—	1	—	—	—	—
SOMMA	—	—	—	12	7	3	12	4	2	1	3	3	2	8	10	1	—	—
	ALTEZZA DELLE PROTUBERANZE																	
LVI	—	—	—	5.2	4.0	6.0	4.5	4.8	6.0	4.0	4.7	4.5	4.8	4.6	5.8	—	5.0	—
LVII	—	—	5.0	5.3	5.0	4.2	5.3	4.5	4.2	4.3	4.8	4.5	4.6	4.0	5.2	5.0	4.0	4.5
LVIII	—	4.2	4.5	6.5	5.3	4.9	5.8	6.2	4.4	4.7	4.1	6.0	4.7	6.0	5.4	4.2	—	4.0
LIX	4.0	4,0	3.0	6.7	11.7	6.5	6.5	3.8	6.3	4.0	—	4.0	7.1	7.6	5.3	5.0	—	4.0
LX	5.0	4.0	—	6.8	7 0	6.7	8.1	4.6	4.3	6.5	4.5	6.0	5.7	5.1	4.8	5.0	4.0	—
LXI	—	4.0	4.0	6.1	6.0	—	4.5	5.5	5.0	4.3	4.5	5.5	6.0	4.8	5.9	4.0	—	—
LXII	5.3	4.0	4.5	4.7	5.7	5.0	7.6	5.3	4.1	6.0	6.1	6.0	4.5	6.0	5.0	6.0	—	6.0
MEDIE	4.8	4.0	4.2	5.9	6.4	5.5	6.0	4.9	4.9	4.8	4.8	5.2	5.3	5.4	5.3	4.9	4.3	4.6
	LARGHEZZA DELLE PROTUBERANZE																	
LVI	—	—	—	6.2	4.5	7.0	6.0	8.1	6.5	4.7	6.6	5.7	5.6	5.0	5.6	—	4.0	—
LVII	—	—	4.3	5.6	5.3	4.2	4.9	5.2	4.8	3.3	5.1	5.5	5.6	5.7	5.7	4.5	8.0	2.0
LVIII	—	9.5	6.0	5.3	4.5	4.7	5.0	5.0	4.7	3.0	4.8	5.2	4.2	5.6	5.2	5.5	—	10.0
LIX	10.0	10.0	10.0	5.5	6.1	3.1	5.2	3.3	6.8	10.0	—	5.2	3.5	5.1	4.7	4.0	—	10.0
LX	1.7	2.0	—	5.6	6.0	3.5	7.8	3.9	3.3	1.5	7.5	5.0	3.7	2.6	4.4	4.7	2 0	—
LXI	—	2.0	10.0	4.8	5.5	—	1.7	5.5	4.0	4.7	3.5	5.0	3.5	4.3	4.2	4.9	—	—
LXII	10.7	2.0	4.5	3.9	3.7	3.5	3.8	2.7	6.1	5.5	5.1	4.3	6.5	4.3	4.2	5.0	—	2.0
MEDIE	7.5	5.1	6.9	5.3	5.1	4.3	4.9	4.8	5.2	4.7	5.4	5.1	4.6	4.6	4.8	4.6	4.7	6.0
	AREA DELLE PROTUBERANZE																	
LVI	—	—	—	34.2	18.0	42.0	25.0	40.3	46.0	18.7	33.5	26.2	27.5	23.5	34.3	—	20.0	—
LVII	—	—	21.0	30.8	26.5	18.5	26.9	23.7	20.1	14.0	26.2	24.5	26.6	23.0	30.4	22.5	32.0	9.0
LVIII	—	39.0	25.7	36.4	24.7	22.6	27.6	31.0	20.4	13.7	18.7	34.7	19.7	35.7	29.6	23.0	—	10.0
LIX	40.0	40.0	30.0	42.5	62.3	23.5	35.5	11.6	44.6	40.0	—	21.0	26.0	38.4	26.6	20.0	—	40.0
LX	9.0	8.0	—	40.0	42 0	24.0	67.7	18.1	14.6	8.5	35.0	30.0	22.3	13.7	21.6	23.5	8.0	—
LIX	—	8.0	40.0	31.8	37.2	—	7.5	31.5	20.0	20.6	16.0	27.5	18.5	18.6	25.5	16.0	—	—
LXII	32.7	8.0	22.0	19.9	22.1	17.5	29.0	14.1	25.6	33.0	32.2	12.0	30.0	28.7	21.3	30.0	—	12.0
MEDIE	27.2	20.6	27.7	33.7	33.2	24.7	31.3	24.3	27.3	21.2	26.9	29.4	24.4	25.9	27.0	22.5	20.0	25.2
	ESTENSIONE DELLE FACOLE																	
LVI	—	—	—	—	—	—	8.0	5.4	5.9	2.5	7.0	—	—	—	—	—	—	—
LVII	—	—	—	—	4.0	—	3.0	4.6	5.3	2.5	6.1	3.0	—	—	—	—	—	—
LVIII	—	—	—	—	—	—	—	4.3	6.3	2.0	4.5	5.2	6.0	—	—	—	—	—
LIX	—	—	—	—	—	—	—	6.3	5.0	3.0	8.7	2.0	—	—	—	—	—	—
LX	—	—	—	—	—	—	3.2	6.4	4.5	6.6	4.0	7.5	—	—	—	—	—	—
LXI	—	—	—	—	—	—	1.5	6.5	4.8	4.3	4.7	6.0	—	—	—	—	—	—
LXII	—	—	—	—	—	—	2.0	2.1	5.0	3.6	3.7	3.5	—	—	—	—	—	—
MEDIE	—	—	—	—	4.0	—	3.5	5.1	5.2	3.5	5.5	4.5	6.0	—	—	—	—	—

FLORULA DEL COLOSSEO

(COMUNICAZIONE VIII.ª)

DELLA SIG.ª CONTESSA ELISABETTA FIORINI MAZZANTI

Medicago Lupulina Seb. Enum. p. 54.

Annua, pubescente; cauli cespitosi procumbenti; foliole obovato-cuneate, apice denticolate; stipole acute, integre, o dentate; peduncoli filiformi, fiori denso-spigati; calice-villoso; legume esiguo, reniforme, inerme, tenue reticolato-venoso; nero allorchè adulto; seme badio, ovato-oblungo, alquanto turgido, umbelicato.

Sul podio in primavera.

Affine alla *Medicago Cupaniana Guss.* da cui principalmente differisce per essere annua, e maggiore nello sviluppo del caule; e per i legumi (almeno ne' miei esemplari) glabri, e soltanto sotto lente minutamente rugulosi.

Medicago Orbicularis Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 264.

Annua; caule diffuso; foliole obcordato-cuneate, apice dentate; stipole laciniate; peduncoli biflori; legumi inermi, cocleato-piano-orbicolari, anfratti 5, lineato-venulosi; semi badi, obovato-cuneati.

Sul 1.° Ordine in primavera.

Medicago Sativa Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 259.

Caule eretto; foglioline lineare-cuneate; apice arguto-denticolate; racemi oblunghi; legumi inermi lassamente bi-tricicli, apice pertusi.

Sul podio in primavera.

Medicago Tribuloides Seb. Enum. p. 55.

Caule decumbente; foglioline subcuneate, pubescenti, inugualmente arguto-dentate, stipole lacinulate; peduncoli biflori, legumi cocleato-spinosi, ovato-cilindracei; anfratti quasi quini rugoso-lacunosi, incombenti; spine distiche, laterali, conico-subulate, acute, crassissime, contesto-divergenti.

Sul davanzale del 2.° Ordine in estate.

Medicago denticulata β lappacea Moris in Bert. Fl. V. 8. p. 276.
Caule prostrato; foliole obovato-cordate; stipole dentato-laciniate; peduncoli 5 flori; legumi tricicli; spire lasse; squisitamente reticolato-venose; spine lunghe, con ami divergenti; semi reniformi, fulvi.

Comune sul podio in primavera.

Variabile nelle dimensioni, e in altre particolarità; onde le foliole or grandi, or piccole; e le stipole quando laciniate, e quando semplicemente dentate; e i legumi dal pallido anneriscono nella maturità; e le spine più o meno lunghe ed amato-uncinate.

Affine alla *Medicago apiculata*; ed alla *Med. lappacea*, ritenuta come specie distinta anche dall'Illustre Decandolle; e mi è avviso essere probabilmente in ambedue accidentali scherzi della *Medicago denticulata*.

Melilotus Italica Seb. Enum. p. 56.
Caule eretto; foglie inferiori obovato-rotondate, apice denticolate, od integre, superiori attenuate, oblunghe; corolle grandiuscule, legume obovato-globoso, reticolato-rugoso, monospermo; seme badio, orbicolato, compresso, sotto lente minutissimamente granulato. (Pianta relativamente grande, e robusta, e di grato odore).

In primavera sugli ordini superiori dell'Anfiteatro.

Melilotus neapolitana Bert. Fl. It. V. 8. p. 88.
Caule gracile, angolato, alternativamente ramoso; foglie inferiori obovate, superiori ottuse, tutte dentate; racemi lassiflori; legumi subglobosi, rostrati, rostro eretto, reticolato-lacunosi, monospermi; semi orbicolati, maturi foschi minuto-granulati.

In principio di estate sul podio, e sul 2° Ordine.

Coronilla emerus Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 258.
Fruticosa, glabra; foglie impari pinnate; foliole obovato-cuneate, emarginate, od integre; stipole minime; fiori gialli; unghie dei petali quasi al triplo più lunghi dei calici.

Specioso arboscello che vive sui muri più elevati dell'Anfiteatro in primavera.

Artrolobium scorpioides Bert. Fl. It. V. 7, p. 589.
Annuo, peduncoli ebratteati delle foglie più lunghi; foliole 3, impari massima, infime minime quasi rotonde, al caule approssimate; stipole minutissime connate; umbelle scarsiflore; lomenti incurvi nodulosi. *Ornithopus scorpioides Seb. Enum.* p. 60.

Copioso in primavera in ogni dove dell'Anfiteatro.

Ho stimato ragionevole il distinguere questo genere dalla *Coronilla*, perchè quantunque affine, se ne discosta non solo per la natura dei lomenti, ma anco d'assai per l'abito.

Trigonella corniculata Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 260.
Annua, caule fistuloso, eretto–ascendente; foliole inferiori obovate, superiori cuneato–oblunghe, apice serrate; stipole integre, o dentate; racemi lungo–peduncolati; legumi subfalcati, declinati, trasversalmente venosi; fiori gialli.

Sul podio in estate.

Securigera coronilla Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 238.
Annua, Caule decumbente; foliole cuneate, apice troncate; peduncoli lunghissimi terminali; umbella nuda a scarsi fiori; lomenti compressi piani inarticolati, lungo–rostrati; e notati da istmi; semi oblunghi compressi. – Abito della Coronilla.

Vive come sopra.

Colutea arborescens Seb. Enum. p. 38.
Foliole ovali, ottuse, retuse; racemi ascellari a scarsi fiori; legume stipitato, cimbiforme–ovato, inflato–scarioso; seme fosco rotondato.

Fiorisce in primavera, e nel principio dell'estate.

Arboscello di bell'ornamento infra le rovine con mostra di gialli fiori, e con suoi singolari, grandi, rigonfi e membranacei legumi.

Vicia hybrida Seb. Enum. p. 80.

Villosa, e scandente; foglie tri–moltijughe; foliole obovato–retuso–emarginate; stipole integre, o dentate; fiori solitari, subsessili del calice 3. quadruplo più lunghi, ali del vessillo oblungo–emarginato poco più brevi; carina brevissima; legume oblungo, lato, incurvo con apicolo assorgente, barbato; semi rotondati, ferrugineo–foschi; fiori flavi con strie rossastre al vessillo.

Sui davanzali dei piani superiori, a tarda primavera.

Vicia Dasycarpa Sanguinet. Cent. p. 99.

Piuttosto glabra; foglie 6–10 jughe; foliole oblungo–lanceolate, acuto–mucronate; stipole lanceolate, semi–sagittate; peduncoli multifiori delle foglie più lunghi; fiori approssimati, unilaterali; legumi compressi, lato–oblungo–ovali; semi globosi; fiori pallido–cerulei.

Vive come sopra.

Vicia sativa Macrocarpa Moris. cl. 1, p. 171.

Glabra, o villosa; foglie 3 o multijughe; foliole lineare-cuneate; apice troncato–emarginate, delicatamente parallelo–nervose; stipole dentate; fiori gemini, subsessili; legumi incurvo–rostrati; giovani più o meno lato–compressi; senili a valve coriacee, subatre, convolute, reticolato–venose; semi majusculi, quasi vellutini, fosco–purpurei; e talora alquanto variegati; fiore bianco violaceo.

Sul suolo del 1° piano in Aprile.

Polimorta pianta per forma, statura, villosità, o glabrizia. A seconda dell'età, il legume è più o meno lato; più o meno compresso; ed in ultimo le valve divengono atre, e quasi convolute. I semi grossi, or qual pisello, ora al duplo, ed anche più.

Il Chiarissimo Bertoloni ha formato come specie distinta la V. *Macrocarpa* la quale nelle variate sue fasi non regge; di che mi attengo ai chiarissimi Moris, Gussone, e Decandolle.

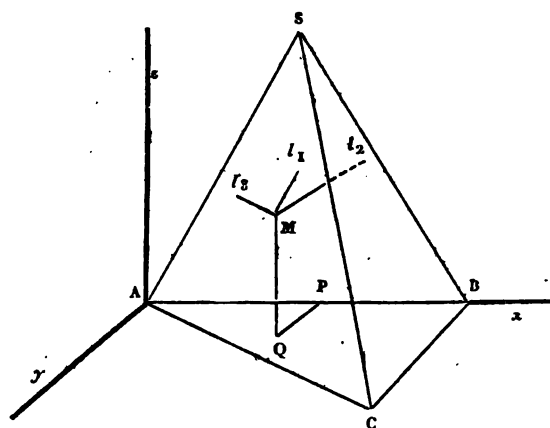
(*Continua*.)

ALCUNI PROBLEMI SUL TETRAEDRO

NOTA

DEL PROF. MATTIA AZZARELLI

1. Prob. Dato un tetraedro, o piramide triangolare assegnare il luogo geometrico di quei punti dai quali condotte le perpendicolari sulle quattro facce, e congiunti tra loro i piedi esse ne risulti un tetraedro di dato volume.

Il tetraedro ABCS (fig. 1ª) si riferisca a tre assi coordinati ed ortogonali ponendo l'origine nel vertice A, lo spigolo AB sull'asse delle x, e la faccia ABC sul piano delle x, y: gli spigoli, che al tempo stesso sono i lati del triangolo base, verranno notati come è consueto, con a, b, c e gli angoli piani opposti con A, B, C: gli spigoli poi che concorrono nel vertice S saranno

$$SA = a_1, \quad SB = b_1, \quad SC = c_1$$

avvertendo che lo spigolo a_1 è opposto ad a; b_1 è opposto a b; c_1 a c: finalmente gli angoli diedri formati da due facce qualunque verranno indicati colle lettere estreme dello spigolo poste tra parentesi, così (AB) indicherà il diedro formato dalle due facce ABC, ABS.

Ciò premesso sia M uno qualunque dei punti dimandati, e le sue coordinate si rappresentino per

$$AP = x, \quad PQ = y, \quad QM = z.$$

La perpendicolare alla faccia ABC è evidentemente la z che denomineremo l: per ottenere la lunghezza della perpendicolare $Ml_1 = l_1$ sulla faccia ASB principieremo col determinare l'equazione del piano che contiene il piede di

essa. Il piano passa per la origine, pel punto B di coordinate $x=c$, $y=0$, $z=0$, e pel punto S le coordinate del quale verranno sempre notate con x_1, y_1, z_1. L'equazione indeterminata del piano è

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z = 0 \qquad (1)$$

che pel punto B diventa

$$A c_1 = 0, \quad \text{da cui} \quad A_1 = 0$$

e così la (1) si muta in

$$B_1 y + C_1 z = 0$$

la quale pel punto S essendo

$$B_1 y_1 + C_1 z_1 = 0$$

e questa combinata colla (1) ne deduciamo

$$y z_1 - z y_1 = 0 \qquad (2)$$

per la richiesta equazione del piano: e di fatti essa deve ridursi ad una retta, perchè il piano ASB passando per l' asse delle x risulta perpendicolare al piano delle z, y.

Ora per la lunghezza della perpendicolare calata da un punto qualunque x, y, z su di un piano

$$A x + B y + C z + D = 0$$

dalla geometria cartesiana abbiamo

$$p = \frac{A x + B y + C z + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}; \qquad (3)$$

ma pel caso nostro essendo

$$p = l_1, \quad A = 0, \quad B = z_1, \quad C = -y_1, \quad D = 0$$

otteniamo

$$l_1 = \frac{z_1 y - y_1 z}{\sqrt{y_1^2 + z_1^2}}.$$

Per mettere questa funzione sotto forma intera noteremo che le due coordinate z_1, y_1 determinano un piano che è perpendicolare allo spigolo AB, e nello stesso tempo otteniamo un triangolo rettangolo i cateti del quale sono z_1, y_1 onde per le notazioni stabilite avremo

$$z_1 = y_1 \operatorname{tang}(AB)$$

e così la lunghezza l_1 della perpendicolare si muta in

$$l_1 = y \operatorname{sen}(AB) - z \cos(AB). \qquad (4)$$

2.° Per determinare la lunghezza della perpendicolare l_2 sulla faccia BSC avvertiremo che il piede di questa trovasi in un piano che passa pei punti

$$B\,(x=c,\ \ y=0,\ \ z=0)\quad C\,(x=c-a\cos B,\ \ y=a\,\mathrm{sen}\,B,\ \ z=0)$$
$$S\,(x=x_1,\ \ y=y_1,\ \ z=z_1)$$

Ora l'equazione generale essendo

$$A_1\,x+B_1\,y+C_1\,z+D_1=0, \qquad (5)$$

trasportata ad essi tre punti dà luogo alle tre seguenti

$$A_1\,c+D_1=0$$
$$A_1\,(c-a\cos B)+B_1\,a\,\mathrm{sen}\,B+D_1=0$$
$$A_1\,x_1+B_1\,y_1+C_1\,z_1+D_1=0$$

dalle quali ricaviamo

$$\frac{B_1}{C_1}=\frac{z_1\cos B}{(c-x_1)\,\mathrm{sen}\,B-y_1\cos B}\quad;\quad\frac{A_1}{C_1}=\frac{z_1\,\mathrm{sen}\,B}{(c-x_1)\,\mathrm{sen}\,B-y_1\cos B},$$

ed eliminato D_1 dalla (5) e sostituiti i valori ora trovati pei coefficienti per l'equazione del piano determinato si ha

$$x.\,z_1\,\mathrm{sen}\,B+y.\,z_1\cos B+z\,[(c-x_1)\,\mathrm{sen}\,B-y_1\cos B]-cz_1\,\mathrm{sen}\,B=0. \qquad (6)$$

Risulta quindi

$$A=z_1\,\mathrm{sen}\,B,\quad B=z_1\cos B,\quad C=(c-x_1)\,\mathrm{sen}\,B-y_1\cos B,\ D=-cz_1\,\mathrm{sen}\,B$$

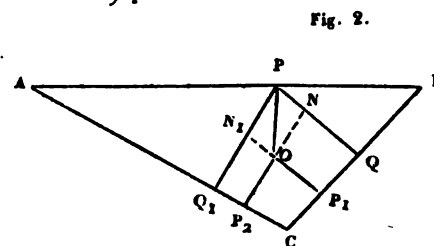
che sostituiti nella espressione generale della lunghezza della perpendicolare qualunque (3) abbiamo

$$l_2=\frac{x.\,z_1\,\mathrm{sen}\,B+y.\,z_1\cos B+z\,[(c-x_1)\,\mathrm{sen}\,B-y_1\cos B]-cz_1\,\mathrm{sen}\,B}{\sqrt{z_1^2+[(c-x_1)\,\mathrm{sen}\,B-y_1\cos B]^2}}$$

La lunghezza di questa perpendicolare come di tutte le altre può essere ridotta ad una espressione di forma intera: per raggiungere questo fine è necessario riconoscere il significato geometrico delle funzioni

$$(c-x_1)\,\mathrm{sen}\,B-y_1\cos B;\quad x_1\,\mathrm{sen}\,A-y_1\cos A.$$

Fig. 2.

S'immagini un triangolo ABC (fig. 2.ª) base del tetraedro che si considera: s'intenda in esso preso un punto O di coordinate x_1, y_1 e calate le perpendicolari OP_1, OP_2 sopra i lati BC, AC è facile provare che

$$OP_1 = (c - x_1) \operatorname{sen} B - y \cos B \;;\quad OP_2 = x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A.$$

Dal punto P calata PQ perpendicolare a BC sarà

$$PQ = (c - x_1) \operatorname{sen} B$$

ma dal triangolo rettangolo ONP si ha pure

$$PN = y_1 \cos B$$

dunque

$$OP_1 = PQ - PN = (c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B.$$

Con analogo ragionamento si trova

$$OP_2 = x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A.$$

Ciò posto la perpendicolare calata da x_1, y_1 sul lato a si rappresenti con p_a avremo

$$z_1^2 + [(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B]^2 = z_1^2 + p_a^2$$

e questa funzione ci rappresenta il quadrato della lunghezza della perpendicolare calata dal vertice S del tetraedro sulla base BC della faccia BSC; e rappresentandola con k_a avremo

$$l_2 = x . \frac{z_1 \operatorname{sen} B}{k_a} + y . \frac{z_1 \cos B}{k_a} + z . \frac{p_a}{k_a} - c . \frac{z_1 \operatorname{sen} B}{k_a}$$

ma

$$\frac{z_1}{k_a} = \operatorname{sen} (BC) \;;\quad \frac{p_a}{k_a} = \cos (BC)$$

dunque

$$l_2 = (x - c) \operatorname{sen} B \operatorname{sen} (BC) + y \cos B \operatorname{sen} (BC) + z \cos (BC). \qquad (7)$$

3. Si consideri ora la faccia ASC la quale si trova nel piano di cui dobbiamo individuare l' equazione onde assegnare la lunghezza della perpendicolare che diremo l_3. Questo piano passa pei tre punti

$$A\,(x = 0,\; y = 0,\; z = 0),\; C\,(x = b \cos A,\; y = b \operatorname{sen} A,\; z = 0),\; S\,(x_1, y_1, z_1)$$

onde la solita equazione generale del piano trasportata a questi punti ci dà

$$D_1 = 0$$
$$A_1 b \cos A + B_1 b \operatorname{sen} A + D_1 = 0$$
$$A_1 x_1 + B_1 y_1 + C_1 z_1 + D_1 = 0$$

dalle quali

$$\frac{A_1}{C_1} = \frac{-z_1 \operatorname{sen} A}{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A} \;,\quad \frac{B_1}{C_1} = \frac{z_1 \cos A}{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A}$$

e l'equazione del piano sarà

$$-x.\, z_1 \operatorname{sen} A + y.\, z_1 \cos A + z\,(x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A) = 0, \qquad (8)$$

e perciò

$$A = -z_1 \operatorname{sen} A, \quad B = z_1 \cos A, \quad C = x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A, \quad D = 0$$

e la richiesta perpendicolare sarà

$$l_3 = \frac{-x.\, z_1 \operatorname{sen} A + y.\, z_1 \cos A + z\,(x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)}{\sqrt{z_1^2 + (x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)^2}}$$

Anche quì noteremo che la funzione

$$x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A$$

rappresenta la lunghezza della perpendicolare calata dal punto x_1, y_1 sul lato AC della base del tetraedro, e la noteremo con p_b, e così

$$z_1^2 + (x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)^2 = z_1^2 + p_b^2$$

rappresenta il quadrato della lunghezza della perpendicolare calata da S sul lato AC, e questa la noteremo con k_b, e così avremo

$$l_3 = -x.\, \frac{z_1 \operatorname{sen} A}{k_b} + y.\, \frac{z_1 \cos A}{k_b} + z.\, \frac{p_b}{k_b}$$

e perchè

$$\frac{z_1}{k_b} = \operatorname{sen}(AC), \qquad \frac{p_b}{k_b} = \cos(AC)$$

sarà

$$l_3 = -x \operatorname{sen} A \operatorname{sen}(AC) + y \cos A \operatorname{sen}(AC) + z \cos(AC). \qquad (9)$$

4. La lunghezza della perpendicolare al piano ABC è rappresentata per l ed avremo

$$l = z.$$

5. Dopo ciò è chiaro che se l'estremità di queste quattro perpendicolari od i loro piedi situati sulle quattro facce del tetraedro si congiungono tra loro ne risulta un tetraedro, che si compone di quattro tetraedri e per ognuno tre spigoli partono dal punto comune M; e ciascuno è formato da tre delle quattro perpendicolari. Resta ora che vediamo come potere assegnare il volume del tetraedro. Principieremo con determinare le coordinate di quei punti nei quali le quattro lunghezze delle perpendicolari assegnate incontrano le facce.

E primieramente considerando la faccia ABS essa stà, come vedemmo, nel piano

$$Y z_1 - Z y_1 = 0:$$

ora l'equazioni generali della retta della quale è parte la perpendicolare l_1 sono

$$X = a\,Z + m, \quad Y = b\,Z + n$$

che dovendo passare pel punto M diventano

$$X - x = a\,(Z - z), \quad Y - y = b\,(Z - z)$$

e la seconda di queste deve essere perpendicolare alla traccia del piano che contiene la faccia ABS col piano coordinato ZY, cioè

$$Y = \frac{y_1}{z_1}\,Z \qquad (9)$$

e così ne dedurremo

$$b = -\frac{z_1}{y_1} \quad \text{onde} \quad Y - y = -\frac{z_1}{y_1}\,(Z - z) \qquad (10)$$

Ora per la traccia dello stesso piano ABS col piano coordinato ZX, essendo $Y = 0$, risulta

$$Z\,y_1 = 0, \quad \text{ovvero} \quad Z = 0$$

onde essa traccia si riduce all'asse delle x come è chiaro per se stesso, dunque la projezione della normale è parallela all'asse delle z, e così

$$a = 0 \quad , \quad X = x.$$

Dopo ciò facendo coesistere le due equazioni (9) (10) ne dedurremo

$$Z = \frac{z_1\,(zz_1 + yy_1)}{z_1^2 + y_1^2}\,, \quad Y = \frac{y_1\,(zz_1 + yy_1)}{z_1^2 + y_1^2}$$

Dunque notando con X_1, Y_1, Z_1 le coordinate del punto estremo di l_1 avremo

$$X_1 = x\ ;\ Y_1 = \frac{y_1\,(zz_1 + yy_1)}{y_1^2 + z_1^2}\,, \quad Z_1 = \frac{z_1\,(zz_1 + yy_1)}{y_1^2 + z_1^2} \qquad (11)$$

Se in questi valori poniamo

$$z_1 = y_1 \operatorname{tang}(AB)$$

essi diverranno

$$\begin{aligned} X_1 &= x \\ Y_1 &= [z \operatorname{sen}(AB) + y \cos(AB)] \cos(AB) \qquad (12) \\ Z_1 &= [z \operatorname{sen}(AB) + y \cos(AB)] \operatorname{sen}(AB). \end{aligned}$$

Osserveremo quì che se dai valori trovati ne deduciamo i seguenti

$$\begin{aligned} X_1 - x &= 0 \\ Y_1 - y &= -(-z \cos(AB) + y \operatorname{sen}(AB)] \operatorname{sen}(AB) \qquad (13) \\ Z_1 - z &= (-z \cos(AB) + y \operatorname{sen}(AB)] \cos(AB) \end{aligned}$$

e ci formiamo la funzione

$$\sqrt{(X_1 - x)^2 + (Y_1 - y)^2 + (Z_1 - z)^2}$$

$$= \sqrt{[y \text{ sen}(AB) - z \cos(AB)]^2 \text{ sen}^2(AB) + [y \text{ sen}(AB) - z \cos(AB)]^2 \cos^2(AB)}$$

si trova immediatamente

$$\sqrt{(X_1 - x)^2 + (Y_1 - y)^2 + (Z_1 - z)^2} = y \text{ sen}(AB) - z \cos AB$$

che è precisamente la lunghezza della perpendicolare l_1.

6. Per assegnare le coordinate del punto estremo di l_2, essendo questo posto sulla faccia BSC riprenderemo l'equazione del piano che la contiene

$$x \cdot z_1 \text{ sen B} + y \cdot z_1 \cos B + z[(c - x_1) \text{ sen B} - y_1 \cos B] - cz_1 \text{ sen B} = 0$$

ed essendo

$$X - x = a(Z - z) \quad ; \quad Y - y = b(Z - z)$$

l'equazioni della retta che vogliamo perpendicolare ad esso piano, considereremo di questo le sue tracce sopra i piani coordinati ZY, ZX che saranno

$$y = -\left(\frac{(c - x_1) \text{ sen B} - y_1 \cos B}{z_1 \cos B}\right) z + \frac{c \text{ sen B}}{\cos B}$$

$$x = -\left(\frac{(c - x_1) \text{ sen B} - y_1 \cos B}{z_1 \text{ sen B}}\right) z + c$$

e ne trarremo

$$a = \frac{z_1 \text{ sen B}}{(c - x_1) \text{ sen B} - y_1 \cos B} \quad ; \quad b = \frac{z_1 \cos B}{(c - x_1) \text{ sen B} - y_1 \cos B}$$

onde l'equazioni della retta che passa pel punto M ed è obbligata di essere perpendicolare alla faccia BSC sono

$$\left.\begin{aligned} X - x &= \frac{z_1 \text{ sen B}}{(c - x_1) \text{ sen B} - y_1 \cos B}(Z - z) \\ Y - y &= \frac{z_1 \cos B}{(c - x_1) \text{ sen B} - y_1 \cos B}(Z - z) \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Avvertiremo qui che le coordinate x, y, z che si contengono nella equazione del piano indefinito col quale si confonde la faccia BSC appartengono a qualunque punto di esso mentre quelle coordinate x, y, z che sono nelle (13) appartengono al solo punto M, e perciò se vorremo che il piano suddetto coesista colla retta dovremo porre

$$X_2 = x, \quad Y_2 = y, \quad Z_2 = z$$

intendendo che le coordinate X_2, Y_2, Z_2 sieno le coordinate della estremità di l_2. Dopo ciò l'equazione del piano

$$x.\,z_1 \operatorname{sen} B + y.\,z_1 \cos B + z\left[(c-x_1)\operatorname{sen} B - y_1 \cos B\right] - cz_1 \operatorname{sen} B = 0$$

si ponga sotto la seguente forma:

$$\left.\begin{array}{l}(X_2-x)\,z_1 \operatorname{sen} B + (Y_2-y)\,z_1 \cos B + (Z_2-z)\left[(c-x_1)\operatorname{sen} B - y \cos B\right] \\ + x.\,z_1 \operatorname{sen} B + y.\,z_1 \cos B + z\left[(c-x_1)\operatorname{sen} B - y \cos B\right] - cz_1 \operatorname{sen} B\end{array}\right\} = 0$$

nella quale x, y, z sono le coordinate del punto M, ed essa combinata colle equazioni (13) della normale ci danno le seguenti

$$Z_2-z=-\frac{\left[(c-x_1)\operatorname{sen}B-y_1\cos B\right]\left[x.z_1\operatorname{sen}B+y.z_1\cos B+z\left[(c-x_1)\operatorname{sen}B-y_1\cos B\right]-cz_1.\operatorname{sen}B\right]}{z_1^2+\left[(c-x_1)\operatorname{sen}B-y_1\cos B\right]^2}$$

$$Y_2-y=-\frac{z_1\cos B\left[x.\,z_1\operatorname{sen}B+y.z_1\cos B+z\left[(c-x_1)\operatorname{sen}B-y_1\cos B\right]-cz_1\operatorname{sen}B\right]}{z_1^2+\left[(c-x_1)\operatorname{sen}B-y_1\cos B\right]^2}$$

$$X_2-x=-\frac{z_1\operatorname{sen}B\left[x.\,z_1\operatorname{sen}B+y.\,z_1\cos B+z\left[(c-x_1)\operatorname{sen}B-y_1\cos B\right]-cz_1\operatorname{sen}B\right]}{z_1^2+\left[(c-x_1)\operatorname{sen}B-y_1\cos B\right]}$$

che possiamo mettere sotto forma intera, perchè ritenendo le denominazioni stabilite avremo

$$X_2-x=-\frac{z_1}{k_a}\operatorname{sen}B\left[x.\frac{z_1}{k_a}\operatorname{sen}B+y.\frac{z_1}{k_a}\cos B+z\frac{(c-x_1)\operatorname{sen}B-y_1\cos B}{k_a}-\frac{z_1}{k_a}c\operatorname{sen}B\right]$$

$$Y_2-y=-\frac{z_1}{k_a}\cos B\left[x.\frac{z_1}{k_a}\operatorname{sen}B+y.\frac{z_1}{k_a}\cos B+z.\frac{(c-x_1)\operatorname{sen}B-y_1\cos B}{k_a}-\frac{z_1}{k_a}c\operatorname{sen}B\right]$$

$$Z_2-z=-\frac{\left[(c-x_1)\operatorname{sen}B-y_1\cos B\right]}{k_a}\left[x.\frac{z_1}{k_a}\operatorname{sen}B-y.\frac{z_1}{k_a}\cos B+z\frac{(c-x_1)\operatorname{sen}B-y_1\cos B}{k_a}-\frac{z_1}{k_a}c\operatorname{sen}B\right]$$

e quindi

$$\begin{array}{ll} & X_2-x=-\operatorname{sen}B\operatorname{sen}(CB)\left[x\operatorname{sen}B\operatorname{sen}(BC)+y\cos B\operatorname{sen}(BC)+z\cos(BC)-c\operatorname{sen}B\operatorname{sen}(BC)\right] \\ (14) & Y_2-y=-\cos B\operatorname{sen}(BC)\left[x\operatorname{sen}B\operatorname{sen}(BC)+y\cos B\operatorname{sen}(BC)+z\cos(BC)-c\operatorname{sen}B\operatorname{sen}(BC)\right] \\ & Z-z=-\cos(BC)\left[x\operatorname{sen}B\operatorname{sen}(BC)+y\cos B\operatorname{sen}(BC)+z\cos(BC)-c\operatorname{sen}B\operatorname{sen}(BC)\right]\end{array}$$

Se queste vengano elevate al quadrato e quindi sommate si ritrova il quadrato della lunghezza della perpendicolare l_2 sulla faccia BCS.

7. Resta ora che fissiamo le coordinate del piede della perpendicolare l_2 alla faccia ASC. Il piano in cui questa faccia giace è dato dalla equazione

$$x.\, z_1 \operatorname{sen} A - y.\, z_1 \cos A - z\,(x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A) = 0$$

e l'equazioni generali della retta che passa pel punto M sono

$$X - x = a\,(Z - z) \quad ; \quad Y - y = b\,(Z - z).$$

Le tracce corrispondenti del piano sono date da

$$x = \frac{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A}{z_1 \operatorname{sen} A}\, z \quad , \quad y = -\frac{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A\, z}{z_1 \cos A}$$

e perchè devono essere corrispondentemente perpendicolari avremo

$$a = -\frac{z_1 \operatorname{sen} A}{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A} \quad ; \quad b = \frac{z_1 \cos A}{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A}$$

onde l'equazioni della retta perpendicolare sono

$$X - x = -\frac{z_1 \operatorname{sen} A}{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A}(Z - z) \quad ; \quad Y - y = \frac{z_1 \cos A}{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A}(Z - z) \qquad (15)$$

Facendo coesistere l'equazione del piano con quelle della perpendicolare, ponendo

$$X_3 = x, \quad Y_3 = y, \quad Z_3 = z$$

avremo primieramente

$$\left.\begin{array}{l}(X_3 - x)\, z_1 \operatorname{sen} A - (Y_3 - y)\, z_1 \cos A - (Z - z)(x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A) \\ \quad + x.\, z_1 \operatorname{sen} A - y.\, z_1 \cos A - z\,(x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)\end{array}\right\} = 0$$

e quindi sostituiti i valori datici dalle (15) ne ricaveremo

$$Z_3 - z = \frac{(x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)\left[x.\, z_1 \operatorname{sen} A - y.\, z_1 \cos A - z\,(x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)\right]}{z_1^2 + (x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)^2}$$

$$Y_3 - x = \frac{z_1 \cos A\left[x.\, z_1 \operatorname{sen} A - y.\, z_1 \cos A - z\,(x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)\right]}{z_1^2 + (x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)^2}$$

$$X_3 - x = -\frac{z_1 \operatorname{sen} A\left[x.\, z_1 \operatorname{sen} A - y\, z_1 \cos A - z\,(x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A\right]}{z_1^2 + (x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)^2}$$

le quali si riducono a forma intera perchè

$$k_b^2 = z_1^2 + (x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)^2 \,,$$

e

$$\frac{z_1}{k_b} = \operatorname{sen}(AC) \quad ; \quad \frac{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A}{k_b} = \cos(AC)$$

e quindi

$$
\begin{aligned}
Z_3 - x &= -\cos(AC)\,[x \operatorname{sen} A \operatorname{sen}(AC) - y \cos A \operatorname{sen}(AC) - z \cos(AC)] \\
Y_3 - y &= \cos A \operatorname{sen}(AC)\,[x \operatorname{sen} A \operatorname{sen}(AC) - y \cos A \operatorname{sen}(AC) - z \cos(AC)] \qquad (16) \\
X_3 - x &= -\operatorname{sen} A \operatorname{sen}(AC)\,[x \operatorname{sen} A \operatorname{sen}(AC) - y \cos A \operatorname{sen}(AC) - z \cos(AC)]
\end{aligned}
$$

e di queste ancora formata la somma dei quadrati si trova il quadrato della lunghezza l_3.

8. Dalle (13), (14), (16) abbiamo determinate funzioni lineari delle coordinate x, y, z le quali ci danno le coordinate dei tre piedi delle perpendicolari l_1, l_2, l_3.

Ora è noto che lorquando di un tetraedro si conoscono le coordinate dei suoi quattro vertici, si ha facilmente il valore del suo volume.

Essendo ordinatamente

$$X_1,\ Y_1,\ Z_1;\quad X_2,\ Y_2,\ Y_2;\quad X_3,\ Y_3,\ Z_3;\quad X_4,\ Y_4,\ Z_4 = 0$$

le coordinate dei quattro vertici, e detto V il volume, questo è dato dalla formola

$$
6\,V = \left\{
\begin{aligned}
& X_1\,[Y_2(Z_4 - Z_3) + Y_3(Z_2 - Z_4) + Y_4(Z_3 - Z_2)] \\
& X_2\,[Y_1(Z_4 - Z_3) + Y_3(Z_1 - Z_4) + Y_4(Z_3 - Z_1)] \\
& X_3\,[Y_1(Z_2 - Z_4) + Y_2(Z_4 - Z_1) + Y_4(Z_1 - Z_2)] \\
& X_4\,[Y_1(Z_3 - Z_2) + Y_2(Z_1 - Z_3) + Y_3(Z_2 - Z_1)]
\end{aligned}
\right.
$$

che si può mettere ancora sotto la forma di un determinante di quarto grado, cioè

$$
6\,V = \begin{vmatrix}
1 & X_1 & Y_1 & Z_1 \\
1 & X_2 & Y_2 & Z_2 \\
1 & X_3 & Y_3 & Z_3 \\
1 & X_4 & Y_4 & Z_4
\end{vmatrix}
$$

che si trasforma ancora nella espressione seguente

$$
6\,V = \begin{vmatrix}
X_2 & Y_2 & Y_2 \\
X_3 & Y_3 & Z_3 \\
X_4 & Y_4 & Z_4
\end{vmatrix}
- \begin{vmatrix}
X_1 & Y_1 & Z_1 \\
X_3 & Y_3 & Z_3 \\
X_4 & Y_4 & Z_4
\end{vmatrix}
+ \begin{vmatrix}
X_1 & Y_1 & Z_1 \\
X_2 & Y_2 & Z_2 \\
X_4 & Y_4 & Z_4
\end{vmatrix}
- \begin{vmatrix}
X_1 & Y_1 & Z_1 \\
X_2 & Y_2 & Z_2 \\
X_3 & Y_3 & Z_3
\end{vmatrix}
$$

dalla quale risulta immediatamente che se vengono eseguiti gli sviluppi, e

quindi in luogo degli elementi simbolici vengono sostituiti i loro valori, che sono funzioni lineari delle coordinate x, y, z si ottiene una funzione razionale di terzo grado dipendente da tre variabili. Quindi pel proposto problema dovendo essere V una quantità costante, otteniamo una equazione, la quale ci dà una superficie di terz'ordine, ed è questo il richiesto luogo geometrico.

9. Noteremo qui che conoscendosi le coordinate dei punti estremi di l_1, l_2, l_3 può determinarsi l'equazione del piano che passa per essi punti e può assegnarsi l'area del triangolo che si ottiene dal congiungere questi tre punti, il quale può assumersi per base del tetraedro. Dopo ciò può valutarsi la lunghezza della perpendicolare calata dal vertice opposto su di essa base, e quindi dal prodotto del suo terzo per la base ne risulterà il volume del tetraedro.

10. Possiamo ora per mezzo delle formole stabilite in funzione delle coordinate di un punto qualunque e degli elementi del tetraedro risolvere altri problemi che ne dipendono.

Principieremo col determinare la relazione fondamentale che collega gli angoli piani di un tetraedro cogli angoli diedri.

Questa relazione, come è per se stesso evidente, consiste nella formola fondamentale della trigonometria sferica, e che ci piace qui dedurre indipendentemente da qualunque considerazione sulla sfera e triangoli sferici.

Sia il tetraedro ABCS (fig. 3.) e per lo spigolo qualunque BS si faccia passare un piano il quale sia perpendicolare allo spigolo opposto AC. Le tracce di questo piano colle facce ABC, ACS risultano necessariamente perpendicolari ad AC, e tali poniamo che siano BM, SM, le quali col loro angolo danno la misura del diedro (AC).

Fig. 3.

$$MC = c_1 \cos ACS = a \cos C \quad (1)$$

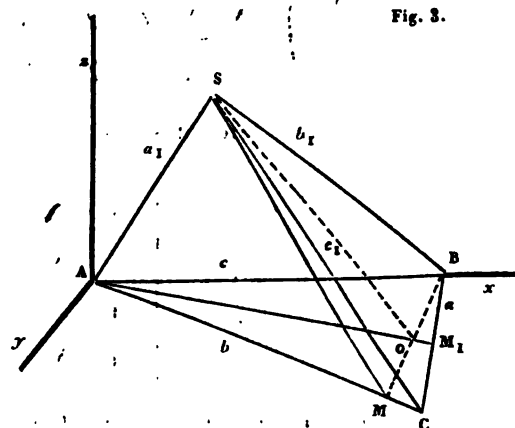
Dopo ciò avremo

$$SM = c_1 \operatorname{sen} ACS \;;\; BM = a \operatorname{sen} C;$$

i due triangoli BMS, BCS ci danno

$$b_1^2 = a^2 + c_1^2 - 2\,ac_1 \cos BCS$$

$$b_1^2 = a^2 \operatorname{sen}^2 C + c_1^2 \operatorname{sen}^2 ACS - 2\,ac_1 \operatorname{sen} C \operatorname{sen} ACS \cos (AC)$$

e da queste per la (1)

$$2a^2 \cos^2 C + 2\, a\, c_1 \operatorname{sen} C \operatorname{sen} ACS \cos(BC) = 2\, ac_1 \cos BCS$$

che prende la seguente forma

$$c_1 \cos BCS = a \cos C.\, \cos C + c_1 \operatorname{sen} C \operatorname{sen} ACS \cos(AC)$$

ove sostituito l'equivalente di $a \cos C$ si ha

$$\cos BCS = \cos C \cos ACS + \operatorname{sen} C \operatorname{sen} ACS \cos(AC) \qquad (2)$$

Dunque:

« In qualunque triedro il coseno di uno degli angoli piani che lo com-
» pongono è uguale al prodotto dei coseni degli altri due angoli piani, più
» il prodotto dei seni dei medesimi angoli nel coseno del diedro formato da
» essi angoli piani ».

11. Se ora per lo spigolo AS si conduce un altro piano il quale risulti perpendicolare allo spigolo opposto BC, questo piano taglia il primo secondo la retta OS, che rappresenta l'altezza del tetraedro. È chiaro che per questa avremo

$$OS = MS \operatorname{sen}(AC) \quad ; \quad OS = M_1S \operatorname{sen}(BC)$$

ma

$$MS = c_1 \operatorname{sen} ACS \quad , \quad M_1S = c_1 \operatorname{sen} BCS$$

dunque

$$\frac{\operatorname{sen} ACS}{\operatorname{sen} BCS} = \frac{\operatorname{sen}(BC)}{\operatorname{sen}(AC)}.$$

Dunque:

« In un triedro qualunque i seni degli angoli piani sono proporzionali ai
» seni degli angoli diedri opposti ».

12. Prob. Assegnare l'equazione del piano bisettore un angolo qualunque del tetraedro.

Si consideri lo spigolo AS: per la proprietà del piano bisettore, che qualunque suo punto deve essere egualmente distante dalle due facce che formano il diedro, ne siegue l'equazione naturale

$$l_1 = -l_3$$

fra le normali, che vengono prese di segno contrario, perchè rispetto il piano bisettore hanno direzione opposta.

Sostituendo i loro valori in funzione delle coordinate abbiamo

$$y \operatorname{sen}(AB) - z \cos(AB) = x \operatorname{sen} A \operatorname{sen}(AC) - y \cos A \operatorname{sen}(AC) - z \cos(AC)$$

dalla quale

$$x \text{ sen A sen (AC)} - y\,[\text{sen (AB)} + \cos \text{A sen (AC)}] - z\,[\cos \text{(AB)} - \cos \text{(AC)}] = 0, \qquad (1)$$

che rappresenta il piano dimandato, e passa per la origine, perchè da quì parte lo spigolo AS.

Se consideriamo la traccia di questo piano con quello che fa da base nel tetraedro attuale avremo

$$z = 0 \;\; ; \quad x \text{ sen A sen (AC)} - y\,[\text{sen (AB)} + \cos \text{A sen (AC)}] = 0$$

da cui

$$y = x \frac{\text{sen A sen (AC)}}{\text{sen (AB)} + \cos \text{A sen (AC)}} \qquad (2)$$

ove il coefficiente dell'ascissa x è la tangente trigonometrica dell'angolo che la traccia forma coll'asse delle x: e dimostra con quale legge viene diviso l'angolo piano A dal piano bisettore: se quì poniamo che i due angoli diedri (AB) ed (AC) sieno eguali la (2) si muta in

$$y = x \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} \text{A},$$

onde in questo caso il piano bisettore biseca ancora l'angolo piano A.

13. Prob. Assegnare la relazione che passa fra i due triangoli nei quali il piano bisettore divide la base opposta, e le aree delle facce adiacenti al diedro bisecato.

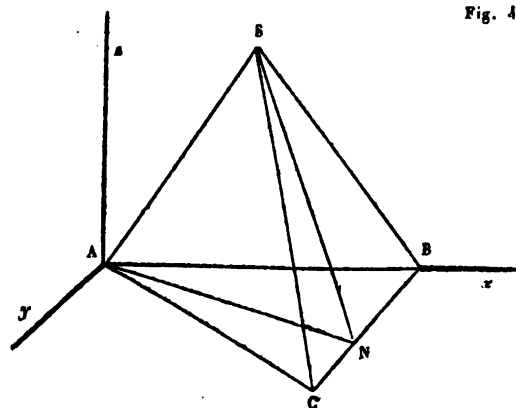
Dal problema antecedente abbiamo, fatto per comodo BAN = θ (fig. 4).

$$\operatorname{tang} \theta = \frac{\text{sen A sen (AC)}}{\text{sen (AB)} + \cos \text{A sen (AC)}}$$

e perchè i seni degli angoli diedri sono proporzionali ai seni degli piani opposti, è

$$\frac{\text{sen (AB)}}{\text{sen (AC)}} = \frac{\text{sen CAS}}{\text{sen BAS}}$$

dunque

$$\operatorname{tang} \theta = \frac{\text{sen A sen BAS}}{\text{sen CAS} + \cos \text{A sen BAS}}$$

Ciò premesso dal triangolo ABN abbiamo, fatto

$$\mathrm{BN} = u \; ; \quad \mathrm{NC} = v$$

$$\frac{u}{c} = \frac{\text{sen}\,\theta}{\text{sen}\,(\mathrm{B}+\theta)} = \frac{\text{tang}\,\theta}{\text{sen}\,\mathrm{B} + \cos \mathrm{B}\,\text{tang}\,\theta}$$

ed

$$u = \frac{c\,\text{tang}\,\theta}{\text{sen}\,\mathrm{B} + \cos \mathrm{B}\,\text{tang}\,\theta}$$

e quindi

$$v = a - u = \frac{a\,\text{sen}\,\mathrm{B} - (c - a\cos \mathrm{B})\,\text{tang}\,\theta}{\text{sen}\,\mathrm{B} + \cos \mathrm{B}\,\text{tang}\,\theta}$$

ma per le seguenti relazioni

$$a\,\text{sen}\,\mathrm{B} = b\,\text{sen}\,\mathrm{A} \; ; \quad c - a\cos \mathrm{B} = b\cos \mathrm{A}$$

avremo

$$v = \frac{b\,(\text{sen}\,\mathrm{A} - \cos \mathrm{A}\,\text{tang}\,\theta)}{\text{sen}\,\mathrm{B} + \cos \mathrm{B}\,\text{tang}\,\theta}.$$

Nei numeratori dei valori di u, v si sostituisca quello di tang θ e si otterrà:

$$u = \frac{c\,\text{sen}\,\mathrm{A}\,\text{sen}\,\mathrm{BAS}}{(\text{sen}\,\mathrm{B} + \cos \mathrm{B}\,\text{tang}\,\theta)\,(\text{sen}\,\mathrm{CAS} + \cos \mathrm{A}\,\text{sen}\,\mathrm{BAS})}$$

$$v = \frac{b\,\text{sen}\,\mathrm{A}\,\text{sen}\,\mathrm{CAS}}{(\text{sen}\,\mathrm{B} + \cos \mathrm{B}\,\text{tang}\,\theta)\,(\text{sen}\,\mathrm{CAS} + \cos \mathrm{A}\,\text{sen}\,\mathrm{BAS})}$$

Ora u, v sono le basi di due triangoli nei quali viene divisa dal piano bisettore, la faccia BSC, e perciò essi hanno la medesima altezza: dunque

$$\frac{\mathrm{BNS}}{\mathrm{CNS}} = \frac{u}{v} = \frac{c\,\text{sen}\,\mathrm{BAS}}{b\,\text{sen}\,\mathrm{CAS}}$$

che possiamo mettere sotto la forma seguente

$$\frac{\mathrm{BNS}}{\mathrm{CNS}} = \frac{\frac{1}{2}a_1\,c\,\text{sen}\,\mathrm{BAS}}{\frac{1}{2}a_1\,b\,\text{sen}\,\mathrm{CAS}}$$

la quale dà luogo a

$$\frac{\mathrm{BNS}}{\mathrm{CNS}} = \frac{\mathrm{ASB}}{\mathrm{ASC}}$$

Dunque il teorema seguente:

« In un tetraedro qualunque il piano bisettore spezza la faccia opposta » in due triangoli proporzionali alle facce adiacenti ».

Per mezzo di questo teorema resta stabilita la formola per la quale può calcolarsi il valore di ciascuno dei due triangoli nei quali è stata decomposta la faccia BSC.

14. Prob. Assegnare le coordinate che fissino il centro della sfera iscritta in un tetraedro qualunque.

Egli è chiaro che il centro della sfera iscritta deve trovarsi sopra ciascun piano bisettore. Per maggiore semplicità considereremo i piani bisettori dei diedri intorno la faccia presa per base, i quali costituiranno un nuovo tetraedro il cui vertice sarà il centro della sfera iscritta. Per la soluzione di questo problema dobbiamo paragonare tra loro le perpendicolari che partono dal punto cercato M ed ammettere la condizione che sieno eguali tra loro. Però dovremo notare che partendo dal punto (fig. 5) M le l, l_1 sono ambedue dirette nel senso negativo degli assi Z, ed Y, e perciò sarà

$$l = l_1;$$

che l, l_2 sono dirette la prima nel senso negativo dell'asse Z, e l'altra nel senso positivo dell'asse X, onde

$$-l = l_2;$$

Fig. 5.

ed in fine essendo l, l_3 dirette l'una nel senso negativo dell'asse Z, e l'altra nel senso positivo dell'asse Y, avremo

$$-l = l_3,$$

onde in funzione delle coordinate sarà

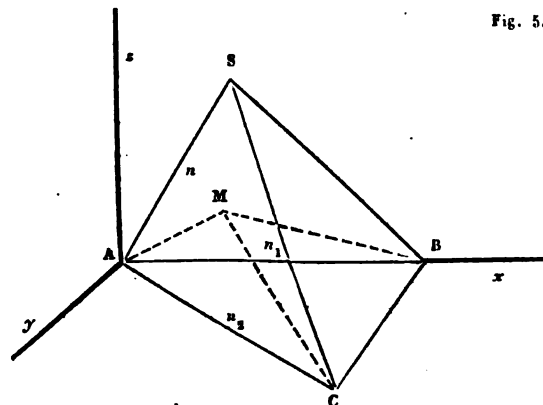
$$z = y \text{ sen } (AB) - z \cos (AB) \qquad (1)$$

ovvero

$$y \text{ sen } (AB) - z\,[1 - \cos (AB)] = 0$$

che è il piano AMB bisettore dell'angolo diedro (AB) e rappresenta nello stesso tempo una retta sul piano ZY che forma coll'asse delle y un angolo metà del diedro, come si vede a priori, e come risulta dalla equazione

$$y = z \text{ tang } \left(\frac{AB}{2}\right).$$

La seconda equazione ci dà

$$-z = (x - c) \text{ sen B sen (BC)} + y \cos \text{B sen (BC)} + z \cos \text{(BC)}$$

dalla quale

$$\text{(2)} \quad x \text{ sen B sen (BC)} + y \cos \text{B sen (BC)} + z\,[1 + \cos \text{(BC)}] - c \text{ sen B sen BC} = 0$$

che rappresenta il piano BMC bisettore del diedro (BC). La coesistenza delle (1), (2) ci rappresenta la retta BM la quale deve passare pel centro della sfera iscritta. Eliminando la y da queste due equazioni ne deduciamo

$$x = z \left[\frac{\cos \text{B}}{\text{sen B}}\left(\frac{1 + \cos \text{(AB)}}{\text{sen (AB)}}\right) + \frac{1}{\text{sen B}}\left(\frac{1 + \cos \text{(BC)}}{\text{sen (BC)}}\right)\right] + c$$

che è la projezione della BM sul piano ZX e passa pel vertice B.

Finalmente considerando la terza equazione avremo

$$x \text{ sen A} - y \cos \text{A} - z \left(\frac{1 + \cos \text{(AC)}}{\text{sen (AC)}}\right) = 0 \qquad \text{(3)}$$

che rappresenta il piano ACM bisettore del diedro AC. Se questa si fa coesistere colle antecedenti (1), (2) otterremo il punto nel quale la BM taglia il piano (3), ossia il punto dimandato.

Sostituendo nella (3) i valori di x, y dati in z ne dedurremo

$$z = \frac{c \text{ sen A sen B}}{\text{sen A}\left(\frac{1 + \cos \text{(BC)}}{\text{sen(BC)}}\right) + \text{sen B}\left(\frac{1 + \cos \text{(AC)}}{\text{sen (AC)}}\right) + \text{sen C}\left(\frac{1 + \cos \text{(AB)}}{\text{sen (AB)}}\right)}.$$

Questa espressione abbastanza simmetrica ci dà il raggio della sfera iscritta nel tetraedro. Se in essa venga diviso tanto il numeratore quanto il denominatore per sen C, al rapporto dei seni sostituiremo quello dei lati opposti, ed osservando che

$$\frac{1 + \cos \text{(AB)}}{\text{sen (AB)}} = \cot \left(\frac{\text{AB}}{2}\right); \quad \frac{1 + \cos \text{(AC)}}{\text{sen (AC)}} = \cot \left(\frac{\text{AC}}{2}\right)$$

$$\frac{1 + \cos \text{(BC)}}{\text{sen (BC)}} = \cot \left(\frac{\text{BC}}{2}\right)$$

avremo

$$z = \frac{ac \text{ sen B}}{a \cot \left(\frac{\text{BC}}{2}\right) + b \cot \left(\frac{\text{AC}}{2}\right) + c \cot \left(\frac{\text{AB}}{2}\right)} \qquad \text{(4)}$$

Per mezzo di questo valore troveremo ancora per le altre due coordinate

$$y = \frac{ac \operatorname{sen} B \cot\left(\frac{AB}{2}\right)}{a \cot\left(\frac{BC}{2}\right) + b \cot\left(\frac{AC}{2}\right) + c \cot\left(\frac{AB}{2}\right)}$$

$$x = \frac{bc\left[\cot\left(\frac{AC}{2}\right) + \cos A \cot\left(\frac{AB}{2}\right)\right]}{a \cot\left(\frac{BC}{2}\right) + b \cot\left(\frac{AC}{2}\right) + c \cot\left(\frac{AB}{2}\right)}.$$

Il valore che abbiamo assegnato per la z ci dà il valore del raggio della sfera, e la sua espressione in funzione di linee trigonometriche determinate è assai più semplice di quella che è data per mezzo di tutti gli spigoli (*).

Se ora poniamo che il tetraedro divenga regolare avremo allora

$$z = \frac{a \operatorname{sen} A \operatorname{sen}(AB)}{3\left[1 + \cos(AB)\right]}$$

ove, per avere il valore numerico delle funzioni circolari, ricorderemo essere tutti gli angoli piani delle facce di 60°, onde per un diedro qualunque abbiamo

$$\cos(AB) = \frac{\cos. 60^\circ - \cos^2. 60^\circ}{\operatorname{sen}^2. 60^\circ} = \frac{1}{3}$$

e perciò

$$\cos. A = \frac{1}{2}, \quad \operatorname{sen}(AB) = \frac{2}{3}\sqrt{2}.$$

ed in fine

$$z = \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}}.$$

Avute le coordinate del centro e nello stesso tempo la lunghezza del raggio della sfera iscritta, è cosa molto semplice l'assegnare la sua equazione.

15. Si dicano X, Y, Z le coordinate di qualunque suo punto, ed essendo x, y, z quelle del centro, la z ne è nello stesso tempo il raggio, onde sarà generalmente

$$(X - x)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2 = z^2$$

che si riduce alla forma

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - 2Xx - 2Yy - 2Zz + x^2 + y^2 = 0.$$

(*) Vedi la formola B del problema V. della Memoria di L. N. M. Carnot - Sulla relazione che esiste fra le rispettive distanze di cinque punti qualunque presi nello spazio. - Parigi 1806, Chez Courcier.

Ora essendo pei trovati valori di x, y

$$x^2+y^2=\frac{b^2c^2\left[\cot^2\left(\frac{AB}{2}\right)+\cot^2\left(\frac{AC}{2}\right)+2\cot\left(\frac{AB}{2}\right)\cot\left(\frac{AC}{2}\right)\cos A\right]}{\left[a\cot\left(\frac{BC}{2}\right)+b\cot\left(\frac{AC}{2}\right)+c\cot\left(\frac{AB}{2}\right)\right]^2}$$

e così l'equazione della sfera tangente il piano delle x, y è

$$\left.\begin{array}{c} X^2+Y^2+Z^2-2Xx-2Yy-2Zz \\ +\dfrac{b^2c^2\left[\cot^2\left(\frac{AB}{2}\right)+\cot^2\left(\frac{AC}{2}\right)+2\cot\left(\frac{AB}{2}\right)\cot\left(\frac{AC}{2}\right)\cos A\right]}{\left[a\cot\left(\frac{BC}{2}\right)+b\cot\left(\frac{AC}{2}\right)+c\cot\left(\frac{AB}{2}\right)\right]^2}\end{array}\right\}=0$$

nella quale per semplicità di scrittura abbiamo conservati i simboli x, y, z.

16. Seguendo i medesimi principii possiamo assegnare il raggio della sfera che esternamente sia tangente ad una faccia del tetraedro, ed a tre piani che sieno i prolungamenti delle altre tre facce.

Per questa determinazione osserveremo che le lunghezze delle perpendicolari calate dal punto M sulle quattro facce del tetraedro sono della medesima forma tanto che esso punto M sia interno al tetraedro quanto che sia esterno: e perciò considerando ora il caso in cui il punto M sia esterno e precisamente nel diedro (BC) formato dalla faccia BSC e dal prolungamento di ABC, determineremo l'equazione dei piani bisettori che col loro incontro fissano il punto il quale dista egualmente da ciascuno dei quattro piani. Quando il punto è esteriore l'equazioni naturali dei piani bisettori gli angoli diedri (BC), (AB), (AC) saranno ordinatamente.

$$l=l_2\,;\quad l=l_1\,;\quad l=-l_3$$

nelle quali sostituiti i rispettivi valori in funzione delle coordinate abbiamo facilmente le tre seguenti

$$x\,\mathrm{sen}\,B+y\cos B-z\,\mathrm{tang}\left(\frac{BC}{2}\right)-c\,\mathrm{sen}\,B=0$$

$$x\,\mathrm{sen}\,A-y\cos A-z\cot\left(\frac{AC}{2}\right)=0$$

$$z-y\,\mathrm{tang}\left(\frac{AB}{2}\right)=0$$

dalle quali prontamente si ricavano

$$x = \frac{c \operatorname{sen} B\left[\cot\left(\frac{AC}{2}\right) + \cos A \cot\left(\frac{AB}{2}\right)\right]}{\operatorname{sen} C \cot\left(\frac{AB}{2}\right) + \operatorname{sen} B \cot\left(\frac{AC}{2}\right) - \operatorname{sen} A \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{2}\right)}$$

$$y = \frac{c \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \cot\left(\frac{AB}{2}\right)}{\operatorname{sen} C \cot\left(\frac{AB}{2}\right) + \operatorname{sen} B \cot\left(\frac{AC}{2}\right) - \operatorname{sen} A \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{2}\right)}$$

$$z = \frac{c \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} C \cot\left(\frac{AB}{2}\right) + \operatorname{sen} B \cot\left(\frac{AC}{2}\right) - \operatorname{sen} A \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{2}\right)}$$

È chiaro che il valore della z rappresenta il raggio della sfera: e questa formola può essere posta la forma seguente

$$z = \frac{ac \operatorname{sen} B}{c \cot\left(\frac{AB}{2}\right) + b \cot\left(\frac{AC}{2}\right) - a \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{2}\right)}$$

dalla quale risulta che il raggio della sfera può essere positivo ed allora sarà al di sopra del piano delle x, y, può risultare negativo ed allora sarà posto al di sotto, e finalmente può diventare infinito, e questo avrà luogo se potrà essere soddisfatta la relazione

$$c \cot\left(\frac{AB}{2}\right) + b \cot\left(\frac{AC}{2}\right) = a \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{2}\right).$$

16. Tra i raggi delle due sfere tangenti l'una internamente e l'altra esternamente il tetraedro ha luogo una relazione abbastanza semplice. Si dica r il raggio della sfera interna, ed R quella della esterna, avremo

$$r = \frac{ac \operatorname{sen} B}{c \cot\left(\frac{AB}{2}\right) + b \cot\left(\frac{AC}{2}\right) + a \cot\left(\frac{BC}{2}\right)}$$

$$R = \frac{ac \operatorname{sen} B}{c \cot\left(\frac{AB}{2}\right) + b \cot\left(\frac{AC}{2}\right) - a \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{2}\right)}$$

dalle quali deduciamo

$$c \cot\left(\frac{AB}{2}\right) + b \cot\left(\frac{AC}{2}\right) + a \cot\left(\frac{BC}{2}\right) = \frac{ac \operatorname{sen} B}{r}$$

$$c \cot\left(\frac{AB}{2}\right) + b \cot\left(\frac{AC}{2}\right) - a \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{2}\right) = \frac{ac \operatorname{sen} B}{R}$$

che sottratti ci danno

$$\cot\left(\frac{BC}{2}\right) + \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{2}\right) = c \operatorname{sen} B \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$$

e quindi

$$\frac{2}{c \operatorname{sen} B \operatorname{sen} (BC)} = \frac{1}{r} - \frac{1}{R}$$

che dà

$$R = \frac{cr \operatorname{sen} B \operatorname{sen} (BC)}{c \operatorname{sen} B \operatorname{sen} (BC) - 2r}.$$

Nel caso del tetraedro regolare troviamo

$$R = \frac{c}{\sqrt{b}} \quad \text{ovvero} \quad R = 2r.$$

cioè il raggio della sfera esterna doppio di quello della interna.

17. Teor. « I piani bisettori simultaneamente due angoli diedri adiacenti » sono tra loro perpendicolari. »

Il piano bisettore l'angolo diedro (BC) internamente è

$$x \operatorname{sen} B + y \cos B + z \cot\left(\frac{BC}{2}\right) - c \operatorname{sen} B = 0$$

ed il bisettore esterno è

$$x \operatorname{sen} B + y \cos B - z \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{2}\right) - c \operatorname{sen} B = 0$$

Essendo generalmente

$$A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2 = 0$$

la condizione perchè due piani P_1, P_2 sieno tra loro perpendicolari, questa nel caso nostro è verificata perchè si ottiene facilmente

$$\operatorname{sen}^2 B + \cos^2 B - \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{2}\right) \cot\left(\frac{BC}{2}\right) = 0$$

la quale riducesi ad una identità.

18. Teor. « Due piani bisettori l'uno internamente e l'altro esternamente » un diedro qualunque di un tetraedro, dividono armonicamente lo spigolo » opposto a quello del diedro. »

Consideriamo i piani bisettori i due diedri adiacenti lungo lo spigolo BC (fig. 6.) le cui equazioni sono quelle del teorema antecedente: l'equazioni dello spigolo AS saranno

$$x = \frac{x_1}{z_1} z \quad ; \quad y = \frac{y_1}{z_1} z.$$

Facendo coesistere queste equazioni con quella del piano bisettore internamente avremo pel primo punto di divisione che diremo R le coordinate seguenti

$$x = \frac{cx_1 \text{ sen B}}{x_1 \text{ sen B} + y_1 \cos \text{B} + z_1 \cot\left(\frac{\text{BC}}{2}\right)}$$

$$y = \frac{cy_1 \text{ sen B}}{x_1 \text{ sen B} + y_1 \cos \text{B} + z_1 \cot\left(\frac{\text{BC}}{2}\right)}$$

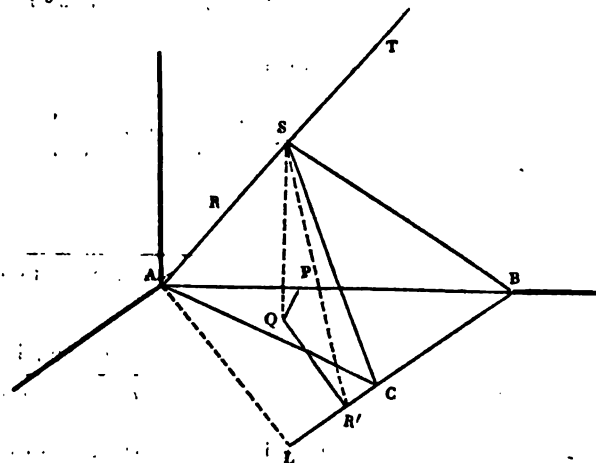
$$z = \frac{cz_1 \text{ sen B}}{x_1 \text{ sen B} + y_1 \cos \text{B} + z_1 \cot\left(\frac{\text{BC}}{2}\right)}$$

e posto AR $= \delta_1$ troveremo

$$\delta_1 = \frac{a_1 c \text{ sen B}}{x_1 \text{ sen B} + y_1 \cos \text{B} + z_1 \cot\left(\frac{\text{BC}}{2}\right)}$$

Facendo coesistere ora le stesse equazioni dello spigolo AS col piano bisettore esternamente avremo le coordinate del punto che diremo T le quali saranno

$$x = \frac{cx_1 \text{ sen B}}{x_1 \text{ sen B} + y_1 \cos \text{B} - z_1 \text{ tang}\left(\frac{\text{BC}}{2}\right)}$$

$$y = \frac{c y_1 \operatorname{sen} B}{x_1 \operatorname{sen} B + y_1 \cos B - z_1 \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{2}\right)}$$

$$z = \frac{c z_1 \operatorname{sen} B}{x_1 \operatorname{sen} B + y_1 \cos B - z_1 \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{2}\right)}$$

dopo le quali, posti $AT = \delta_2$, si ottiene

$$\delta_2 = \frac{a_1 c \operatorname{sen} B}{x_1 \operatorname{sen} B + y_1 \cos B - z_1 \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{2}\right)}.$$

Ora affinchè lo spigolo AS sia diviso armonicamente nei punti R, T è noto che deve essere adempiuta la condizione:

$$\delta_1 (\delta_2 - a_1) = \delta_2 (a_1 - \delta_1)$$

ovvero la seguente che ne deriva

$$\frac{1}{\delta_1} + \frac{1}{\delta_2} = \frac{2}{a_1}.$$

Pei valori trovati di δ_1, δ_2 abbiamo

$$\frac{1}{\delta_1} + \frac{1}{\delta_2} = \frac{2 x_1 \operatorname{sen} B + 2 y_1 \cos B + z_1 \left[\cot\left(\frac{BC}{2}\right) - \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{2}\right)\right]}{a_1 c \operatorname{sen} B}$$

che si riduce alla seguente

$$\frac{1}{\delta_1} + \frac{1}{\delta_2} = \frac{2}{a_1}\left[\frac{x_1 \operatorname{sen} B + y_1 \cos B + z_1 \cot(BC)}{c \operatorname{sen} B}\right]$$

Ora è facile provare che la quantità entro parentesi si riduce all'unità. Di fatti dal punto A si guidi la normale AL sulla BC prolungata ed avremo

$$AL = c \operatorname{sen} B$$

di più pel punto Q si guidi QR perpendicolare alla medesima BC avremo

$$QR = z_1 \cot (BC)$$

Con poca attenzione si riconosce che la spezzata APQR proiettata sopra AL è data da

$$z_1 \cot (BC) + y_1 \cos B + x_1 \operatorname{sen} B = AL;$$

dunque è verificata la condizione richiesta per la divisione armonica.

18. PROB. Assegnare il raggio e centro della sfera circoscritta ad un tetraedro dato.

Quando si considera la sfera circoscritta gli spigoli del tetraedro sono tante corde: dunque il centro dimandato si deve trovare su ciascun piano che venga guidato normalmente nel punto medio di ciascuno spigolo.

Ora è chiaro che per avere il punto dimandato basta considerare tre piani perpendicolari a tre spigoli che non siano nel medesimo piano, e perciò noi per semplicità maggiore prenderemo (fig. 5.)

AS, AB, AC.

L'equazioni dalle quali è rappresentato il primo spigolo sono

$$X = \frac{x_1}{z_1} Z \quad ; \quad Y = \frac{y_1}{z_1} Z$$

conservando le solite notazioni.

Ora abbiamo

$$x_1 = a_1 \cos \text{BAS}; \quad y_1 = a_1 \operatorname{sen} \text{BAS} \cos (\text{AB}); \quad z_1 = a_1 \operatorname{sen} \text{BAS} \operatorname{sen} (\text{AB}).$$

dunque l'equazioni dello spigolo saranno

$$X = \frac{\cos \text{BAS}}{\operatorname{sen} (\text{AB}) \operatorname{sen} \text{BAS}} Z, \quad Y = \frac{\cos (\text{AB}) \operatorname{sen} \text{BAS}}{\operatorname{sen} (\text{AB}) \operatorname{sen} \text{BAS}} Z \quad (1)$$

Pel punto medio n di questo spigolo deve passare il piano normale: e le coordinate di questo punto sono evidentemente

$$\frac{x_1}{2} = \frac{a_1}{2} \cos \text{BAS}; \quad \frac{y_1}{2} = \frac{a_1}{2} \operatorname{sen} \text{BAS} \cos (\text{AB}); \quad \frac{z_1}{2} = \operatorname{sen} \text{BAS} \operatorname{sen} (\text{AB}).$$

Il piano generalmente è

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0$$

e pel punto n si diverrà

$$A_1 \frac{x_1}{2} + B_1 \frac{y_1}{2} + C_1 \frac{z_1}{2} + D_1 = 0$$

dalle quali

$$A_1 \left(x - \frac{x_1}{2}\right) + B_1 \left(y - \frac{y_1}{2}\right) + C_1 \left(z - \frac{z_1}{2}\right) = 0 \quad (2)$$

le cui tracce coi piani ZX, ZY sono

$$x - \frac{x_1}{2} = -\frac{C_1}{A_1}\left(z - \frac{z_1}{2}\right); \quad y - \frac{y_1}{2} = -\frac{C_1}{B_1}\left(z - \frac{z_1}{2}\right)$$

che per essere perpendicolari alle (1) ci danno le seguenti

$$\frac{A_1}{C_1} = \frac{\cos \text{BAS}}{\text{sen (AB) sen BAS}}; \quad \frac{B_1}{C_1} = \frac{\cos \text{(AB) sen BAS}}{\text{sen (AB) sen BAS}}$$

le quali sostituite nella (2) abbiamo

$$\left(x - \frac{x_1}{2}\right) \cos \text{BAS} + \left(y - \frac{y_1}{2}\right) \cos \text{(AB) sen BAS} + \left(z - \frac{z_1}{2}\right) \text{sen (AB) sen BAS} = 0$$

la quale si muta in

$$x \cos \text{BAS} + y \cos \text{(AB) sen BAS} + z \,\text{sen (AB) sen BAS} - \tfrac{1}{2} a_1 = 0 \qquad (3)$$

ed in questo piano si deve trovare il centro della sfera circoscritta.

Il piano normale allo spigolo AB $= c$ nel punto medio n_1, è dato evidentemente da

$$x = \frac{c}{2}.$$

Questo piano taglia l'altro (3) secondo una retta la quale proiettata sul piano ZY è data da

$$y \cos \text{(AB) sen BAS} + z \,\text{sen (AB) sen BAS} - \tfrac{1}{2}(a_1 - c \cos \text{BAS}) = 0$$

ed anche

$$y \cos \text{(AB) sen (BAS)} + z \,\text{sen (AB) sen BAS} - \tfrac{1}{2} b \cos \text{ASB} = 0. \qquad (5)$$

Il piano perpendicolare allo spigolo AC nel punto n_2 è un piano perpendicolare al piano coordinato XY, dunque la sua equazione generale è

$$A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$$

ora le coordinate di n_2 sono

$$x = \frac{b}{2} \cos A, \quad y = \frac{b}{2} \text{sen A}$$

dunque

$$\tfrac{1}{2} A_1 b \cos A + \tfrac{1}{2} B_1 b \,\text{sen A} + C_1 = 0$$

e quindi

$$A_1 (x - \tfrac{1}{2} b \cos A) + B_1 (y - \tfrac{1}{2} b \,\text{sen A}) = 0$$

Questo piano deve essere perpendicolare allo spigolo AC che è una retta po-

sta sul piano XY e la sua equazione è data evidentemente da

$$y = x \text{ tang A}$$

dunque se ne trae

$$A_1 = B_1 \cot A$$

e così pel piano avremo

$$(x - \tfrac{1}{2} b \cos A) \cot A + (y - \tfrac{1}{2} b \text{ sen A}) = 0$$

che si riduce facilmente ad

$$x \cos A + y \text{ sen A} - \tfrac{1}{2} b = 0 \qquad (6)$$

Se ora facciamo coesistere le (4) (5) (6) avremo facilmente

$$y = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{a \cos C}{\text{sen A}} \qquad (7)$$

e sostituendo nella (5) i valori dati dalle (4), (7) risulta

$$z = \tfrac{1}{2}\left[\frac{b_1 \text{ sen}^2 A \cos ASB - a \cos C \cos CAS + a \cos A \cos C \cos BAS}{\text{sen}^2 A \text{ sen (AB) sen BAS}}\right] \qquad (8)$$

Per mezzo delle (4), (7), (8) resta fissato il centro della sfera circoscritta al tetraedro.

Il raggio rappresentato che sia per r l'avremo per mezzo della formola

$$r^2 = \tfrac{1}{4}\left[c^2 + \frac{a^2 \cos^2 C}{\text{sen}^2 A} + \left(\frac{b_1 \text{ sen}^2 A \cos ABS - a \cos C \cos CAS + a \cos A \cos BAS}{\text{sen}^2 A \text{ sen (AB) sen BAS}}\right)^2\right]$$

Da questa formola risulta che il raggio della sfera circoscritta al tetraedro è sempre possibile, essendo il suo quadrato eguale alla somma di tre quadrati.

Supponiamo ora che il tetraedro divenga regolare: essendo allora tutti gli spigoli eguali, e gli angoli piani ciascuno di 60° gradi, ed i diedrì tali da essere

$$\cos (AB) = \tfrac{1}{3}, \qquad \text{sen (AB)} = \tfrac{2}{3}\sqrt{2}\,.$$

si trova pel centro

$$x = \frac{a}{2}, \quad y = \frac{a}{2\sqrt{3}}, \quad z = \frac{a}{2\sqrt{6}}$$

e pel raggio

$$r = \frac{a}{2}\sqrt{\tfrac{3}{2}}.$$

19. **Prob.** Assegnare l'angolo che tra loro fanno due spigoli opposti.

Poniamo che si voglia l'angolo formato dai due spigoli opposti a, a_1 che noteremo con $(a\, a_1)$: si dicano α, β, γ gli angoli che lo spigolo a_1 forma coi tre assi, ed α', β', γ' quelli che vi forma lo spigolo opposto a, avremo

$$\cos(aa_1) = \cos\alpha\cos\alpha' + \cos\beta\cos\beta' + \cos\gamma\cos\gamma' \qquad (1)$$

ma lo spigolo a trovasi nel piano XY, dunque per esso è $\gamma' = 90°$, e la (1) si muta in

$$\cos(aa_1) = \cos\alpha\cos\alpha' + \cos\beta\cos\beta'. \qquad (2)$$

Per assegnare gli angoli che lo spigolo AS forma coi tre assi, notiamo al solito con x_1, y_1, z_1 le coordinate del vertice S ed avremo facilmente (fig. 6.):

$$x_1 = a_1 \cos \text{BAS}; \quad y_1 = a_1 \,\text{sen BAS} \cos(\text{AB}); \quad z_1 = a_1 \,\text{sen BAS sen}(\text{AB})$$

ma

$$\cos\alpha = \frac{x_1}{a_1} = \cos \text{BAS}$$

$$\cos\beta = \frac{y_1}{a_1} = \text{sen BAS} \cos(\text{AB})$$

$$\cos\gamma = \frac{z_1}{a_1} = \text{sen BAS sen}(\text{AB})$$

e per lo spigolo a abbiamo

$$\cos\alpha' = -\cos \text{B}, \quad \cos\beta' = \text{sen B}$$

e sostituiti questi valori nella (2) otteniamo:

$$\cos(aa_1) = -\cos\text{B}\cos\text{BAS} + \text{sen B sen BAS}\cos(\text{AB}) \qquad (3)$$

Per eliminare il coseno dell' angolo diedro si riprenda la relazione trigonometrica fra gli angoli diedri e piani, e da essa avremo

$$\text{sen BAS}\cos(\text{AB}) = \frac{\cos\text{CAS} - \cos\text{A}\cos\text{BAS}}{\text{sen A}}$$

che sostituito nella (3) questa si muta in

$$\cos(aa_1) = \frac{\text{sen B}}{\text{sen A}}\cos\text{CAS} - \frac{\text{sen C}}{\text{sen A}}\cos\text{BAS}$$

ma

$$\frac{\text{sen B}}{\text{sen A}} = \frac{b}{a}, \quad \frac{\text{sen C}}{\text{sen A}} = \frac{c}{a}$$

dunque

$$a \cos(aa_1) = b \cos \mathrm{CAS} - c \cos \mathrm{BAS} \qquad (4)$$

Giova esprimere la funzione della scambievole inclinazione dei due spigoli opposti del tetraedro in funzione degli spigoli suoi. A questo scopo ricorderemo essere

$$b \cos \mathrm{CAS} = \frac{a_1^2 + b^2 - c_1^2}{2a_1}; \qquad c \cos \mathrm{BAS} = \frac{a_1^2 + c^2 - b_1^2}{2a_1}$$

e sostituiti nella (4) troviamo

$$2aa_1 \cos(aa_1) = b^2 + b_1^2 - (c^2 + c_1^2)$$

e similmente

$$2bb_1 \cos(bb_1) = c^2 + c_1^2 - (a^2 + a_1^2)$$

$$2cc_1 \cos(cc_1) = a^2 + a_1^2 - (b^2 + b_1^2)$$

le quali sommate danno la relazione fra gli spigoli opposti

$$aa_1 \cos(aa_1) + bb_1 \cos(bb_1) + cc_1 \cos(cc_1) = 0.$$

20. Cor. Se facciamo la ipotesi che gli spigoli opposti abbiano tale direzione che siano tra loro respettivamente normali, allora fra essi avrà luogo la relazione

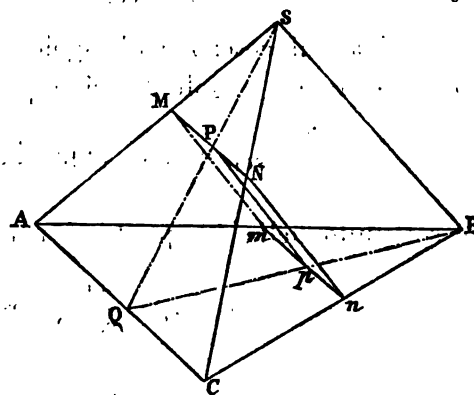
$$a^2 + a_1^2 = b^2 + b_1^2 = c^2 + c_1^2$$

Dalle formole stabilite risulta che se due coppie di spigoli opposti sono tra loro normali, lo sono ancora gli altri due rimanenti.

M. J. Wolstenholme propone di chiamare tetraedro rettangolo quello nel quale gli spigoli opposti sono tra loro perpendicolari (*).

21. Prob. Se in un tetraedro rettangolo si fanno delle sezioni i cui lati sieno paralleli a due spigoli opposti, si domanda quella la cui area è massima.

Fig. 7.

Nel tetraedro ABCS (fig. 7.) poniamo che i due spigoli AC = b, BS = b_1, opposti sieno tra loro perpendicolari. Per lo spigolo BS venga condotto un piano il quale risulti normale in Q ad AC: le due tracce BQ, SQ saranno le altezze

(*) Vedi – Nouvelles annales de mathématiques. Deuxième série, t. X. pag. 451.

delle due facce triangolari. Pel punto P si guidi MN parallela ad AC, e quindi si conduca Pp parallela a BS, e per p sia tirata mn anch'essa parallela ad AC: risulteranno eguali tra loro le due parallele ad AC, perchè se per comodo poniamo $PS = x$, $QS = h$, $Bp = y$, $BQ = q$ troveremo

$$MN = \frac{bx}{h} \; ; \quad mn = \frac{by}{h_1}$$

ma

$$\frac{y}{x} = \frac{h_1}{h} \, , \quad y = \frac{h_1 x}{h}$$

dunque

$$mn = \frac{bx}{h} = MN.$$

Congiunti ora i punti estremi di queste due rette il quadrilatero che ne risulta è un rettangolo: dunque l'area di questa sezione è data da

$$MNnm = \frac{bb_1}{h^2} \cdot x(h - x).$$

Essendo tale la parte variabile di questa da soddisfare alla condizione

$$x + h - x = h$$

così essa è massima quando i due fattori sono eguali, onde

$$x = \frac{h}{2}.$$

Dunque la sezione massima ha per valore

$$MNnm = \frac{bb_1}{2}$$

cioè la metà del rettangolo fatto coi lati opposti del tetraedro.

Osserveremo che se il tetraedro non è rettangolo, ma qualunque, la figura MNnm risulta sempre piana, ma è un parallelogrammo i cui lati mutano continuamente di grandezza, ma l'angolo che fanno tra loro è costante. Dunque anche qui la superficie di massima sezione ha luogo per $x = \frac{h}{2}$.

22. Prob. Assegnare la condizione affinchè due rette guidate da due vertici di un tetraedro normalmente sulle facce opposte s'incontrino.

Sia il solito tetraedro e dal vertice A s'intenda guidata la normale AN sulla faccia opposta BSC (fig. 84) l'equazioni generali di essa retta saranno

$$y = nz \;,\; x = mz \qquad (1)$$

e l'equazione del piano che contiene la faccia BSC è

$$x.\, z_1 \operatorname{sen} B + y.\, z_1 \cos B$$
$$+ z\left[(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B\right] - c z_1 \operatorname{sen} B = 0$$

le cui tracce sopra i piani coordinati ZX, ZY sono date da

$$\left.\begin{aligned} x &= -\left(\frac{(c-x_1)\operatorname{sen}B - y_1\cos B}{z_1 \operatorname{sen} B}\right) z + c \\ y &= -\left(\frac{(c-x_1)\operatorname{sen}B - y_1\cos B}{z_1 \cos B}\right) z + c \operatorname{tang} B \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

e perchè le rette (1) (2) devono essere tra loro perpendicolari, così avremo le seguenti

$$m = \frac{z_1 \operatorname{sen} B}{(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B}, \qquad n = \frac{z_1 \cos B}{(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B}$$

onde le (1) diverranno

$$x = \frac{z_1 \operatorname{sen} B}{(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B} \cdot z, \quad y = \frac{z_1 \cos B}{(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B} \cdot z \qquad (3)$$

e riflettendo al significato geometrico della funzione $(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B$ ne risulta essere

$$z_1 = \left[(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B\right] \operatorname{tang} (BC)$$

onde le (3) si mutano in

$$x = z. \operatorname{sen} B \operatorname{tang} (BC) \;;\; y = z. \cos B \operatorname{tang} (BC) \qquad (3)'$$

S'immagini ora che una seconda retta parta dal vertice C e cada normalmente in N_1 sulla faccia ABS: l'equazione di questa retta che parte dal punto C di coordinate

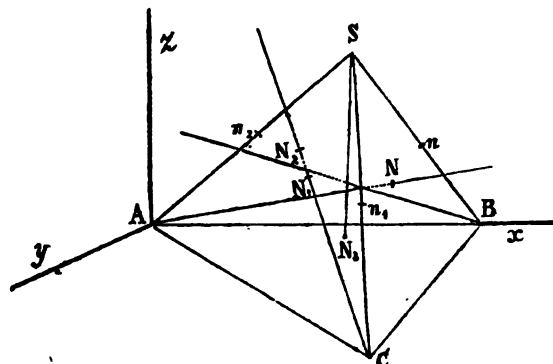
$$x = b \cos A, \quad y = b \operatorname{sen} A, \quad z = 0$$

sono

$$x = mz + b \cos A, \quad y = nz + b \operatorname{sen} A \qquad (4)$$

nelle quali si devono assegnare le m, n.

L'equazione del piano sul quale si contiene la faccia ABS è

$$y z_1 - y_1 z = 0 \qquad (5)$$

dunque

$$n = -\frac{z_1}{y_1}.$$

Per determinare la m osserveremo che la traccia del piano (5) col piano ZX si riduce all'asse delle x pel quale passa: ma questo asse forma un angolo retto coll'asse delle z: dunque $m=0$, e così le (4) diventano

$$x = b \cos A, \quad y = -\frac{z_1}{y_1} z + b \operatorname{sen} A \qquad (6)$$

Affinchè le rette (3)', (6) delle quali abbiamo determinate le equazioni abbiano un punto comune dovranno coesistere le loro equazioni, e così troveremo la condizione

$$(c - x_1) \operatorname{sen} A - y_1 \cos A = 0 \qquad (7)$$

ove le coordinate x_1, y_1, z_1 sono quelle del vertice S, onde y_1, z_1 determinano un piano il quale è perpendicolare all'asse X, e pei triangoli rettangoli che ne risultano abbiamo

$$c - x_1 = b_1 \cos ABS \ ; \quad y_1 = a_1 \operatorname{sen} BAS \cos (AB)$$

e così la (7) si muta in

$$b_1 \cos A \cos ABS = a_1 \operatorname{sen} A \operatorname{sen} BAS \cos (AB)$$

ma per la nota relazione fra le funzioni trigonometriche degli angoli piani e diedri abbiamo

$$\operatorname{sen} A \operatorname{sen} BAS \cos (AB) = \cos CAS - \cos A \cos BAS$$

dunque

$$b_1 \cos A \cos ABS = a_1 \cos CAS - a_1 \cos A \cos BAS$$

dalla quale

$$\cos A (b_1 \cos ABS + a_1 \cos BAS) = a_1 \cos CAS;$$

ma per la relazione che passa fra i lati della faccia ABS è

$$c = a_1 \cos BAS + b_1 \cos ABS$$

dunque

$$c \cos A = a_1 \cos CAS. \qquad (8)$$

Di quì risulta che le due normali che partono dai vertici A, C e vanno sulle facce opposte, si tagliano, e perciò sono in un medesimo piano quando sono eguali le proiezioni dei due spigoli che partono dal comune vertice A sul terzo spigolo che parte dalla medesima origine.

La (8) può essere data in funzione dei soli lati del tetraedro, ed a questo fine osserveremo essere

$$2bc \cos A = 2\, a_1\, b \cos \mathrm{CAS}$$

e quindi avendo

$$2\, bc \cos A = b^2 + c^2 - a^2 \; ; \quad 2 a_1\, b \cos \mathrm{CAS} = a_1^2 + b^2 - c_1^2$$

ne risulta

$$a^2 + a_1^2 = c^2 + c_1^2 \qquad (9)$$

Dunque i due spigoli b, b_1 devono essere tra loro perpendicolari affinchè le normali alle facce che formano lo spigolo b_1 e partono dagli estremi dello spigolo opposto b si taglino.

Se pel vertice B si conduce la retta BN_2 perpendicolare alla faccia opposta ACS, affinchè sia incontrata dall'altra deve aver luogo la seguente

$$b \cos A = a_1 \cos \mathrm{BAS}$$

la quale può determinarsi direttamente come segue.

L'equazioni della retta BN_2 si trovano facilmente essere

$$x = - z \operatorname{sen} A \operatorname{tang}(AC) + c \quad , \quad y = z \cos A \operatorname{tang}(AC)$$

le quali paragonate colle (3)' ci danno

$$\cos A \operatorname{tang}(AC) = \cos B \operatorname{tang}(BC)$$

ma

$$\operatorname{tang}(AC) = \frac{z_1}{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A} \, , \quad \operatorname{tang}(BC) = \frac{z_1}{(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B}$$

che sostituite danno

$$c \operatorname{sen} B \cos A = x_1 \operatorname{sen} C$$

e perchè

$$x_1 = a_1 \cos \mathrm{BAS}$$

si ha

$$c \operatorname{sen} B \cos A = a_1 \operatorname{sen} C \cos \mathrm{BAS}$$

e quindi

$$bc \cos A = a_1\, c \cos \mathrm{BAS}$$

ed in funzione dei lati troviamo per la nota proprietà dei triangoli

$$a^2 + a_1^2 = b^2 + b_1^2$$

Se questa si confronta colla (9) se ne deduce

$$b^2 + b_1^2 = c^2 + c_1^2.$$

Dunque se in un tetraedro due coppie di spigoli opposti sono tra loro perpendicolari, anche quelli della terza coppia sono perpendicolari e le altezze del tetraedro s'incontrano tutte in un medesimo punto.

Il punto ove s'incontrano le perpendicolari nel tetraedro rettangolo si chiama centro delle perpendicolari. Questo punto in un altro tetraedro qualunque non esiste.

Se ora prendiamo a considerare le tre proiezioni delle perpendicolari AN, BN_1, CN_2 sul piano XY o sulla faccia ABC avremo

$$\text{per la AN ;} \quad y = x \cot B$$
$$\text{per la } CN_2 \text{ ;} \quad x = b \cos A$$
$$\text{per la } BN_1 \text{ ;} \quad y = (c - x) \cot A.$$

Facendo coesistere le due seconde si ha

$$y = (c - b \cos A) \cot A = a \cos B \cot A;$$

dalla coesistenza poi della prima colla seconda si ha pure

$$y = b \cos A \cot B$$

ma essendo

$$\frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{a}{\operatorname{sen} A}$$

si ha

$$y = a \cos B \cot A.$$

Dunque le tre proiezioni si tagliano in un medesimo punto, e questo punto è dato da

$$x = b \cos A \;, \quad y = a \cos B \cot A.$$

Da tutto ciò ne siegue che se per questo punto venga elevata una perpendicolare al piano delle x, y od alla faccia ABC, questa retta incontra ognuna delle perpendicolari alle altre tre facce e che partono dai tre vertici della faccia ABC, ed è parallela alla perpendicolare a questa medesima faccia, ovvero queste due rette s'incontrano ad una distanza infinita. Il medesimo ragionamento si dovrebbe ripetere per ciascuna faccia che rimane.

23. Vediamo ora di assegnare il centro ed i semi-assi della iperboloide ad una falda sulla quale si trovano, come sue generatrici due qualunque delle perpendicolari che abbiamo considerate.

Si dicano p, q, r le coordinate del centro della iperboloide ad una falda, la sua equazione è

$$\frac{(x-p)^2}{a^2}+\frac{(y-q)^2}{b^2}-\frac{(z-r)^2}{c^2}=1 \qquad (1)$$

nella quale si devono determinare gli elementi

$$a,\ b,\ c;\quad p,\ q,\ r.$$

Per giungere a questa determinazione prenderemo a considerare le due perpendicolari AN, CN_1 calate dai vertici A, C sulle facce opposte e che sono date la prima dalle due equazioni

$$x = z \operatorname{sen} B \operatorname{tang}(BC)\ ;\quad y = z \cos B \operatorname{tang}(BC)$$

ovvero

$$x = mz,\quad y = m'z \qquad (2)$$

ponendo per comodo

$$m = \operatorname{sen} B \operatorname{tang}(BC)\ ,\quad m' = \cos B \operatorname{tang}(BC)$$

e la seconda da

$$x = b \cos A\ ;\quad y = -\frac{z_1}{y_1} z + b \operatorname{sen} A,$$

e perchè l'attuale elemento b che appartiene alla base del tetraedro non si confonda con uno dei semi-assi dell'iperboloide, lo denoteremo con b_0 e porremo

$$x = b_0 \cos A = n'\ ;\quad -\frac{z_1}{y_1} = -\operatorname{tang}(AB) = m''\ ;\quad b_0 \operatorname{sen} A = n''$$

onde sarà

$$x = n'\ ,\quad y = m'' z + n'' \qquad (3)$$

Considerando la seconda di queste due perpendicolari e di essa la sua equazione

$$x = n'$$

è chiaro che questa rappresenta il piano proiettante perpendicolare al piano delle x, y ed esso deve incontrare la superficie di second'ordine lungo una linea la quale si confonda colla perpendicolare CN_1, e perciò la intersecazione del piano proiettante colla superficie di second' ordine deve avvenire lungo una linea retta, onde la sua proiezione sul piano delle z, y si deve confondere con

$$y = m'' z + n''.$$

Ciò posto per determinare l' equazione di questa proiezione nella (1) si so-

stituisca il valore della x datoci dalla prima delle (3) ed otterremo

$$\frac{a^2 c^2}{b^2} (y - q)^2 = a^2 (z - r)^2 + a^2 c^2 - (n' - p)^2 c^2$$

ovvero

$$\frac{a^2 c^2}{b^2} (y - q)^2 = a^2 z^2 - 2 a^2 r . z + a^2 r^2 + a^2 c^2 - c^2 (n' - p)^2 \qquad (4)$$

Questa è l'equazione della projezione sul piano delle z, y della intersecazione del piano proiettante colla superficie; ma questa deve rappresentare una retta, dunque questa equazione di secondo grado si deve decomporre in due fattori di primo grado, cioè il secondo membro deve essere un quadrato esatto, onde la condizione

$$a^4 r^2 = a^2 [a^2 r^2 + a^2 c^2 - c^2 (n' - p)^2]^2 \qquad (5)$$

la quale si riduce ad

$$a = n' - p \qquad (6)$$

Dalla combinazione della (5) colla (4) ne risulta

$$\frac{a^2 c^2}{b^2} (y - q)^2 = a^2 z^2 - 2 a^2 rz + a^2 r^2$$

e quindi

$$y = \pm \frac{b}{c} z + q \pm \frac{br}{c}$$

per la quale prenderemo soltanto il segno superiore, cioè

$$y = \frac{b}{c} z + q - \frac{br}{c}$$

e questa deve coincidere colla seconda equazione delle (3) e così dobbiamo avere

$$\frac{b}{c} = m'' \; ; \quad q - \frac{br}{c} = n'' \qquad (7)$$

onde il sistema delle tre seguenti equazioni

$$\begin{aligned} a &= n' - p \\ b &= m'' c \qquad (8) \\ n'' c &= cq - br . \end{aligned}$$

Per ottenere ora altre tre equazioni fra gli stessi elementi consideriamo la

perpendicolare AN calata dal vertice A, origine delle coordinate, sulla faccia opposta BCS, e che è data dalle (2). Si combini la prima di esse equazioni colla (1) e ne otterremo

$$\frac{a^2c^2}{b^2}(y-q)^2 = a^2c^2 + a^2(z-r)^2 - c^2(mz-p)^2$$

la quale ordinata per le potenze di z nel suo secondo membro sarà

$$\frac{a^2c^2}{b^2}(y-q)^2 = (a^2-m^2c^2)z^2 - 2(a^2r-c^2mp)z + a^2c^2 + a^2r^2 - c^2p^2 \quad (9)$$

ed affinchè il secondo membro sia un quadrato dovrà verificarsi

$$(a^2r - c^2mp)^2 = (a^2 - m^2c^2)(a^2c^2 + a^2r^2 - c^2p^2) \quad (10)$$

che si riduce ad

$$a^2 - m^2c^2 = (p - mr)^2.$$

e quindi

$$p - mr = \sqrt{a^2 - m^2c^2}$$

Dalla (10) abbiamo

$$a^2r^2 + a^2c^2 - c^2p^2 = \frac{(a^2r - c^2mp)^2}{a^2 - m^2c^2}$$

che combinata colla (9) deduciamo

$$\frac{a^2c^2}{b^2}(y-q)^2 = \frac{(a^2-m^2c^2)^2z^2 - 2(a^2-m^2c^2)(a^2r-c^2mp) + (a^2r-c^2mp)^2}{a^2-m^2c^2}$$

la quale si riduce ad

$$\frac{ac}{b}(y-q) = \pm\frac{(a^2-m^2c^2)z - (a^2r - c^2mp)}{\sqrt{a^2-m^2c^2}}$$

e prendendo il segno superiore troviamo

$$y = z\,\frac{b\sqrt{a^2-m^2c^2}}{ac} + q - \frac{b(a^2r-c^2mp)}{\sqrt{a^2-m^2c^2}}$$

la quale dovendo coincidere con la seconda equazione delle (2) avremo le seguenti

$$m' = \frac{b\sqrt{a^2-m^2c^2}}{ac}\;;\quad q = \frac{b(a^2r-c^2mp)}{\sqrt{a^2-m^2c^2}}$$

e così abbiamo un secondo sistema di altre tre equazioni

$$p - mr = \sqrt{a^2 - m^2c^2}$$
$$m'ac = b\sqrt{a^2 - m^2c^2} \qquad (12)$$
$$acq\sqrt{a^2 - m^2c^2} = b\,(a^2r - c^2mp)$$

I due sistemi coesistenti (8), (12) ci presentano tante equazioni quanti sono gli elementi da determinarsi.

Dal primo sistema abbiamo, eliminando $\frac{b}{c}$ dalle due ultime

$$q = m''r + n'' \qquad (13)$$

Se ora prendiamo a considerare le due prime equazioni del sistema secondo, eliminando a, b, c abbiamo

$$p = \frac{m''m}{m'' + m'}\,r + \frac{m''n'}{m'' + m'}$$

e posto

$$\alpha = \frac{m''m}{m'' + m'}\ , \quad \beta = \frac{m''n'}{m'' + m'}$$

sarà

$$p = \alpha r + \beta \qquad (14)$$

ove α è della dimensione zero, e β di prima dimensione.

Considerando ora la terza equazione del secondo sistema si ponga in essa il valore di $b = m''c$ ne risulterà

$$aq\sqrt{a^2 - m^2c^2} = m''\,(a^2r - c^2mp)$$

e ridotta a razionale, e combinata colla prima delle (12) abbiamo

$$aq\,(p - mr) = m''\,(a^2r - c^2mp) \qquad (15)$$

Ora dalla

$$m'ac = b\sqrt{a^2 - m^2c^2}$$

sostituito il valore di b dato per c si ha

$$m'a = m''\sqrt{a^2 - m^2c^2}$$

dalla quale

$$mc^2 = a^2\left(\frac{m''^2 - m'^2}{m''^2\,m}\right)$$

e quindi la (15) si muta in

$$aq\,(p - mr) = m''\left[a^2 r - a^2 p\left(\frac{m''^2 - m'^2}{m''^2\, m}\right)\right]$$

dalla quale

$$m'' mq\,(p - mr) = a\,[m''^2 mr - p\,(m''^2 - m'^2)] \qquad (16)$$

Se in questa si pongono i valori di p, q dati in funzione della r otterremo per questa una equazione di secondo grado la cui forma sarà

$$\mathrm{P}r^2 + \mathrm{Q}r + \mathrm{R} = 0$$

dalla quale dedotto un valore per la r, si dedurranno quelli di tutti gli altri elementi: ed affinchè questi valori sieno possibili fra gli elementi noti dipendenti dal tetraedro dovrà aver luogo o l'una o l'altra delle due condizioni

$$\mathrm{Q}^2 - \mathrm{PR} > 0, \quad \mathrm{Q}^2 - \mathrm{PR} = 0.$$

24. Prob. Nel tetraedro rettangolare assegnare le coordinate del punto d'incontro delle tre altezze, e la distanza di uno dei vertici da questo punto.

Dal problema antecedente abbiamo

$$x = b\cos \mathrm{A}, \quad y = \frac{b\cos \mathrm{A}\cos \mathrm{B}}{\operatorname{sen} \mathrm{B}}, \quad z = \frac{b\cos \mathrm{A}\,[(c - x_1)\operatorname{sen}\mathrm{B} - y_1\cos\mathrm{B}]}{z_1 \operatorname{sen}\mathrm{B}}$$

ovvero

$$x = b\cos \mathrm{A}, \quad y = b\cos\mathrm{A}\cot\mathrm{B}, \quad z = \frac{b\cos\mathrm{A}\cot(\mathrm{BC})}{\operatorname{sen}\mathrm{B}}$$

le quali determinano il punto, o centro delle perpendicolari nel tetraedro rettangolo.

Rappresentando per ρ la distanza del vertice A dal centro delle perpendicolari avremo

$$\rho^2 = b^2\cos^2\mathrm{A} + b^2\cos^2\mathrm{A}\cot^2\mathrm{B} + \frac{b^2\cos^2\mathrm{A}\cot^2(\mathrm{BC})}{\operatorname{sen}^2\mathrm{B}}$$

dalla quale si ricava

$$\rho = \frac{b\cos\mathrm{A}}{\operatorname{sen}\mathrm{B}\operatorname{sen}(\mathrm{BC})}$$

e perchè

$$\frac{b}{\operatorname{sen}\mathrm{B}} = \frac{a}{\operatorname{sen}\mathrm{A}}$$

così avremo

$$\rho = \frac{a\cot\mathrm{A}}{\operatorname{sen}(\mathrm{BC})}$$

Pel tetraedro regolare essendo

$$\text{sen (BC)} = \tfrac{2}{3}\sqrt{2}, \ \cos \text{(BC)} = \tfrac{1}{3}, \ \cot \text{(BC)} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{sen A} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \ \cos \text{A} = \tfrac{1}{2}, \ \cot \text{A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

troveremo pel centro

$$x = \frac{a}{2}; \quad y = \frac{a}{2\sqrt{3}}; \quad z = \frac{a}{2\sqrt{6}}$$

e per la distanza dal vertice

$$\rho = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

Se si considera la distanza del centro delle perpendicolari da una qualunque delle facce, quale la faccia ABC, troveremo

$$p = b \cos \text{A} \cot \text{B}. \frac{z_1}{\sqrt{y_1^2 + z_1^2}} - \frac{b \cos \text{A} \cot \text{(BC)}}{\text{sen B}}. \frac{y_1}{\sqrt{y_1^2 + z_1^2}}$$

ed essendo

$$\frac{z_1}{\sqrt{y_1^2 + z_1^2}} = \text{sen (AB)}; \quad \frac{y_1}{\sqrt{y_1^2 + z_1^2}} = \cos \text{(AB)}$$

troveremo

$$p = a \cot \text{A} \left[\cos \text{B sen (AB)} - \cos \text{(AB)} \cot \text{(BC)}\right].$$

Così si opererebbe per avere l'altre distanze.

Quando il tetraedro è regolare risulta

$$p = \frac{a}{2\sqrt{6}}$$

come doveva essere.

25. Prob. Determinare l'equazione del piano che contiene due qualunque delle quattro perpendicolari che si tagliano.

Il piano che si domanda è completamente determinato, perchè oltre dover passare pel punto O d'incontro delle quattro perpendicolari è pure obbligato di passare per uno spigolo.

Consideriamo il piano che passa per lo spigolo AC. La sua equazione generale è

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z = 0$$

passando per l'origine delle coordinate. Questo piano è obbligato ad essere verificato dalle coordinate del punto C pel quale

$$x = b \cos A, \quad y = b \operatorname{sen} A, \quad z = 0$$

e così avremo

$$\frac{A_1}{C_1} \cos A + \frac{B_1}{C_1} \operatorname{sen} A = 0.$$

e dovendo pure essere verificato dalle coordinate del punto O che diremo x_2, y_2, z_2 sarà

$$\frac{A_1}{C_1} x_2 + \frac{B_1}{C_1} y_2 + z_2 = 0$$

dalle quali si deducono

$$\frac{A_1}{C_1} = \frac{z_2 \operatorname{sen} A}{x_2 \operatorname{sen} A - y_2 \cos A}, \quad \frac{B_1}{C_1} = -\frac{z_2 \cos A}{x_2 \operatorname{sen} A - y_2 \cos A}$$

Se nella funzione che forma il denominatore sostituiremo i valori di x_2, y_2 che appartengono al punto O avremo

$$x_2 \operatorname{sen} A - y_2 \cos A = \frac{b \cos A \cos C}{\operatorname{sen} B} = a \cos C \cot A$$

e perciò per l'equazione del piano avremo

$$x.\ z_2 \operatorname{sen} A - y.\ z_2 \cos A + z.\ a \cos C \cot A = 0.$$

e sostituendo il valore di z_2 essa diventa

$$x.\ \operatorname{sen} A \cos (BC) - y.\ \cos A \cos (BC) + z.\ \cos C \operatorname{sen} (BC) = 0$$

26. Prob. Assegnare il punto nel quale s'incontrano tre piani ognuno dei quali passi per uno spigolo e pel punto medio del rispettivo spigolo opposto.

Sia primieramente il piano che passa per lo spigolo AB (fig. 7.) e pel punto medio n_2 dello spigolo opposto. Egli è chiaro che il piano è dato generalmente dalla equazione

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z = 0; \qquad (1)$$

questa pel punto B diventa

$$A_1 c = 0, \quad \text{da cui} \quad A_1 = 0$$

onde la (1) prende la forma

$$B_1 y + C_1 z = 0 \qquad (2)$$

che deve passare nello stesso tempo pel punto medio n_2 dello spigolo CS, le cui coordinate si trovano essere

$$x = \frac{x_1 + b \cos A}{2}; \quad y = \frac{y_1 + b \operatorname{sen} A}{2}, \quad z = \frac{z_1}{2}.$$

per le quali (2) ci dà

$$\frac{B_1}{C_1} = -\frac{z_1}{y_1 + b \text{ sen } A}$$

e così l'equazione del piano AB n_2 è

$$z_1 y - (b \text{ sen } A + y_1)\, z = 0 \qquad (3)$$

Si consideri in secondo luogo il piano che passa per lo spigolo AC e pel punto medio n dello spigolo BS. Anche in questo caso l'equazione generale del piano è

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z = 0$$

ma pel punto C essendo

$$x = b \cos A, \quad y = b \text{ sen } A, \quad z = 0$$

avremo

$$A_1 \cos A + B_1 \text{ sen } A = 0$$

e pel punto n avendo

$$x = \frac{c + x_1}{2}; \quad y = \frac{y_1}{2}; \quad z = \frac{z_1}{2}$$

è

$$A (c + x_1) + B y_1 + C z_1 = 0$$

dalle quali

$$\frac{A_1}{C_1} = -\frac{z_1 \text{ sen } A}{(c + x_1) \text{ sen } A - y_1 \cos A}, \qquad \frac{B_1}{C_1} = \frac{z_1 \cos A}{(c + x_1) \text{ sen } A - y_1 \cos A}$$

e così pel piano ACn abbiamo

$$-x . z_1 \text{ sen } A + y . z_1 \cos A + z \left[(c + x_1) \text{ sen } A - y_1 \cos A\right] = 0 \qquad (4)$$

In fine si consideri il piano che passa per lo spigolo BC e pel punto medio n_1 dello spigolo AS. Questo piano è rappresentato generalmente dalla equazione

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0$$

la quale diventa pel punto B;

$$A_1 c + D_1 = 0$$

$$\text{pel punto C; } A_1 b \cos A + B_1 b \text{ sen } A + D_1 = 0$$

$$\text{pel punto } n_1\text{; } A_1 \frac{x_1}{2} + B_1 \frac{y_1}{2} + C_1 \frac{z_1}{2} + D_1 = 0$$

Ora per queste essendo

$$\frac{A_1}{D_1} = -c$$

avremo

$$\frac{B_1}{D_1} = -\frac{a \cos B}{bc \operatorname{sen} A}$$

$$\frac{C_1}{D_1} = \frac{bx_1 \operatorname{sen} A + ay_1 \cos B - 2bc \operatorname{sen} A}{bcz_1 \operatorname{sen} A}$$

così l'equazione del piano BCn_1 risulta:

$$-x . bz_1 \operatorname{sen} A - y . az_1 \cos B + z\,(bx_1 \operatorname{sen} A + ay_1 \cos B - 2bc \operatorname{sen} A) + bcz_1 \operatorname{sen} A = 0 \quad (5)$$

Eliminata la y tra la (4) e (5) per mezzo della (3) ne risultano

$$-x . z_1 \operatorname{sen} A + z\,(b \operatorname{sen} A \cos A + x_1 \operatorname{sen} A + c \operatorname{sen} A) = 0$$

$$-x . bz_1 \operatorname{sen} A + z\,(bx_1 \operatorname{sen} A - ab \operatorname{sen} A \cos B - 2bc \operatorname{sen} A) + bc\,z_1 \operatorname{sen} A = 0$$

dalle quali si trae facilmente

$$z = \frac{z_1}{4} = \frac{a_1}{4} \operatorname{sen} BAS \operatorname{sen} (AB)$$

$$y = \frac{y_1 + b \operatorname{sen} A}{4}$$

$$x = \frac{c + x_1 + b \cos A}{4}$$

Dal valore della z rileviamo che il punto d'intersecazione di questi piani dista dalla base di quanto ne dista il centro di gravità.

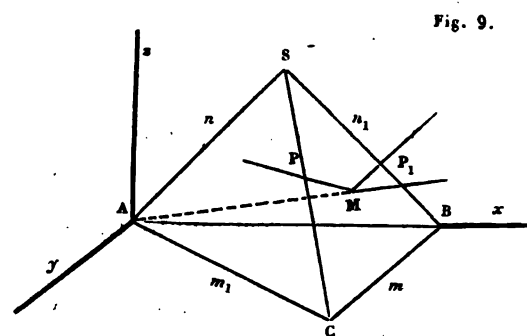
27. Prob. Riconoscere se le rette guidate pei punti medii degli spigoli opposti s'incontrano.

Si consideri la retta che passa pei punti medii m, n: (fig. 9.) le sue equazioni generali sono:

$$x = mz + p, \quad y = nz + q; \quad (1)$$

le coordinate del punto m sono

$$x = \frac{c + b \cos A}{2}; \quad y = \frac{b \operatorname{sen} A}{2}, \quad z = 0$$

e quelle del punto n vengono date da

$$\frac{x_1}{2},\ \frac{y_1}{2},\ \frac{z_1}{2}.$$

Tradotte le (1) a questi punti troviamo

$$p=\frac{c+b\cos A}{2},\qquad q=\frac{b\,\mathrm{sen}\,A}{2}$$

$$\frac{x_1}{2}=m\frac{z_1}{2}+p\ ;\qquad \frac{y_1}{2}=n\frac{z_1}{2}+q$$

e quindi

$$x-\tfrac{1}{2}x_1=m\left(z-\tfrac{1}{2}z\right);\ y-\tfrac{1}{2}y_1=n\left(z-\tfrac{1}{2}z_1\right)\qquad(2)$$

ed essendo ancora

$$x_1=mz_1+c+b\cos A\ ,\quad y_1=nz_1+b\,\mathrm{sen}\,A$$

ne dedurremo

$$m=\frac{x_1-c-b\cos A}{z_1}\ ;\quad n=\frac{y_1-b\,\mathrm{sen}\,A}{z_1}$$

le (2) diverranno

$$\left.\begin{aligned} x-\tfrac{1}{2}x_1&=\left(\frac{x_1-c-b\cos A}{z_1}\right)\left(z-\tfrac{1}{2}z_1\right)\\ y-\tfrac{1}{2}y_1&=\left(\frac{y_1-b\,\mathrm{sen}\,A}{z_1}\right)\left(z-\tfrac{1}{2}z_1\right)\end{aligned}\right\}\qquad(3)$$

Per assegnare ora l'equazioni della retta $m_1\ n_1$ prenderemo egualmente

$$x=mz+p,\quad y=nz+q$$

ed essendo per m_1

$$x=\frac{b\cos A}{2},\quad y=\frac{b\,\mathrm{sen}\,A}{2},\quad z=0$$

avremo subito

$$p=\tfrac{1}{2}b\cos A,\quad q=\tfrac{1}{2}b\,\mathrm{sen}\,A.$$

Le coordinate poi del punto n_1 si trovano essere

$$x=\frac{c+x_1}{2},\quad y=\tfrac{1}{2}y_1,\quad z=\tfrac{1}{2}z_1$$

e così

$$\frac{c+x_1}{2}=m\frac{z_1}{2}+\frac{b\cos A}{2},\quad \frac{y_1}{2}=n\frac{z_1}{2}+\frac{b\,\mathrm{sen}\,A}{2}$$

dalle quali

$$m = \frac{x_1 + c - b\cos A}{z_1} = \frac{x_1 + a\cos B}{z_1} \quad ; \quad n = \frac{y_1 - b\,\text{sen}\,A}{2}$$

e quindi le seguenti

$$\left.\begin{aligned} x &= \left(\frac{x_1 + a\cos B}{z_1}\right) z + \tfrac{1}{2} b\cos A \\ y &= \left(\frac{y_1 - b\,\text{sen}\,A}{z_1}\right) z + \tfrac{1}{2} b\,\text{sen}\,A \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

La seconda delle (3) immediatamente si riduce alla seconda delle (4): dunque le due rette mn, $m_1 n_1$ hanno sul piano ZY la medesima proiezione: dunque esse giaciono nel medesimo piano: e perciò qualunque sia il tetraedro esse rette si tagliano. La coesistenza poi delle prime equazioni delle (3), (4) ci danno

$$z = \tfrac{1}{4} z_1 :$$

dunque il punto d'incontro delle rette che congiungono i punti medii degli spigoli opposti di un tetraedro dista dal piano base di tanto di quanto ne dista il centro di gravità.

28. Prob. Se da un vertice del tetraedro si conducono due piani P, P_1 perpendicolari agli spigoli che limitano la faccia opposta, essi piani si tagliano lungo una retta AM, si domanda il punto M; la lunghezza di AM, e gli angoli che forma coi tre assi.

L'equazione del piano P è (fig. 9.)

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z = 0$$

le cui tracce coi piani coordinati ZX, ZY sono

$$x = -\frac{C_1}{A_1} z \ ; \quad y = -\frac{C_1}{B_1} z \qquad (1)$$

L'equazioni determinate dello spigolo CS vengono rappresentate da

$$\left.\begin{aligned} x &= \left(\frac{x_1 - b\cos A}{z_1}\right) z + b\cos A \\ y &= \left(\frac{y_1 - b\,\text{sen}\,A}{z_1}\right) z + b\,\text{sen}\,A \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

perchè passa pei punti B, S le coordinate dei quali sono note.

Nelle (1) (2) dovendo essere tra loro perpendicolari le proiezioni e le tracce omologhe ne risultano le seguenti

$$\frac{A_1}{C_1} = \frac{x_1 - b\cos A}{z_1} \quad , \quad \frac{B_1}{C_1} = \frac{y_1 - b \operatorname{sen} A}{z_1}$$

e quindi pel piano P avremo

$$xx_1 + yy_1 + zz_1 - x.\, b\cos A - y.\, b \operatorname{sen} A = 0 \qquad (3)$$

L'equazioni dello spigolo BS si trovano essere

$$x = \left(\frac{x_1 - c}{z_1}\right) z + c \quad ; \quad y = \frac{y_1}{z_1} z$$

e perchè questo deve essere perpendicolare al piano P_1 di equazione

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z = 0$$

così troviamo

$$\frac{A_1}{C_1} = \frac{x_1 - c}{z_1} \quad ; \quad \frac{B_1}{C_1} = \frac{y_1}{z_1}$$

e pel piano

$$xx_1 + yy_1 + zz_1 - cx = 0 \qquad (4)$$

Dalla coesistenza delle (3), (4) otterremo l'equazioni della retta AM, le quali sono

$$x = y \operatorname{tang} B \; ; \quad z = \left(\frac{(c - x_1)\operatorname{sen} B - y_1 \cos B}{z_1 \operatorname{sen} B}\right) x \qquad (5)$$

Considerando ora il piano BCS sul quale cade questa retta, avendo per esso l'equazione

$$x.\, z_1 \operatorname{sen} B + y.\, z_1 \cos B + z\left[(c - x_1)\operatorname{sen} B - y_1 \cos B\right] - cz_1 \operatorname{sen} B = 0 \qquad (6)$$

le cui tracce sopra i piani coordinati XY, ZX sono rappresentate da

$$x = -y \cot B + c \qquad z = -\frac{z_1 \operatorname{sen} B}{(c - x_1)\operatorname{sen} B - y_1 \cos B}\, x + \frac{cz_1 \operatorname{sen} B}{(c - x_1)\operatorname{sen} B - y_1 \cos B} \qquad (7)$$

Queste sono rette perpendicolari alle omologhe dateci dalle (7): dunque la retta AM è perpendicolare alla faccia BCS del tetraedro, e la sua lunghezza è l'altezza di esso rispetto a questa faccia. Questa retta AM è detta ancora asse della faccia BSC. Per avere le coordinate del punto M basta far coesistere la (6) colle due date dalla (5): però per maggiore semplicità ricorderemo che la funzione

$$(c - x_1)\operatorname{sen} B - y_1 \cos B$$

è la lunghezza della perpendicolare calata dal punto x_1; y_1, sul lato BC, onde troviamo

$$(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B = z_1 \cot (BC)$$

e perciò avremo le seguenti

$$y = x \cot B, \quad z = \frac{\cot (BC)}{\operatorname{sen} B} \cdot x$$

$$x \operatorname{sen} B + y \cos B + z \cot (BC) = c \operatorname{sen} B$$

dalle quali deduciamo

$$x = c \operatorname{sen}^2 B \operatorname{sen}^2 (BC); \quad y = c \operatorname{sen} B \cos B \operatorname{sen}^2 (BC); \quad z = c \operatorname{sen} B \operatorname{sen} (BC) \cos (BC).$$

Si rappresenti per L la lunghezza della retta AM e quadrando e sommando i valori trovati per x, y, z sarà facile ottenere

$$L^2 = c^2 \operatorname{sen}^2 B \operatorname{sen}^2 (BC)$$

e quindi

$$L = c \operatorname{sen} B \operatorname{sen} (BC),$$

come può verificarsi direttamente.

Se finalmente diciamo α, β, γ gli angoli che quest'altezza forma coi tre assi, troveremo

$$\cos \alpha = \frac{x}{L} = \operatorname{sen} B \operatorname{sen} (BC)$$

$$\cos \beta = \frac{y}{L} = \cos B \operatorname{sen} (BC)$$

$$\cos \gamma = \frac{z}{L} = \cos (BC)$$

Può aversi ancora con tutta facilità la direzione di questa retta L rispetto uno spigolo, per esempio AS. Dicasi $(L\, a_1)$ l'angolo, essendo

$$\cos \alpha' = \frac{x_1}{a_1}, \quad \cos \beta' = \frac{y_1}{a_1}, \quad \cos \gamma' = \frac{z_1}{a_1}$$

otterremo

$$\cos (L\, a_1) = \frac{(x_1 \operatorname{sen} B + y_1 \cos B) \operatorname{sen} (BC) + z_1 \cos (BC)}{a_1}.$$

29. Prob. Riconoscere se i tre piani che passano per tre spigoli qualunque di un angolo solido del tetraedro e per le bisettrici delle facce opposte, si taglino lungo una medesima retta, e determinare il punto in cui questa retta taglia la faccia opposta al vertice dal quale parte.

Si considerino i tre spigoli SA, SB, SC e primieramente si voglia il piano che passa per lo spigolo AS e per la bisettrice SD_1 della faccia opposta (fig. 10).

Per determinare questo piano è necessario avere le coordinate dei tre punti pei quali passa: questi punti sono l'origine $x=0$, $y=0$, $z=0$, il punto S pel quale $x=x_1$, $y=y_1$, $z=z_1$ ed il punto D_1 cui appartengono le coordinate

$$x = AP_1 \ ; \quad y = P_1D_1 \ , \quad z = 0$$

Per ottenere queste coordinate osserveremo che per la proprietà della bissettrice è

$$CD_1 = \frac{ac_1}{b_1+c_1} \ , \quad BD_1 = \frac{ab_1}{b_1+c_1}$$

e quindi

$$P_0P_1 = \frac{ac_1 \cos B}{b_1+c_1} \ ; \quad P_1D_1 = \frac{ab_1 \operatorname{sen} B}{b_1+c_1}$$

e perciò

$$x = b\cos A + \frac{ac_1 \cos B}{b_1+c_1} \ ; \quad y = \frac{ab_1 \operatorname{sen} B}{b_1+c_1}$$

che facilmente si riducono alle seguenti

$$x = \frac{cc_1 + bb_1 \cos A}{b_1+c_1}, \quad y = \frac{bb_1 \operatorname{sen} A}{b_1+c_1}$$

Ciò premesso sia

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z = 0$$

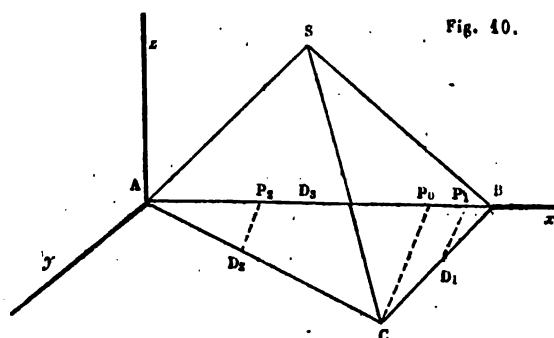
la forma dell'equazione del piano, traducendola ai due punti D_1, S avremo

$$\frac{A_1}{C_1}\left(\frac{cc_1+bb_1\cos A}{b_1+c_1}\right) + \frac{B_1}{C_1}\cdot\frac{bb_1 \operatorname{sen} A}{b_1+c_1} = 0$$

$$\frac{A_1}{C_1}\cdot x_1 + \frac{B_1}{C_1}\cdot y_1 + z_1 = 0$$

dalle quali si deducono, avvertendo che

$$z_1 = (x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)\operatorname{tang}(AC), \quad z_1 = y_1 \operatorname{tang}(AB),$$

le seguenti espressioni

$$\frac{A_1}{C_1} = \frac{bb_1 \operatorname{sen} A}{cc_1 \cot(AB) - bb_1 \cot(AC)}, \qquad \frac{B_1}{C_1} = -\frac{bb_1 \cos A + cc_1}{cc_1 \cot(AB) - bb_1 \cot(AC)}$$

e quindi pel piano ASD

$$x \,.\, bb_1 \operatorname{sen} A - y\,(bb_1 \cos A + cc_1) + z\,[cc_1 \cot(AB) - bb_1 \cot(AC)] = 0 \qquad (1)$$

Se ora prendiamo a considerare il piano che passa per lo spigolo BS, e per la bisettrice opposta SD_2 dovremo prendere i tre punti B, S, D_2; il primo di questi ha per coordinate $x = c$, $y = 0$, $z = 0$; il secondo le solite x_1, y_1, z_1 ed il terzo $x = AP_2$, $y = P_2D_2$, $z = 0$ ma

$$AD_2 = \frac{a_1 b}{a_1 + c_1} \text{ dunque } AP_2 = \frac{a_1 b \cos A}{a_1 + c_1}; \quad P_2D_2 = \frac{a_1 b \operatorname{sen} A}{a_1 + c_1}$$

Ora essendo

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0$$

l'equazione del piano, traducendolo ai tre indicati punti abbiamo

$$\frac{A_1}{D_1} c + 1 = 0$$

$$\frac{A_1}{D_1} \cdot \frac{a_1 b \cos A}{a_1 + c_1} + \frac{B_1}{D_1} \cdot \frac{a_1 b \operatorname{sen} A}{a_1 + c_1} + 1 = 0$$

$$\frac{A_1}{D_1} \cdot x_1 + \frac{B_1}{D_1} \cdot y_1 + \frac{C_1}{D_1} \cdot z_1 + 1 = 0$$

dalle quali ricaviamo, tenendo conto di

$$z_1 = [(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B] \operatorname{tang}(BC)$$

$$z_1 = y_1 \operatorname{tang}(AB)$$

le seguenti espressioni per coefficienti del piano

$$\frac{A_1}{D_1} = -\frac{1}{c}$$

$$\frac{B_1}{D_1} = -\frac{a_1 a \cos B + c_1 c}{a a_1 c \operatorname{sen} B}$$

$$\frac{C_1}{D_1} = \frac{c_1 c \cot(AB) - a_1 a \cot(BC)}{a_1 a c \operatorname{sen} B}$$

e quindi

$$\frac{x}{c} + \left(\frac{a_1 a \cos B + cc_1}{a_1 ac \operatorname{sen} B}\right) y - \left(\frac{c_1 c \cot(AB) - a_1 a \cot(BC)}{a_1 ac \operatorname{sen} B}\right) z - 1 = 0$$

ovvero

$$x \cdot a_1 a \operatorname{sen} B + y(a_1 a \cos B + cc_1) - z[c_1 c \cot(AB) - a_1 a \cot(BC)] - aa_1 c \operatorname{sen} B = 0 \quad (2)$$

Resta ora che si assegni l'equazione del terzo piano che deve passare pei tre punti C, S, D_2: il primò di essi ha per coordinate

$$x = b \cos A, \quad y = b \operatorname{sen} A, \quad z = 0$$

il secondo ha le solite x_1, y_1, z_1 ed il terzo è dato da

$$x = \frac{a_1 c}{a_1 + b_1}, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

La consueta

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0$$

pei tre punti diverrà

$$\frac{A_1}{D_1} \cdot \frac{a_1 c}{a_1 + b_1} + 1 = 0$$

$$\frac{A_1}{D_1} \cdot b \cos A + \frac{B_1}{D_1} \cdot b \operatorname{sen} A + 1 = 0$$

$$\frac{A_1}{D_1} \cdot x_1 + \frac{B_1}{D_1} \cdot y_1 + \frac{C_1}{D_1} \cdot z_1 + 1 = 0$$

dalle quali si ricavano i valori che seguono, essendo

$$\frac{(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B}{z_1} = \cot(BC) \; ; \quad \frac{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A}{z_1} = \cot(AC)$$

$$\frac{A_1}{D_1} = -\frac{a_1 + b_1}{a_1 c}$$

$$\frac{B_1}{D_1} = \frac{bb_1 \cos A - aa_1 \cos B}{aa_1 c \operatorname{sen} B}$$

$$\frac{C_1}{D_1} = \frac{bb_1 \cot(AC) - aa_1 \cot(BC)}{aa_1 c \operatorname{sen} B}$$

che sostituiti nell'equazione del piano abbiamo

$$-\left(\frac{a_1 + b_1}{a_1 c}\right) x + \left(\frac{bb_1 \cos A - aa_1 \cos B}{aa_1 c \operatorname{sen} B}\right) y + \left(\frac{bb_1 \cot(AC) - aa_1 \cot(BC)}{aa_1 c \operatorname{sen} C}\right) z + 1 = 0$$

ovvero

$$a(a_1 + b_1) \operatorname{sen} B . x + (aa_1 \cos B - bb_1 \cos A) y + [aa_1 \cot(BC) - bb_1 \cot(AC)] z - aa_1 c \operatorname{sen} B = 0 \quad (3)$$

la quale evidentemente risulta dalla somma delle (1), (2), dunque coesiste con esse: dunque i tre piani si tagliano lungo una medesima retta perchè partono da uno stesso punto.

Se ora nelle (1), (2) poniamo $z=0$ avremo il punto nel quale la retta incontra la base ABC del tetraedro, e sarà

$$bb_1 \text{ sen A} . x - (cc_1 + bb_1 \cos A) y = 0$$

$$aa_1 \text{ sen B} . x + (cc_1 + aa_1 \cos B) y - aa_1 c \text{ sen B} = 0$$

dalle quali deduciamo

$$y = \frac{a_1 b_1 b \text{ sen A}}{a_1 b_1 + a_1 c_1 + b_1 c_1} \quad , \quad x = \frac{a_1 c_1 c + a_1 b_1 b \cos A}{a_1 b_1 + a_1 c_1 + b_1 c_1}$$

Se il tetraedro diventasse regolare allora sarà

$$y = \frac{1}{6} a \quad ; \quad x = \frac{a}{6} (2 + \sqrt{3}).$$

30. Cor. Se consideriamo uno qualunque dei tre piani secanti per esempio ASD, è facile riconoscere in quale ragione esso decomponga il volume del tetraedro.

Si hanno di fatti due piramidi eguali in altezza, dunque stanno fra loro come le basi, ma

$$\text{ACD}_1 = \frac{\text{AC} \times \text{CD}_1 \times \text{sen C}}{2} = \frac{abc_1 \text{ sen C}}{2(b_1 + c_1)}$$

$$\text{ABD}_1 = \frac{\text{AB} \times \text{BD}_1 \times \text{sen B}}{2} = \frac{abb_1 \text{ sen C}}{2(b_1 + c_1)}$$

Dalle quali risulta

$$\text{ACD}_1 \text{S} : \text{ABD}_1 \text{S} = c_1 : b_1 .$$

31. Prob. Conservando i medesimi dati del problema antecedente si sostituiscano le mediane alle bisettrici.

Prendendo a considerare il piano ASD_1 (fig. 9.) noteremo che i punti A, S, D, pei quali passa sono dati ordinatamente dalle coordinate

$$x=0,\ y=0,\ z=0; \quad x=x_1,\ y=y_1,\ z=z_1; \quad x=\frac{c+b\cos A}{2},\ y=\frac{b \text{ sen A}}{2},\ z=0$$

onde l'equazione

$$A_1 x + A_1 y + C_1 z = 0$$

trasportata a questi punti dà

$$\frac{A_1}{C_1}(c + b\cos A) + \frac{B_1}{C_1} . b \operatorname{sen} A = 0$$

$$\frac{A_1}{C_1} . x_1 + \frac{B_1}{C_1} . y_1 + z_1 = 0$$

dalle quali si traggono, tenendo conto delle solite relazioni, le seguenti

$$\frac{A_1}{C_1} = -\frac{b \operatorname{sen} A}{b\cot(AC) - c\cot(AB)}$$

$$\frac{B_1}{C_1} = \frac{c + b\cos A}{b\cot(AC) - c\cot(AB)}$$

che sostituiti nell'equazione del piano ci danno

$$b . \operatorname{sen} A . x - (c + b\cos A) y + [c\cot(AB) - b\cot(AC)] z = 0 \qquad (1)$$

Pel piano BSD_2 che passa pei punti di coordinate

$$x = c, \quad y = 0, \quad z = 0; \quad x = \frac{b\cos A}{2}, \quad y = \frac{b \operatorname{sen} A}{2}, \quad z = 0,$$

$$x = x_1, \quad y = y_1, \quad z = z_1$$

avremo le seguenti

$$\frac{A_1}{D_1} c + 1 = 0$$

$$\frac{A_1}{D_1} b\cos A + \frac{B_1}{D_1} b \operatorname{sen} A + 2 = 0$$

$$\frac{A_1}{D_1} . x_1 + \frac{B_1}{D_1} . y_1 + \frac{C_1}{D_1} z_1 + 1 = 0$$

e da queste si ricavano

$$\frac{A_1}{D_1} = -\frac{1}{c}$$

$$\frac{B_1}{D_1} = -\frac{c + a\cos B}{bc \operatorname{sen} A}$$

$$\frac{C_1}{D_1} = -\frac{a\cot(BC) - c\cot(AB)}{bc \operatorname{sen} A}$$

che sostituiti nell'equazione del piano otteniamo

$$b \operatorname{sen} A . x + (c + a\cos B) y + [a\cot(BC) - c\cot(AB)] z - bc \operatorname{sen} A = 0. \qquad (2)$$

In fine pel piano CD_2S che passa per

$$x=b\cos A,\quad y=b\,\text{sen}\,A,\quad z=0;\quad x_1,\ y_1,\ z_1;\quad x=\frac{c}{2},\quad y=0,\quad z=0$$

abbiamo

$$\frac{A_1}{D_1}\cdot\frac{c}{2}+1=0$$

$$\frac{A_1}{D_1}\cdot b\cos A+\frac{B_1}{D_1}\cdot b\,\text{sen}\,A+1=0$$

$$\frac{A_1}{D_1}\cdot x_1+\frac{B_1}{D_1}\cdot y_1+\frac{C_1}{D_1}z_1+1=0$$

dalle quali si ricavano

$$\frac{A_1}{D_1}=-\frac{2}{c}$$

$$\frac{B_1}{D_1}=\frac{b\cos A-a\cos B}{bc\,\text{sen}\,A}$$

$$\frac{C_1}{D_1}=\frac{b\cot(AC)-a\cot(BC)}{bc\,\text{sen}\,A}$$

e per l'equazione determinata del piano avremo

$$2b\,\text{sen}\,A.\,x+(a\cos B-b\cos A)y+\left[a\cot(BC)-b\cot(AC)\right]z-bc\,\text{sen}\,A=0 \quad (3)$$

Se ora si sommano le (1), (2) si ottiene nuovamente la (3): dunque questo fascio di piani che partono da un medesimo punto si tagliano lungo una stessa retta.

Il punto ove questa retta incontra la base del tetraedro si trova immediatamente per l'incontro dei piani (1), (2) col piano $z=0$, onde esso punto è dato dalla coesistenza delle

$$x.\,a\,\text{sen}\,B-y(c+b\cos A)=0$$

$$x.\,a\,\text{sen}\,B+y(c+a\cos B)-ac\,\text{sen}\,B=0$$

dalle quali

$$y=\frac{a}{3}\,\text{sen}\,B\quad ;\quad x=\frac{c+b\cos A}{3}$$

che sono le coordinate del centro di gravità della base del tetraedro, come si vedeva a priori dovere essere, perchè la intersecazione comune dei tre piani passa necessariamente pel centro di gravità del tetraedro medesimo.

32. PROB. Assegnare la condizione affinchè due piani che passano per due spigoli di un triedro qualunque del tetraedro sieno tra loro inclinati sotto un angolo dato.

Per maggior comodo si prenda il vertice posto all'origine delle coordinate per quello dal quale partono gli spigoli pei quali si vogliono condotti i piani. Sia primieramente lo spigolo AB, il piano P che passa per questo è generalmente

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z = 0$$

e per B essendo $x = c$, $y = 0$, $z = 0$ troveremo $A = 0$ onde

$$B_1 y + C_1 z = 0, \quad \text{ovvero} \quad y + pz = 0$$

è l'equazione del piano che può prendere varie inclinazioni rispetto il piano XY, e dove $p = \frac{C_1}{B_1}$. Per lo spigolo AC passa il piano P_1

$$A_2 x + B_2 y + C_2 z = 0$$

e perchè per C è

$$x = b \cos A, \quad y = b \operatorname{sen} A, \quad z = 0$$

sarà

$$\frac{A_2}{C_2} \cos A + \frac{B_2}{C_2} \operatorname{sen} A = 0$$

onde

$$\frac{A_2}{C_2} = -\frac{B_2}{C_2} \operatorname{tang} A$$

Quindi

$$-\frac{B_2}{C_2} \operatorname{tang} A . x + \frac{B_2}{C_2} y + z = 0$$

ovvero

$$-x \operatorname{tang} A + y + qz = 0,$$

essendo

$$q = \frac{C_2}{B_2}.$$

Ora l'angolo fatto dai due piani P, P_1 è dato da

$$\cos(P, P_1) = \frac{1 + pq}{\sqrt{(1 + p^2)(1 + q^2 + \operatorname{tang}^2 A)}} \qquad (3)$$

la quale contiene la condizione dimandata quando il primo membro rappresenti una quantità costante. E perchè dalle (1), (2) si ha

$$p = \frac{y}{x} \ ; \quad q = \frac{x \tang A - y}{z}$$

così se questi valori si sostituiscono nella (3) ne risulta una superficie di determinato grado pel luogo geometrico formato dall'incontro di essi due piani. Se vogliasi che i due piani P, P_1 sieno tra loro perpendicolari avremo

$$pq + 1 = 0$$

e quindi

$$y (x \tang A - y) + z^2 = 0$$

ovvero

$$z^2 - y^2 + xy \tang A = 0 \qquad (4)$$

la quale rappresenta una superficie di second'ordine. Se in questa facciamo $x = 0$ otteniamo

$$z = \pm y$$

cioè due rette inclinate sotto un angolo semi-retto rispetto l'asse Y: se poi facciamo $x = m$ ne risulta

$$z^2 - y^2 + my \tang A = 0$$

che può mettersi sotto la seguente forma

$$z^2 - (y - \tfrac{1}{2} m \tang A)^2 + \frac{m^2}{4} \tang^2 A = 0,$$

e fatto

$$y = \tfrac{1}{2} m \tang A = y$$

si ottiene

$$y'^2 - z^2 = \tfrac{1}{4} m^2 \tang^2 A$$

che rappresenta una iperbole equilatera. Se porremo $y = 0$ risulta pure $z = 0$ e l'equazione resta verificate indipendentemente dalla x, e se poniamo $y = n$ si ottiene

$$z^2 = n^2 - ny \tang A$$

che appartiene ad una parabola.

Supponiamo ora che i due piani passino per due spigoli opposti, siano a cagioni di esempio AC, BS.

Il piano che passa per AC ha per sua equazione generale

$$x \tang A + y + pz = 0$$

dove anche qui la p è indeterminata.

Il piano guidato per BS passa pei due punti B, S; l'uno di coordinate $x=c$, $y=0$, $z=0$ e l'altro x_1, y_1, z_1, e così l'equazione generale

$$A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0$$

diverrà

$$A_2 c + D_2 = 0$$

$$A_2 x_1 + B_2 y_1 + C_2 z_1 + D_2 = 0$$

dalle quali

$$A_2 = - D_2 . \frac{1}{c}$$

$$B_2 = \frac{D_2}{c} . \frac{x_1}{y_1} - C_2 . \frac{z_1}{y_1} - \frac{D_2}{y_1}$$

e quindi

$$- \frac{1}{c} . x + \left(\frac{1}{c} . \frac{x_1}{y_1} - \frac{1}{y_1} - q . \frac{z_1}{y_1} \right) y + qz + 1 = 0$$

nella quale

$$q = \frac{C_2}{D_2}.$$

Ora essendo

$$AA' + BB' + CC' = 0$$

la condizione perchè due piani

$$Ax + By + Cz + D = 0, \quad A'x + B'y + C'z \pm D' = 0$$

sieno tra loro perpendicolari, dal confronto di queste equazioni con quelle che abbiamo determinate risultando

$$A = - \operatorname{tang} A, \quad B = 1, \quad C = p$$

$$A' = - \frac{1}{c}, \quad B' = \frac{x_1}{c y_1} - \frac{1}{y_1} - q \frac{z_1}{y_1}, \quad C' = q$$

avremo

$$\frac{\operatorname{tang} A}{c} + \frac{x_1}{c y_1} - \frac{1}{y_1} - q \frac{z_1}{y_1} + pq = 0$$

e perchè

$$p = - \frac{y + x \operatorname{tang} A}{z}$$

$$q = \frac{x y_1 - x_1 y + c (y - y_1)}{c (z y_1 - z_1 y)} :$$

e se per comodo si pone

$$\text{tang } A = m$$

troveremo

$$z(zy_1-z_1y)(my_1-x_1-c)-zz_1[xy_1-x_1y+c(y-y_1)-y_1(y+mx)(xy_1-x_1y+c(y-y_1))]=0$$

la quale dà una superficie del second'ordine.

Se l'angolo A è retto, $m = \infty$ e l'equazione si muta in

$$zy_1(zy_1-zy)-yy_1[y_1x-yx_1+c(y-y_1)]=0$$

che si riduce alla forma

$$y_1^2 . z^2 + (x_1y_1+cy_1)y^2 - z_1y_1 . zy - y_1^2 . xy - cy_1^2 . y = 0.$$

La sezione principale corrispondente ad $x = 0$ è

$$y_1^2 . z^2 + (x_1y_1+cy_1)y^2 - z_1y_1 . zy - cy_1^2 . y = 0$$

la quale è una curva chiusa od aperta secondo che è positiva o negativa la funzione

$$z_1^2 - 4(x_1y_1 - cy_1).$$

33. Prob. Assegnare l'equazione del piano mediano.

Questo piano deve passare per uno spigolo e pel punto medio dello spigolo opposto.

Sia AS (fig. 11.) lo spigolo pel quale vogliamo che passi il piano, e D_1 il punto medio del lato opposto. Il piano che si domanda pel punto S è

$$A_1x_1 + B_1y_1 + C_1z_1 = 0$$

e pel punto D_1 sarà

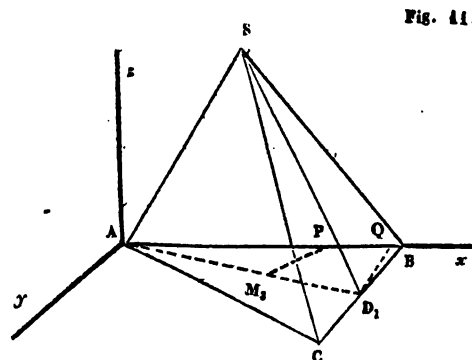
$$A_1(c + b\cos A) + B_1 b \operatorname{sen} A = 0$$

perchè le coordinate di esso punto sono

$$x = \frac{c + b\cos A}{2},\ y = \frac{b \operatorname{sen} A}{2}.$$

Ora dalle equazioni stabilite abbiamo

$$\frac{A_1}{C_1} = \frac{bz_1 \operatorname{sen} A}{cy_1 - b(x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)},\quad \frac{B_1}{C_1} = \frac{-z_1(c + b\cos A)}{cy_1 - b(x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)}$$

e quindi per l'equazione del piano sarà

$$x . bz_1 \text{ sen A} - y . z_1 (c + b \cos A) + z . [cy_1 - b (x_1 \text{ sen A} - y_1 \cos A)] = 0$$

La traccia di questo piano col piano coordinato XY è

$$x = \frac{c + b \cos A}{b \text{ sen A}} y$$

e così è noto l'angolo BAD_1 per mezzo della sua tangente trigonometrica, onde rappresentato per α si ha

$$\text{tang } \alpha = \frac{c + b \cos A}{b \text{ sen A}},$$

e se quì si ponesse

$$c = b \text{ sen A} \cot \varphi$$

essendo φ un angolo ausiliario noto, troveremo

$$\text{tang } \alpha = \frac{\text{sen}(A + \varphi)}{\text{sen A sen } \varphi},$$

la quale nei casi particolari può assegnarsi numericamente.

È facile anche il calcolo dell'angolo $D_1AS = \beta$ perchè per la formola del (§. 10.) abbiamo

$$\cos \beta = \cos \alpha \cos BAS + \text{sen } \alpha \text{ sen } BAS \cos (AB)$$

la quale per mezzo di un angolo ausiliario si ridurrebbe ad una espressione monomia.

34. **Prob.** Assegnare le coordinate del centro di gravità di ognuna delle quattro facce del tetraedro.

Quando si tratti delle coordinate del centro di gravità della faccia che serve di base al tetraedro e che trovasi nel piano XY non vi è alcuna difficoltà per la loro determinazione perchè se poniamo che sia ABC questa base, AD_1 la mediana, conservate le solite denominazioni, il centro di gravità si troverà in M_3 e sarà $AM_3 = \frac{2}{3} AD_1$. Fatta la costruzione indicata avremo evidentemente (*)

$$AP = \frac{2}{3} AQ = \frac{c + b \cos A}{3}$$

$$PM = \frac{2}{3} QD_1 = \frac{b \text{ sen A}}{3}.$$

(*) È facile immaginare la figura triangolare corrispondente.

Vediamo ora di assegnare la posizione del centro di gravità su ciascuna delle altre facce.

A questo fine osserveremo che prendendo a considerare la faccia BSC (fig. 12.) il suo centro di gravità si deve trovare sulla mediana SD_1 e perciò su di essa si prendano due punti infinitamente prossimi M, m e per essi si guidino due parallele NN_1; nn_1 alla base BC ed avremo per tal modo un area elementare, il cui centro di gravità potremo considerarlo posto in M. Per stabilire le formole generali poniamo

$$D_1M = v, \quad MN = u, \quad MD_1R = \theta, \quad SD_1 = h$$

e sarà

$$NN_1\, nn_1 = 2\, u\, d\, v \text{ sen } w$$

ove w è l'angolo fatto dalle coordinate u, v. Si dicano ora x, y, z le coordinate del punto M, e con X_1, Y_1, Z, si rappresentino quelle del centro di gravità di tutta la faccia, avremo evidentemente

$$X_1 = \frac{\int x\, u\, d\, v}{\int u\, d\, v}, \quad Y_1 = \frac{\int y\, u\, d\, v}{\int u\, d\, v}, \quad Z_1 = \frac{\int z\, u\, d\, v}{\int u\, d\, v}.$$

Per eseguire le integrazioni è necessario esprimere tutto in funzione di una sola variabile, a questo fine principieremo con determinare l'equazione della mediana la quale è una retta che passa pei due punti D_1, S il primo dato dalle coordinate

$$x = \frac{c + b \cos A}{2}, \quad y = \frac{b \text{ sen } A}{2}, \quad z = 0$$

e l'altro da

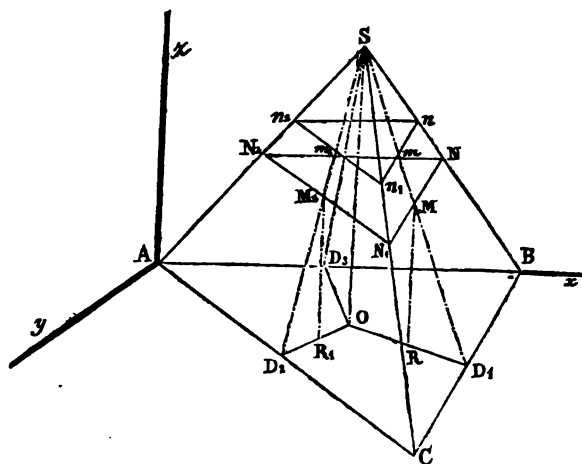
$$x = x_1, \quad y = y_1, \quad z = z_1$$

Essendo generalmente

$$x = mz + n, \quad y = m' z + n'$$

troveremo

$$n = \frac{c + b \cos A}{2}; \quad n' = \frac{b \text{ sen } A}{2}$$

$$m = \frac{2\, x_1 - c - b \cos A}{2\, z_1}; \quad m' = \frac{2\, y_1 - b \text{ sen } A}{2\, z_1}$$

onde per l'equazione della mediana avremo

$$x = \frac{2x_1 - c - b\cos A}{2z_1} z + \frac{c + b\cos A}{2}, \quad y = \frac{2y_1 - b\,\mathrm{sen}\,A}{2z_1} z + \frac{b\,\mathrm{sen}\,A}{2} \qquad (2)$$

e se per comodo poniamo

$$P = \frac{2x_1 - c - b\cos A}{2z_1}; \quad Q = \frac{c + b\cos A}{2}; \quad P_1 = \frac{2y_1 - b\,\mathrm{sen}\,A}{2z_1}; \quad Q_1 = \frac{b\,\mathrm{sen}\,A}{2}$$

sarà

$$x = Pz + Q; \quad y = P_1 z + Q_1.$$

Dai triangoli simili BCS; NSN_1, ne risulta

$$\frac{2u}{h - v} = \frac{a}{h}; \quad u = \frac{a}{2h}(h - v) \qquad (3)$$

di più dal triangolo rettangolo D_1RM abbiamo

$$v = \frac{z}{\mathrm{sen}\,\theta} \qquad (4)$$

dunque la (3) si muta in

$$u = \frac{a}{2h\,\mathrm{sen}\,\theta}(h\,\mathrm{sen}\,\theta - z) = \frac{a}{2z_1}(z_1 - z) \qquad (5)$$

Trovati i valori di u, v, x, y in funzione di z se ne faccia la sostituzione nelle (1) ed otterremo i seguenti integrali definiti

$$X_1 = \frac{\int_0^{z_1} (Pz + Q)(z_1 - z)\,dz}{\int_0^{z_1} (z_1 - z)\,dz}; \quad Y_1 = \frac{\int_0^{z_1} (P_1 z + Q_1)(z_1 - z)\,dz}{\int_0^{z_1} (z_1 - z)\,dz}$$

$$Z_1 = \frac{\int_0^{z_1} (z_1 - z)z\,dz}{\int_0^{z_1} (z_1 - z)\,dz} \qquad (6)$$

ed eseguite queste integrazioni troviamo

$$X_1 = Q + \tfrac{1}{3}\,.\,P z_1; \quad Y_1 = Q_1 + \tfrac{1}{3}P_1 z_1; \quad Z_1 = \tfrac{1}{3} z_1,$$

ove fatte le sostituzioni dei valori rappresentati per P, P_1, Q, Q_1 per le coordinate del dimandato centro di gravità risultano le seguenti

$$X_1 = \tfrac{1}{3}(x_1 + c + b\cos A)\ ;\quad Y_1 = \tfrac{1}{3}(y_1 + b\,\mathrm{sen}\,A)\,,\quad Z_1 = \tfrac{1}{3}\,.\,z_1. \qquad (7)$$

Si determini ora la posizione del centro di gravità della faccia ACS, e perciò si consideri la mediana $SD_2 = h_1$ e si eseguisca la medesima costruzione, ed anche quì per l'elemento dell'area avremo una espressione della medesima forma, tal che designate per X_2, Y_2, Z_2 le coordinate del centro di gravità avranno luogo le formole (1): però onde eseguire le integrazioni è necessario esprimere u, v in funzione della variabile z. A questo fine osserveremo che dalle espressioni appartenenti alla faccia considerata passeremo all'attuale col solo mutare a, h, θ in b, h_1, θ_1 e così avremo

$$u = \frac{b}{2\,h_1}(h_1 - v)\ ;\quad v = \frac{z}{\mathrm{sen}\,\theta_1}\,,\quad \text{ed}\quad u = \frac{b}{2\,z_1}(z_1 - z)$$

Per ottenere x, y in funzione della stessa z dovremo assegnare l'equazione della mediana la quale passa pel punto D_2 dato da

$$x = \frac{b\cos A}{2}\,,\quad y = \frac{b\,\mathrm{sen}\,A}{2}\,,\quad z = 0$$

e pel solito punto S: dunque essendo

$$x = mz + n,\quad y = m'z + n'$$

troveremo

$$x = \frac{2x_1 - b\cos A}{2\,z_1}\,z + \frac{b\cos A}{2}\ ;\quad y = \frac{2y_1 - b\,\mathrm{sen}\,A}{2\,z_1}\,z + \frac{b\,\mathrm{sen}\,A}{2}$$

Rappresentando con X_2, Y_2, Z_2 le coordinate del centro di gravità, e fatte le opportune sostituzioni nelle (1) si troverà

$$X_2 = Q + \tfrac{1}{3}P\,z_1\ ;\quad Y_2 = Q_1 + \tfrac{1}{3}P_1\,z_1\,,\quad Z_2 = \tfrac{1}{3}\,z_1$$

e perchè quì è

$$P = \frac{2\,x_1 - b\cos A}{2z_1}\ ;\ Q = \frac{b\cos A}{2}\ ;\ P_1 = \frac{2\,y_1 - b\,\mathrm{sen}\,A}{2z_1}\ ;\ Q_1 = \frac{b\,\mathrm{sen}\,A}{2}$$

ne risulta

$$X_2 = \tfrac{1}{3}(x_1 + b\cos A);\quad Y_2 = \tfrac{1}{3}(y_1 + b\,\mathrm{sen}\,A);\quad Z_1 = \tfrac{1}{3}\,z_1 \qquad (9)$$

Resta ora che si assegnino le coordinate del centro di gravità della faccia ASB per la quale si dovrebbe ripetere la stessa costruzione, onde dalla prima faccia considerata si passa a questa col mutare a, h, θ in c, h_2, θ_2 onde avremo

$$v = \frac{z_1}{\operatorname{sen}\theta_2}\ ,\quad u = \frac{c}{2 z_1}(z_1 - z).$$

Notando con X_3, Y_3, Z_3 le coordinate del centro di gravità avranno luogo le medesime formole (1) e solo ci resterà di esprimere l'equazioni della mediana D_3S la quale passa per D_3 di coordinate

$$x = \frac{c}{2}\ ,\quad y = 0,\quad z = 0$$

e pel noto punto S, così che le sue equazioni si troveranno facilmente essere

$$x = \frac{2x_1 - c}{2 z_1} z + \frac{c}{2}\ ;\quad y = \frac{y_1}{z_1} z.$$

Fatte le sostituzioni nelle (1) e dato luogo alle integrazioni si trova

$$X_3 = \tfrac{1}{3}(c + x_1)\ ;\quad Y_3 = \tfrac{1}{3} y_1\ ;\quad Z_3 = \tfrac{1}{3} z_1 \qquad (10)$$

Noteremo che le coordinate dei determinati centri di gravità hanno tra loro le seguenti relazioni lineari

$$X_1 = X_2 + X_3 - \frac{x_1}{3}\ ;\quad Y_1 = Y_2 + Y_3 - \frac{y_1}{3}\ ;\quad Z_1 = Z_2 + Z_3 - \frac{z_1}{3}.$$

Se l'angolo A fosse retto le espressioni (7), (9), (10) diverranno

$$X_1 = \frac{x_1 + c}{3}\ ;\quad Y_1 = \frac{y_1 + b}{3}\ ;\quad Z_1 = \frac{z_1}{3}$$

$$X_2 = \frac{x_1}{3}\ ;\quad Y_2 = \frac{y_1 + b}{3}\ ;\quad Z_2 = \frac{z_1}{3}$$

$$X_3 = \frac{x_1 + c}{3}\ ;\quad Y_3 = \frac{y_1}{3}\ ;\quad Z_3 = \frac{z_1}{3}$$

Se si vuole la lunghezza della retta che congiunge un centro di gravità col vertice opposto avremo per esempio

$$M^2 = \tfrac{1}{9}\left[(x_1 + c + b\cos A)^2 + (y_1 + b\operatorname{sen} A)^2 + z_1^2\right]$$

ed essendo

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = a_1^2\ ,\quad b^2 + c^2 - 2bc\cos A = a^2$$

troveremo

$$M^2 = \tfrac{1}{9}\left(a^2 + a_1^2 + 2x_1(c + b\cos A) + 2y_1 b\operatorname{sen} A\right).$$

Dai risultati avuti rileviamo che rispetto la base ABC i centri di gravità

25

G_1', G_2, G_3 si trovano tutti ad una medesima altezza: dunque congiunti che sieno costituiscono un piano parallelo ad ABC: se ora si considerano i centri di gravità G_2, G_3, G_4 si proverebbe che questi ancora si trovano ad una medesima distanza dalla faccia opposta: così continuando è chiaro che dal congiungere i quattro centri di gravità ne risulta un nuovo tetraedro le cui facce sono ordinatamente parallele a quelle del tetraedro dato.

Gli spigoli del nuovo tetraedro, essendo note le coordinate dei punti ove principiano, e nei quali terminano, si troverebbero con molta facilità essere un terzo dello spigolo cui è parallelo.

35. Dopo le formole che abbiamo stabilite può dimostrarsi analiticamente che le facce del nuovo tetraedro sono parallele alle omologhe di quelle del tetraedro dato.

La lunghezza della perpendicolare calata da un punto x', y', z' sopra un piano

$$Px + Qy + Rz + S = 0$$

rappresentata per L è

$$L = \frac{Px' + Qy' + Rz' + S}{\sqrt{P^2 + Q^2 + R^2}}.$$

Ciò posto, si voglia la distanza di G_1 dalla faccia ASC: avremo primieramente

$$x' = \frac{x_1 + c + b\cos A}{3}, \quad y' = \frac{c + b \operatorname{sen} A}{3}, \quad z' = \frac{z_1}{3}$$

ed essendo

$$x . z_1 \operatorname{sen} A - y . z_1 \cos A - z(x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A) = 0$$

l'equazione del piano, sarà

$$P = z_1 \operatorname{sen} A, \quad Q = - z_1 \cos A, \quad R = -(x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos B)$$

e sostituendo avremo

$$L = \frac{z_1 \operatorname{sen} A \left(\frac{x_1 + o + b\cos A}{3}\right) - z_1 \cos A \left(\frac{y_1 + b \operatorname{sen} A}{3}\right) - \frac{z_1}{3}(x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)}{\sqrt{z_1^2 + (x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)^2}}$$

Eseguite le riduzioni coll'avvertire che è

$$z_1 = (x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A) \operatorname{tang}(AC)$$

si trova

$$L = \frac{c}{3} \operatorname{sen} A \operatorname{sen}(AC).$$

Per avere ora la distanza del medesimo piano dal centro di gravità G_3 avvertiremo che per questo è

$$x' = \frac{x_1 + c}{3} \; ; \quad y' = \frac{y_1}{3} \; ; \quad z' = \frac{z_1}{3}.$$

onde

$$L_1 = \frac{z_1 \operatorname{sen} A \left(\frac{x_1 + c}{3}\right) - z_1 \cos A \frac{y_1}{3} - \frac{z_1}{3} (x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)}{\sqrt{z_1^2 + (x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)^2}}$$

la quale si riduce ad

$$L_1 = \frac{c z_1 \operatorname{sen} A}{\sqrt{z_1^2 + (x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)^2}}$$

dunque

$$L = L_1.$$

Pel punto G_4 essendo

$$x' = \frac{c + b \cos A}{3} \; , \quad y' = \frac{a \operatorname{sen} A}{3} \; , \quad z' = 0$$

troveremo

$$L_2 = \frac{z_1 \operatorname{sen} A \left(\frac{c + b \cos A}{3}\right) - z_1 \cos A \times \frac{b \operatorname{sen} A}{3}}{\sqrt{z_1^2 + (x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)^2}}$$

e quindi

$$L_2 = \frac{c z_1 \operatorname{sen} A}{\sqrt{z_1^2 + (x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A)^2}}$$

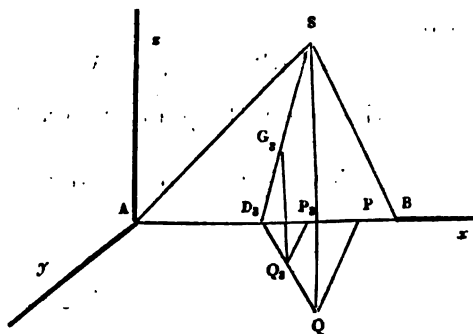
dunque

$$L = L_1 = L_2$$

e perciò la faccia costituita dai tre punti G_1 G_3 G_4 è parallela ad ASC.

Fig. 13.

36. Sebbene sia stata assai semplice la determinazione delle coordinate dei centri di gravità delle singole facce del tetraedro per mezzo di semplici integrazioni, pure crediamo aggiungere questa medesima determinazione eseguita per la via elementare. A questo fine considereremo successivamente ciascuna faccia da se, e primieramente sia la fac-

cia ASB (fig. 13.) e secondo il solito sieno x_1, y_1, z_1 le coordinate del vertice S, e con

$$AP_3\,,\ P_3Q_3\,,\ Q_3G_3$$

quelle del centro di gravità.

Essendo

$$D_3G_3 = \tfrac{1}{3}\,D_3S$$

ne sieguono immediatamente

$$P_3G_3 = \tfrac{1}{3}\,PQ = \tfrac{1}{3}\,y_1\,;\quad Q_3G_3 = \tfrac{1}{3}\,z_1\,;$$

Per assegnare AP_3 osserveremo essere

$$AP_3 = AD_3 + D_3P_3\,;$$

Ora

$$D_3P_3 = \tfrac{1}{3}\,.\,D_3P = \tfrac{1}{3}\left(x_1 - \frac{c}{2}\right)$$

dunque

$$AP_3 = \frac{x_1 + c}{3}$$

Per la faccia ASC (fig. 14.) le coordinate del centro di gravità G_2 sono

$$AP_2\,,\ P_2Q_2\,,\ Q_2G_2$$

Per idee note abbiamo

$$Q_2G_2 = \tfrac{1}{3}\,.\,z_1$$

Ora

$$D_2Q_2 = \tfrac{1}{3}\,.\,D_2Q\,,$$

dunque

$$RP_2 = \tfrac{1}{3}\,RP = \tfrac{1}{3}\,(x_1 - RA)$$

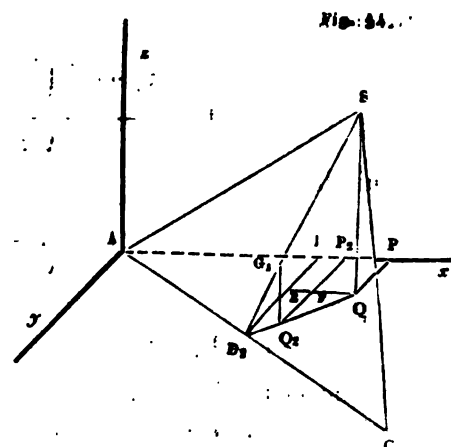
ma dal triangolo rettangolo AD_2R abbiamo

$$RA = \tfrac{1}{2}\,b\cos A,\quad \text{quindi}\quad RP_2 = \tfrac{1}{3}\left(\frac{2\,x_1 - b\cos A}{2}\right)$$

Dopo ciò

$$AP_2 = AR + RP_2 = \frac{x_1 + b\cos A}{3}$$

Per la faccia BSC (fig. 15.) poste le solite denominazioni, e notando che

$$AP_1\,,\ P_1Q_1\,,\ Q_1G_1$$

Sono le coordinate del centro di gravità G_1 avremo

$$Q_1 G_1 = \frac{1}{3} z_1 .$$

$$AP_1 = AP + PP_1$$

ma

$$PP_1 = \frac{2}{3}(PB - RB) = \frac{2}{3}\left(c - x_1 - \frac{a \cos B}{2}\right)$$

dunque

$$AP_1 = \frac{x_1 + c + b \cos A}{3}$$

Fig. 15.

Per avere l' altra coordinata noteremo essere

$$P_1 Q_1 = PQ + FQ_1$$

ma

$$FQ_1 = \frac{2}{3}(D_1 R - PQ)$$

e quindi

$$FQ_1 = \frac{a \text{ sen } B - 2y_1}{3}$$

dunque

$$P_1 Q_1 = \frac{y_1 + b \text{ sen } A}{3}.$$

Prob. Assegnare le condizioni affinchè le perpendicolari alle facce del tetraedro elevate pei centri di gravità si incontrino.

Fig. 16.

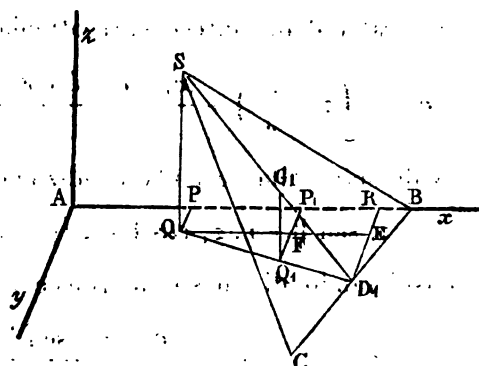
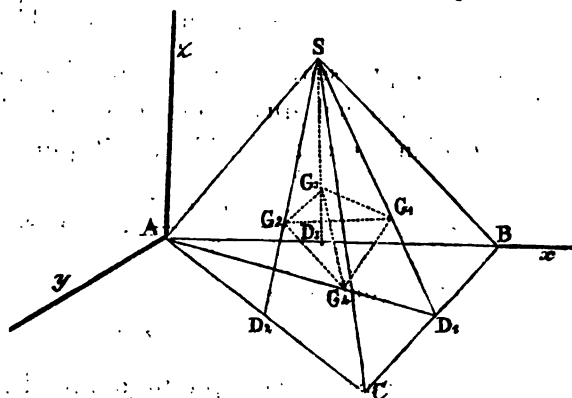
Pel problema antecedente, sappiamo che le coordinate del punto G_1 centro di gravità della faccia BSC sono date da

$$x = \frac{x_1 + c + b \cos A}{3};$$

$$y = \frac{y_1 + b \text{ sen } A}{3}; \quad z = \frac{z_1}{3}.$$

Si consideri ora una retta

$$x = mz + n , \quad y = m'z + n'$$

la quale debba passare pel noto centro di gravità ed essere perpendicolare al piano BSC: per la prima condizione dovrà essere

$$\frac{x_1 + c + b \cos A}{3} = m \cdot \frac{z_1}{3} + n \; ; \quad \frac{y_1 + b \operatorname{sen} A}{3} = m' \cdot \frac{z_1}{3} + n'$$

che sottratti dalle antecedenti otteniamo

$$x = m\left(z - \frac{z_1}{3}\right) + \frac{x_1 + c + b \cos A}{3} \; ; \quad y = m'\left(z - \frac{z_1}{3}\right) + \frac{y_1 + b \operatorname{sen} A}{3}$$

Per soddisfare alla seconda condizione si riprenda l'equazione del piano

$$x \, . \, z_1 \operatorname{sen} B + y \, . \, z_1 \cos B + z\left[(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B\right] - c z_1 \operatorname{sen} B = 0$$

e considerando di questo le tracce coi piani ZX, ZY avremo

$$\begin{aligned} x &= -\frac{(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B}{z_1 \operatorname{sen} B} \, z + c \\ y &= -\frac{(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B}{z_1 \cos B} \, z + c \operatorname{tang} B \end{aligned} \qquad (2)$$

e perchè le (1), (2) devono rappresentare rette che devono essere tra loro perpendicolari avremo

$$m = \frac{z_1 \operatorname{sen} B}{(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B} \; , \quad n = \frac{z_1 \cos B}{(c - z_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B}$$

onde le (1) si mutano nelle

$$\begin{aligned} x &= \frac{z_1 \operatorname{sen} B}{(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B}\left(z - \frac{z_1}{3}\right) + \frac{x_1 + c + b \cos A}{3} \\ y &= \frac{z_1 \cos B}{(c - x_1) \operatorname{sen} B - y_1 \cos B}\left(z - \frac{z_1}{3}\right) + \frac{y_1 + b \operatorname{sen} A}{3} \end{aligned} \qquad (3)$$

le quali rappresentano una retta che passa pel punto G_1 ed è perpendicolare al piano nel quale questo punto giace.

Prendiamo ora a considerare il punto G_2: questo è dato da

$$x = \frac{x_1 + b \cos A}{3} \; ; \quad y = \frac{y_1 + b \operatorname{sen} A}{3} \; ; \quad z = \frac{z_1}{3}$$

e la retta qualunque

$$x = mz + n \; , \quad y = m'z + n'$$

che dovrà passare per questo punto diverrà

$$x = m\left(z - \frac{z_1}{3}\right) + \frac{x_1 + b \cos A}{3} \; ; \quad y = m'\left(z - \frac{z_1}{3}\right) + \frac{y_1 + b \operatorname{sen} A}{3} \qquad (4)$$

e per la condizione della perpendicolarità sarà

$$m = -\frac{z_1 \operatorname{sen} A}{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A}, \quad m' = \frac{z_1 \cos A}{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A}$$

onde le (4) diverranno

$$\left.\begin{aligned} x &= -\frac{z_1 \operatorname{sen} A}{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A}\left(z - \frac{z_1}{3}\right) + \frac{x_1 + b\cos A}{3} \\ y &= \frac{z_1 \cos A}{x_1 \operatorname{sen} A - y_1 \cos A}\left(z - \frac{z_1}{3}\right) + \frac{y_1 + b \operatorname{sen} A}{3} \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Pel punto G_3 abbiamo

$$x = \frac{x_1 + c}{3}; \quad y = \tfrac{1}{3} y_1; \quad z = \tfrac{1}{3} z_1$$

e per la retta che passa per esso

$$x = m\left(z - \tfrac{1}{3} z_1\right) + \tfrac{1}{3}(x_1 + c); \quad y = m'\left(z - \tfrac{1}{3} z_1\right) + \tfrac{1}{3} y_1 \qquad (7)$$

Il piano che contiene il punto G_3 è dato da

$$y z_1 - y_1 z = 0 \qquad \text{da cui} \qquad y = \frac{y_1}{z_1} z$$

e perciò

$$m = 0, \quad m' = -\frac{x_1}{y_1}$$

e la retta (7) diverrà

$$x = \tfrac{1}{3}(x' + c); \quad y = -\frac{z_1}{y_1}\left(z - \tfrac{1}{3} z_1\right) + \tfrac{1}{3} y_1. \qquad (8)$$

Finalmente le coordinate del punto G_4 che trovasi sulla faccia che funziona da base del tetraedro sono date da

$$x = \tfrac{1}{3}(c + b\cos A); \quad y = \tfrac{1}{3} b \operatorname{sen} A, \quad z = 0; \qquad (9)$$

e per questo punto s'innalza una normale al piano base od al piano XY la quale necessariamente risulta parallela all' asse Z. Trovate l'equazioni delle perpendicolari elevate pei punti determinati resta che procuriamo riconoscere in quali condizioni del tetraedro esse si tagliano vicendevolmente in un solo punto. A questo fine prendiamo a considerare le due perpendicolari rappresentate dalle (3), (8) nelle quali per comodo porremo

$$M = (c - x_1)\operatorname{sen} B - y_1 \cos B$$

ed avremo

$$\frac{x_1 + c}{3} = \frac{z_1 \operatorname{sen} B}{M}\left(z - \tfrac{1}{3} z_1\right) + \frac{c + x_1 + b \cos A}{3}$$

dalla quale si deduce

$$z = \frac{z_1^2 \operatorname{sen} B - M b \cos A}{3 z_1 \operatorname{sen} B} \qquad (10)$$

Essendo ancora

$$\frac{z_1 \cos B}{M}\left(z - \tfrac{1}{3} z_1\right) + \frac{y_1 + b \operatorname{sen} A}{3} = -\frac{z_1}{y_1}\left(z - \tfrac{1}{3} z_1\right) + \frac{y_1}{3}$$

facilmente se ne ricava

$$z = \frac{z_1^2 (c - x_1) \operatorname{sen} B - M b y_1 \operatorname{sen} A}{3 z_1 (c - x_1) \operatorname{sen} B} : \qquad (11)$$

ora affinchè le due rette si taglino dovrà aver luogo

$$\frac{z_1^2 \operatorname{sen} B - M b \cos A}{3 z_1 \operatorname{sen} B} = \frac{z_1^2 (c - x_1) \operatorname{sen} B - M b y_1 \operatorname{sen} A}{3 z_1 (c - x_1) \operatorname{sen} B}$$

dalla quale se ne trae la condizione

$$y_1 \operatorname{sen} A + x_1 \cos A = c \cos A \qquad (12)$$

che dovrà essere adempiuta per l'incontro delle due perpendicolari.

Si sostituiscano in questa i valori di x_1, y_1 in funzione degli elementi dipendenti dal tetraedro, e sarà

$$a_1 [\cos A \cos BAS + \operatorname{sen} A \operatorname{sen} BAS \cos (AB)] = c \cos A$$

e per la nota relazione tra gli angoli piani e diedri di un triedro, la (12) si muterà in

$$a_1 \cos CAS = c \cos A$$

e per essere

$$a_1 \cos ACS = \frac{a_1^2 + b^2 - c_1^2}{2b} ; \quad c \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b}$$

ne risulta che le due perpendicolari s'intersecheranno quando si verificherà

$$a^2 + a_1^2 = c^2 + c_1^2$$

cioè quando b, b_1 sono tra loro perpendicolari.

Se ora si considerassero le perpendicolari alla base nel punto G_4 e nel punto G_3 della faccia ASC avremo la coesistenza delle equazioni

$$x = \tfrac{1}{3}(c + x_1) \;;\quad y = -\frac{z_1}{y_1}(z - \tfrac{1}{3}z_1) + \tfrac{1}{3}y_1$$

$$x = \tfrac{1}{3}(c + b\cos A) \;;\quad y = \tfrac{1}{3}b \operatorname{sen} A$$

dalle due prime si trae

$$x_1 = b\cos A, \quad \text{ovvero} \quad a_1 \cos BAS = b\cos A$$

chè è la stessa equazione del caso antecedente.

Da quanto abbiamo esposto risulta che le perpendicolari alle facce del tetraedro elevate nei rispettivi centri di gravità di esse facce si tagliano tra loro soltanto allora che il tetraedro è rettangolo.

37. Prob. Determinare le coordinate del centro di gravità del tetraedro.

Sia Q (fig. 17.) il centro di gravità della base ABC del tetraedro le sue coordinate sono

$$AP = \frac{x_1 + b\cos A}{3}, \quad PQ = \frac{b \operatorname{sen} A}{3}, \quad z = 0$$

e sulla retta QS si deve trovare il centro di gravità del tetraedro, le coordinate del quale si rappresenteranno per X, Y, Z.

S'immagini che ad una distanza z dal piano delle x, y sia stato condotto un piano parallelo alla faccia base, se ne otterrà la sezione abc, e disignando per B l'area della base ABC avremo

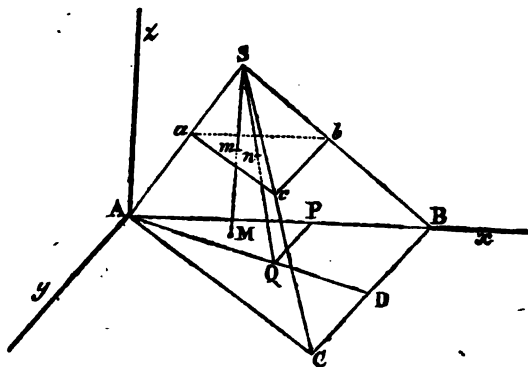
$$B : abc = z_1^2 : (z_1 - z)^2$$

onde

$$abc = \frac{B}{z_1^2}(z_1 - z)^2$$

e notato secondo il solito con dz l'incremento infinitesimo di z, avremo pel volume elementare

$$dv = \frac{B}{z_1^2}(z_1 - z)^2 dz$$

e quindi le coordinate del centro di gravità saranno date dalle seguenti

$$X = \frac{\int_0^{z_1} x (z_1 - z)^2 dz}{\int_0^{z_1} (z_1 - z)^2 dz} \; ; \quad Y = \frac{\int_0^{z_1} y (z_1 - z)^2 dz}{\int_0^{z_1} (z_1 - z)^2 dz} \; ; \quad Z = \frac{\int_0^{z_1} z (z_1 - z)^2 dz}{\int_0^{z_1} (z_1 - z)^2 dz} .$$

È chiaro che per eseguire le integrazioni è necessario che le x, y vengano date in funzione di z. E pertanto sieno x, y, z le coordinate del punto qualunque n della retta SQ, avremo

$$x = m z + n, \quad y = m' z + n';$$

ma questa retta essendo obbligata di passare pei punti S, Q le sue equazioni saranno

$$x = \frac{2 x_1 - b \cos A}{3 z_1} . z + \tfrac{1}{3} (x_1 + b \cos A)$$

$$y = \frac{3 y_1 - b \operatorname{sen} A}{3 z_1} . z + \tfrac{1}{3} b \operatorname{sen} A$$

ove per comodo posto

$$P = \frac{2 x_1 - b \cos A}{3 z_1} \; ; \quad Q = \tfrac{1}{3} (x_1 + b \cos A)$$

$$P_1 = \frac{3 y_1 - b \operatorname{sen} A}{3 z_1} \; ; \quad Q_1 = \tfrac{1}{3} b \operatorname{sen} A$$

sarà

$$x = P z + Q \; ; \quad y = P_1 z + Q_1$$

e così

$$X = \frac{\int_0^{z_1} (z_1 - z)^2 (Pz + Q) dz}{\int_0^{z_1} (z_1 - z)^2 dz} \; ; \quad Y = \frac{\int_0^{z_1} (z_1 - z)^2 (P_1 z + Q_1) dz}{\int_0^{z_1} (z_1 - z)^2 dz}$$

$$Z = \frac{\int_0^{z_1} (z_1 - z)^2 z \, dz}{\int_0^{z_1} (z_1 - z)^2 dz}$$

Eseguendo i necessarii sviluppi troviamo

$$\int_0^{z_1} (z_1 - z)^2 (Pz + Q) dz = \frac{z_1^3}{3} \left(\frac{P z_1}{4} + Q \right) ; \quad \int_0^{z_1} (z_1 - z)^2 dz = \frac{z_1^3}{3} ;$$

dunque

$$X = \frac{P z_1}{4} + Q$$

ove restituiti i valori di P, Q si trova

$$X = \frac{2 x_1 + b \cos A}{4}.$$

Operando nello stesso modo si trova

$$Y = \frac{P_1 z_1}{4} + Q_1$$

e quindi

$$Y = \frac{y_1 + b \operatorname{sen} A}{4}.$$

Finalmente si ha pure

$$Z = \frac{z_1}{4}.$$

A questi medesimi risultati si giunge ancora geometricamente.

Sia F (fig. 18.) il centro di gravità della base e nel punto G della FS, quando sia $FG = \frac{1}{4}$. FS stà il centro di gravità del tetraedro: sia E la proiezione ortogonale del vertice S: si dimandano i valori delle coordinate AP, PQ, QG.

Ritenute le consuete denominazioni, ed essendo

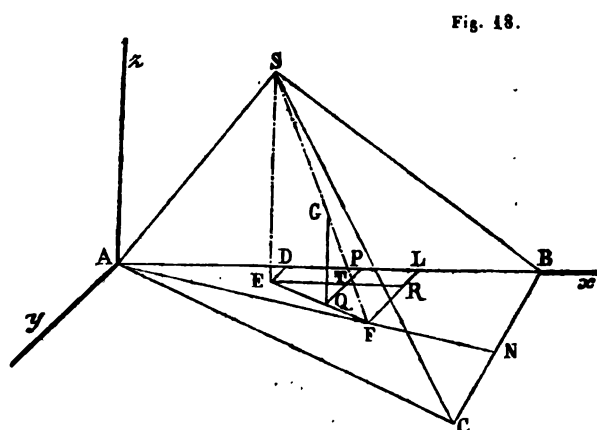
$$AL = \frac{x_1 + b \cos A}{3}, \quad LF = \frac{b \operatorname{sen} A}{3}$$

avremo

$$DL = \frac{b \cos A - 2 x_1}{3}$$

e quindi

$$DP = \frac{b \cos A - 2 x_1}{4}$$

dunque

$$AP = AD + DP = \frac{2x_1 + b \cos A}{4}.$$

Per assegnare la PQ noteremo essere

$$FR = \frac{b \text{ sen } A - 3y_1}{3}$$

e quindi

$$QT = \frac{b \text{ sen } A - 3y_1}{4}$$

dunque

$$PQ = \frac{y_1 + b \text{ sen } A}{4}$$

Finalmente è chiaro essere

$$QG = \frac{z_1}{4}.$$

33. Prob. Sia S (fig. 19.) il vertice di un tetraedro ed in questo punto sia il centro di una sfera di raggio r. Se per un punto qualunque M della sfera si conduce un piano tangente che tagli gli spigoli SA, SB, SC del tetraedro, per tutte le possibili posizioni che può prendere il piano secante ne risulteranno altrettanti tetraedri, i quali avranno tutti la medesima altezza, che è il raggio della sfera, e lo stesso angolo solido S: si dimandano: 1.° il valore delle coordinate del centro di gravità della base variabile in funzione delle coordinate del punto della sfera dal quale parte il piano secante. 2.° il tetraedro del minimo volume.

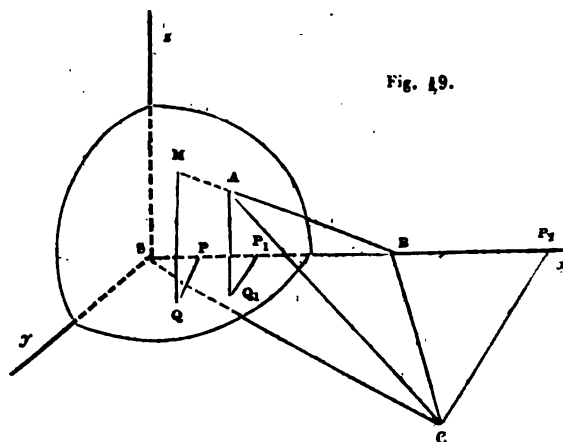



Fig. 19.

Poichè gli angoli piani che concorrono a formare l'angolo solido S sono costanti, così gli spigoli loro formano determinati angoli con un sistema di assi rettangolari condotti pel medesimo punto S. Si dicano pertanto α, β, γ: α_1, β_1, γ_1; α_2, β_2, γ_2 gli angoli che gli spigoli SA, SB, SC fanno cogli assi. Senza togliere nulla alla generalità del problema, poniamo che essendo

il vertice S all'origine delle coordinate, lo spigolo SB si confonda coll'asse delle x, e l'angolo piano BSC giaccia sul piano coordinato delle x, y allora per gli angoli avremo

$$\alpha, \beta, \gamma; \quad \alpha_1 = 0, \quad \beta = \frac{\pi}{2}, \quad \gamma = \frac{\pi}{2}; \quad \alpha_2 = \mathrm{BSC}, \quad \beta = \frac{\pi}{2} - \mathrm{BSC}, \quad \gamma_2 = \frac{\pi}{2}.$$

Ciò posto si dicano X, Y, Z le coordinate variabili di un punto qualunque del piano tangente la sfera nel punto M di coordinate x, y, z avremo evidentemente

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2; \quad Xx + Yy + Zz = r^2 \qquad (1)$$

Ora il piano tangente la sfera deve tagliare gli spigoli, e poniamo che le intersecazioni avvengano nei punti A, B, C i quali congiunti danno luogo alla base del tetraedro e della quale si vogliono le coordinate del centro di gravità.

Per fissare le idee sieno x_1, y_1, z_1 le coordinate del punto A (fig. 20.); siano $x_2 = \mathrm{SB}$, $y_2 = 0$, $z_2 = 0$ quelle che appartengono al punto B, $x_3, y_3, z_3 = 0$ quelle del punto C. Per idee note il centro di gravità della faccia base triangolare si deve trovare sulla mediana DA e precisamente nel punto G in modo che sia $\mathrm{DG} = \frac{1}{3}\mathrm{DA}$. Eseguita la costruzione che presenta la figura avremo

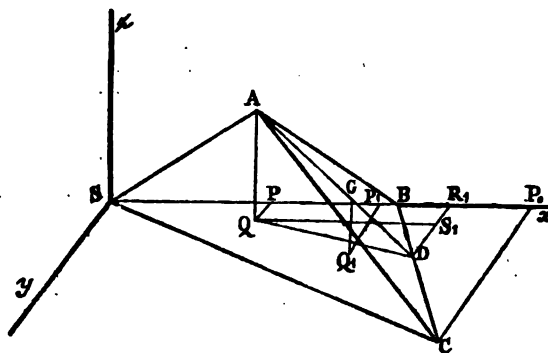



Fig. 20.

$$X_1 = \mathrm{SP}_1 = \mathrm{SR}_1 - \mathrm{P}_1\mathrm{R}_1$$

ma

$$\mathrm{SR}_1 = x_2 + \frac{x_3 - x_2}{2} = \frac{x_3 + x_2}{2}$$

$$\mathrm{P}_1\mathrm{R}_1 = \frac{1}{3}\mathrm{PR}_1; \quad \text{ma} \quad \mathrm{PR}_1 = \frac{x_3 + x_2}{2} - x_1 = \frac{x_3 + x_2 - 2x_1}{2}$$

dunque

$$\mathrm{P}_1\mathrm{R}_1 = \frac{x_3 + x_2 - 2x_1}{6}.$$

Sostituendo avremo

$$X_1 = \mathrm{SP}_1 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}.$$

$$Y_1 = P_1Q_1 = P_1R + RQ_1 = y_1 + RQ_1$$

ma

$$RQ_1 = \tfrac{2}{3}\, DS_1 = \frac{y_3 - 2y_1}{3}$$

dunque

$$Y_1 = \frac{y_1 + y_3}{3}$$

Finalmente

$$Z_1 = Q_1\, G = \frac{z_1}{3}.$$

Resta ora che procuriamo di esprimere tutti gli elementi che compongono i secondi membri delle seguenti

$$X_1 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}\;;\quad Y_1 = \frac{y_1 + y_3}{3}\;;\quad Z_1 = \frac{z_1}{z}, \tag{2}$$

in funzione delle coordinate x, y, z che appartengono al punto M della sfera.

Per le denominazioni stabilite abbiamo evidentemente

$$\frac{x_1}{\cos\alpha} = \frac{y_1}{\cos\beta} = \frac{z_1}{\cos\gamma}$$

dalle quali

$$x_1 = \frac{\cos\alpha}{\cos\gamma}\, z_1\;;\quad y_1 = \frac{\cos\beta}{\cos\gamma}\, z_1. \tag{3}$$

che sostituiti nell'equazione del piano tangente otteniamo

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{r^2 \cos\alpha}{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma} \\ y_1 &= \frac{r^2 \cos\beta}{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma} \\ z_1 &= \frac{r^2 \cos\gamma}{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma} \end{aligned} \tag{4}$$

Per avere la posizione del punto B basta osservare ch'esso fa parte dell'asse delle x pel quale $Y = 0$, $Z = 0$ onde l'equazione del piano diventa

$$x_2 = \frac{r^2}{x} \tag{5}$$

Per determinare le coordinate del punto C si ponga

$$y = mx$$

per l'equazione della retta SC, e notiamo con θ l'angolo BSC sarà

$$y = x \text{ tang } \theta.$$

Essendo x_3, y_3 le coordinate del punto C, nella equazione del piano dovremo porre

$$X = x_3, \quad X = y_3, \quad Z = 0$$

e così avremo

$$x_3 x + y_3 y = r^2; \quad y_3 = x_3 \text{ tang } \theta$$

dalle quali

$$x_3 = \frac{r^2 \cos \theta}{x \cos \theta + y \text{ sen } \theta}; \quad y_3 = \frac{r^2 \text{ sen } \theta}{x \cos \theta + y \text{ sen } \theta}. \qquad (6)$$

Sostituendo nelle (2) i valori trovati risulteranno per le coordinate del centro di gravità

$$X_1 = \frac{r^2}{3}\left(\frac{1}{x} + \frac{\cos \theta}{x \cos \theta + y \text{ sen } \theta} + \frac{\cos \alpha}{x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma}\right)$$

$$Y_1 = \frac{r^2}{3}\left(\frac{\text{sen } \theta}{x \cos \theta + y \text{ sen } \theta} + \frac{\cos \beta}{x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma}\right)$$

$$Z_1 = \frac{r^2}{3}\left(\frac{\cos \gamma}{x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma}\right)$$

colle quali viene esaurita la prima parte del problema, onde passiamo alla seconda.

Poichè tutti i tetraedri che risultano dalle diverse posizioni che intorno il punto M può prendere il piano secante, sono tutti della medesima altezza, dunque per avere il tetraedro del minimo volume, basta assegnare quella base ABC che sia della minima area. Ora quest' area la determineremo per mezzo della sua proiezione, che sul piano XY è BQ_1C. È chiaro che quest'area è la differenza tra l'area del trapezio $P_1Q_1P_2C$ e quella dei due triangoli rettangoli P_2BC, BP_1Q_1.

Ora

$$P_1Q_1P_2C = \tfrac{1}{2}(y_1 + y_3)(x_3 - x_1); \quad BP_2C = \tfrac{1}{2} y_3 (x_3 - x_2); \quad BP_1Q_1 = \tfrac{1}{2} y_1 (x_2 - x_1)$$

e perciò prontamente troviamo

$$BCQ_1 = \tfrac{1}{2}[y_1(x_3 - x_2) + y_3(x_2 - x_1)].$$

Pel noto principio che l' area proiezione eguaglia la proiettante nel coseno dell' angolo che formano, e quest' angolo nel caso attuale essendo eguale a quello che la normale al piano tangente fa coll'asse delle z, sarà

$$\cos(r_1 z) = \frac{z}{r} :$$

dunque rappresentata per $f(x, y, z)$ l'area ABC sarà

$$f(x,y,z) = \frac{r}{2z}\left[y_1(x_3 - x_2) + y_3(x_2 - x_1)\right].$$

Per avere quest'area in funzione delle coordinate del punto M è chiaro che basta sostituire nel secondo membro i valori che sono stati assegnati per ciascun'elemento che compone il secondo membro, e così troveremo

$$f(x,y,z) = \frac{r^5 \operatorname{sen}\theta \cos\gamma}{x(x\cos\theta + y\operatorname{sen}\theta)(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma)} \qquad (8)$$

Risulta di quì che $f(x, y, z)$ sarà un minimo tutte le volte che sia un massimo la funzione che forma il denominatore del secondo membro.

Si ponga pertanto

$$u = x(x\cos\theta + y\operatorname{sen}\theta)(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma)$$

e se ne prendano i logaritmi Neperiani, e sarà

$$\log u = \log x + \log(x\cos\theta + y\operatorname{sen}\theta) + \log(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma)$$

di cui presone il differenziale ed eguagliatolo a zero avremo

$$\frac{du}{u} = \frac{dx}{x} + \frac{dx\cos\theta + dy\operatorname{sen}\theta}{x\cos\theta + y\operatorname{sen}\theta} + \frac{dx\cos\alpha + dy\cos\beta + dz\cos\gamma}{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma} = 0$$

ed ancora riunendo i termini moltiplicati pel medesimo differenziale

$$\left.\begin{aligned} &dx\left[\frac{1}{x} + \frac{\cos\theta}{x\cos\theta + y\operatorname{sen}\theta} + \frac{\cos\alpha}{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma}\right] \\ &dy\left[\frac{\operatorname{sen}\theta}{x\cos\theta + y\operatorname{sen}\theta} + \frac{\cos\beta}{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma}\right] \\ &dz\left[\frac{\cos\gamma}{x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma}\right] \end{aligned}\right\} = 0$$

Ma con questa coesiste

$$x\,dx + y\,dy + z\,dz = 0$$

la quale moltiplicata per un fattore k e sottratta dalla antecedente otteniamo:

$$\left.\begin{array}{l} dx\left[\frac{1}{x}+\frac{\cos\theta}{x\cos\theta+y\operatorname{sen}\theta}+\frac{\cos\alpha}{x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma}-k\,x\right] \\ dy\left[\frac{\operatorname{sen}\theta}{x\cos\theta+y\operatorname{sen}\theta}+\frac{\cos\beta}{x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma}-k\,y\right] \\ dz\left[\frac{\cos\gamma}{x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma}-k\,z\right] \end{array}\right\}=0$$

e quindi

$$\left.\begin{array}{r} \frac{1}{x}+\frac{\cos\theta}{x\cos\theta+y\operatorname{sen}\theta}+\frac{\cos\alpha}{x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma}-k\,x=0 \\ \frac{\operatorname{sen}\theta}{x\cos\theta+y\operatorname{sen}\theta}+\frac{\cos\beta}{x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma}-k\,y=0 \\ \frac{\cos\gamma}{x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma}-k\,z=0 \end{array}\right\}=0 \qquad (9)$$

Eliminata k da queste tre equazioni ne risultano due tra x, y, z ma dovendo esse coesistere colla equazione della sfera

$$x^2+y^2+z^2=r^2$$

si hanno tre equazioni, cioè quante ne sono necessarie e sufficienti per la soluzione del problema. Senza intraprendere un lungo e complicato calcolo, profittando della prima parte del problema possiamo riconoscere il luogo ove deve trovarsi il centro di gravità della base del tetraedro del minimo volume.

Dal confronto delle (9) colle (7) ne risultano le seguenti

$$\frac{3}{r^2}\,X=k\,x\;;\;\frac{3}{r^2}\,.\,Y=k\,y\;;\;\frac{3}{r^2}\,Z=k\,z$$

dalle quali

$$\frac{x}{X}=\frac{y}{Y}=\frac{z}{Z}$$

che ci mostrano essere note anche le coordinate del centro di gravità lorquando sieno stati assegnati i valori delle corrispondenti del punto della sfera dal quale parte il piano secante: se ne deduce ancora generalmente che le coordinate del punto M sono proporzionali alle omonime del centro di gravità della base, dunque questi due punti devono trovarsi sulla medesima retta: dunque il minimo volume ha luogo lorquando i due punti si confondono.

Questa è la questione proposta sotto il numero 46, tomo I, pag. 517 della prima serie degli Annali di matematica dei Signori Terquem e Gerono, e già risoluta con differente ragionamento dal Sig. Prof. Catalan, tomo VI, pag. 353 e seguenti dei medesimi Annali.

39. Prob. Assegnare la minima distanza tra due spigoli opposti.

Dalla geometria analitica sappiamo che la distanza tra due rette poste nello spazio, come

$$\begin{array}{l|l} x = az + p & x = a'z + p' \\ y = bz + q & y = b'z + q' \end{array} \qquad (1)$$

è data dalla formola

$$\delta = \frac{(p-p')(b-b') - (q-q')(a-a')}{\sqrt{(a-a')^2 + (b-b')^2 + (ab' - a'b)^2}} \qquad (2)$$

I due spigoli che prenderemo a considerare saranno (fig. 10.) $a_1 = \mathrm{AS}$, $a = \mathrm{BC}$: l'equazioni del primo ci sono date da

$$x = \frac{x_1}{z_1}.z \quad ; \quad y = \frac{y_1}{z_1}.z \qquad (3)$$

e quelle dello spigolo CB saranno

$$x = \infty . z + c \quad ; \quad y = \infty . z \qquad (4)$$

perchè le proiezioni di esso spigolo sul piano delle z, x è parallela all'asse x, e quella sul piano delle z, y è parallela all'asse y, onde esse risultano perpendicolari all'asse z.

Dunque paragonate le (3), (4) con le (1) avremo

$$a = \frac{x_1}{z_1} \quad ; \quad b = \frac{y_1}{z_1} \quad ; \quad p = 0, \quad q = 0$$

$$a' = \infty \quad ; \quad b' = \infty \quad ; \quad p' = c, \quad q' = 0$$

che sostituiti nella (2) ne risulta, notando con δ_{aa_1} la distanza richiesta

$$\delta_{aa_1} = \frac{cz_1}{\sqrt{2z_1^2 + (x_1 - y_1)^2}}$$

ove sostituiti i valori di x_1, y_1, z_1 in funzione degli elementi dipendenti dal tetraedro otteniamo

$$\delta_{aa_1} = \frac{c \operatorname{sen}(a_1 c) \operatorname{sen}(\mathrm{AB})}{\sqrt{1 + \operatorname{sen}(a_1 c)\left[\operatorname{sen}(a_1 c) \operatorname{sen}^2(\mathrm{AB}) - 2\cos(a_1 c)\cos(\mathrm{AB})\right]}}$$

Per avere ora la distanza tra i due spigoli $AC=b$, $BS=b_1$ avvertiremo essere necessario considerare le proiezioni sopra i piani coordinati ZX, ZY dello spigolo AC: ma queste si confondono cogli assi delle x, y onde risultano normali all'asse delle z e passano per l'origine: dunque esse proiezioni sono

$$x=\infty . z \quad ; \quad y=\infty . z$$

Le proiezioni omologhe dello spigolo BS sono evidentemente

$$x=\left(\frac{x_1-c}{z_1}\right)z+c \quad ; \quad y=\frac{y_1}{z_1}.z$$

giacchè esso passa pei due punti

$$x=c,\ y=0,\ z=0 \quad , \quad x=x_1,\ y=y_1,\ z=z_1$$

Dal confronto delle (1) con quest'ultime particolari equazioni risultano i seguenti

$$a=\infty \quad ; \quad b=\infty, \quad p=0, \quad q=0$$

$$a'=\frac{x_1-c}{z_1} \quad ; \quad b'=\frac{y_1}{z_1}; \quad p'=c, \quad q'=0$$

che sostituiti nella (2) e tenuto conto del valore positivo troviamo

$$\delta_{bb_1}=\frac{cz_1}{\sqrt{z_1^2+x_1^2+y_1^2+z_1^2-2x_1y_1+2c(y_1-x_1)+c^2}}$$

ovvero

$$\delta_{bb_1}=\frac{cz_1}{\sqrt{a_1^2+z_1^2-2x_1y_1+2c(y_1-x_1)+c^2}}$$

ove sostituiti i valori di x_1, y_1, z_1 si ha

$$\delta_{bb_1}=\frac{a_1c\,\text{sen}\,(a_1c)\,\text{sen}\,(AB)}{\sqrt{a_1^2[1-2\text{sen}(a_1c)\cos(a_1c)\cos(AB)+\text{sen}^2(a_1c)\text{sen}^2(AB)]+2a_1c[\text{sen}(a_1c)\cos(AB)-\cos(a_1c)]+c^2}}$$

Se finalmente consideriamo la distanza tra gli altri due spigoli $AB=c$, $CS=c_1$ dovremo partire dal riconoscere che le proiezioni dello spigolo BA sopra i piani coordinati ZX, ZY si riducono all'asse x ed all'origine, onde anche qui abbiamo

$$x=\infty . z \quad , \quad y=\infty . z$$

Le proiezioni corrispondenti allo spigolo CS sono rappresentate da

$$x=\left(\frac{x_1-b\cos A}{z_1}\right)z+b\cos A \quad ; \quad y=\left(\frac{y_1-b\,\text{sen}\,A}{z_1}\right)z+b\,\text{sen}\,A$$

le quali paragonate colle (1) danno, dopo fatte le opportune sostituzioni

$$\delta_{cc_1}=\frac{bz_1(\text{sen A}-\cos \text{A})}{\sqrt{z_1^2+a_1^2+b^2-2(x_1y_1+b(y_1-x_1)(\text{sen A}-\cos \text{A})+b^2\,\text{sen A}\cos \text{A})}}$$

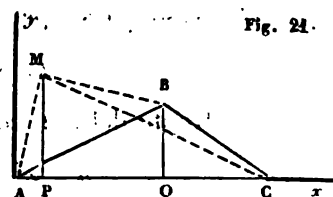
ed ancora (*)

$$\delta_{cc_1}=\frac{a_1 b\,\text{sen}(a_1c)\,\text{sen}(\text{AB})(\text{sen A}-\cos \text{A})}{\sqrt{a_1^2[1+\text{s}^2(a_1c)\text{s}^2(\text{AB})]+b^2(1+\text{sAcA})-2[a_1^2\text{s}(a_1c)\text{c}(a_1c)\text{c}(\text{AB})+a_1b[\text{s}(a_1c)\text{c}(\text{AB})-\text{c}(a_1c](\text{sA}-\text{cA})]}}.$$

40. Prob. « I tre vertici A, B, C di un triangolo, ed i tre A′, B′, C′ di » un tetraedro sono dati: per un punto qualunque M (fig. 21.) nel piano del triangolo » ABC si conducono le rette MA, MB, MC: si » prenda nello spazio un punto S tale che nel » tetraedro SA′B′C′, si abbia

$$\text{SA}'=\text{MA};\quad \text{SB}'=\text{MB};\quad \text{SC}'=\text{MC}$$

» il luogo del punto S è una superficie di secondo grado. »

Fig. 21.

Immaginiamo che il lato AC del triangolo ABC si prenda per asse delle ascisse, e che pel punto A sia guidato ortogonalmente l'asse delle ordinate. Il punto M sia definito dalle coordinate x, y e guidate le MA, MB, MC avremo

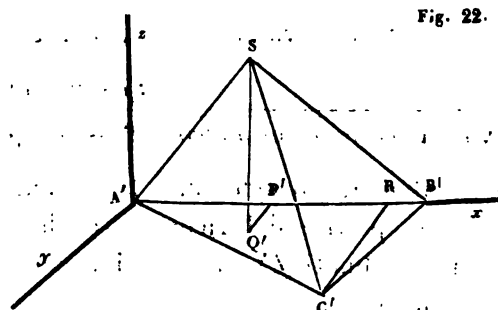
$$\overline{\text{MA}}^2=x^2+y^2$$
$$\overline{\text{MB}}^2=(c-x)^2+y^2$$
$$\overline{\text{MC}}^2=(b\cos \text{A}-x)^2+(b\,\text{sen A}-y)^2$$

avvertendo essere

$$\text{AB}=c,\ \text{AC}=b,\ \text{BC}=a$$

ed A, B, C gli angoli opposti.

Fig. 22.

Ciò premesso supponiamo che nel piano del triangolo A′B′C′ (fig. 19.) sia posta l'origine delle coordinate in A′, prendendo per asse delle ascisse quello che passa per A′ B′; una perpendicolare ad A′B′ nel piano del triangolo per quello delle y, ed una perpendicolare in A′ al piano dello stesso triangolo per quello delle z. Si prenda un qualsivoglia punto S nello spazio in modo che sia

(*) *Ove è da notarsi che per brevità si pongono le sole caratteristiche* s, c *in luogo delle consuete* sen, cos.

$$SA' = MA, \quad SB' = MB, \quad SC' = MC.$$

Rappresentate per X, Y, Z le coordinate del punto S e notando con

$$a_1, b_1, c_1; \quad A', B', C'$$

i lati e gli angoli opposti del triangolo A′ B′ C′ otterremo

$$\overline{SA'}^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$$
$$\overline{SB'}^2 = (c_1 - X)^2 + Y^2 + Z^2$$
$$\overline{SC'}^2 = (b_1 \cos A' - X)^2 + (b_1 \operatorname{sen} A' - Y)^2 + Z^2$$

e quindi per le (1)

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= X^2 + Y^2 + Z^2 \\ (c - x)^2 + y^2 &= (c_1 - X)^2 + Y^2 + Z^2 \\ (b \cos A - x)^2 + (b \operatorname{sen} A - y)^2 &= (b_1 \cos A' - X)^2 + (b_1 \operatorname{sen} A' - Y)^2 + Z^2 \end{aligned} \tag{2}$$

dalle quali eliminando x, y dedurremo l'equazione di condizione affinchè sieno coesistenti.

Da queste si deducono le due seguenti

$$c^2 - 2cx = c_1^2 - 2c_1 X$$
$$b^2 - 2bx \cos A - 2by \operatorname{sen} A = b_1^2 - 2b_1 X \cos A' - 2b_1 Y \operatorname{sen} A'$$

che ci danno

$$x = Q' X + P' \quad ; \quad y = P + Q X + R Y$$

nelle quali

$$Q' = \frac{c_1}{c} \quad ; \quad P' = \frac{c^2 - c_1^2}{2c}$$

$$P = \frac{abc \cos C + bc^2 \cos A - b_1^2 c}{2bc \operatorname{sen} A} \; ; \; Q = \frac{bc_1 \cos A - b_1 c \cos A'}{bc \operatorname{sen} A} \; ; \; R = \frac{b_1 \cos A'}{b \operatorname{sen} A}$$

Sostituiti questi valori nella prima delle (2) si ottiene

$$(Q'X + P')^2 + (P + QX + RY)^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$$

la quale ordinata che sia ci dà

$$(Q'^2 - 1) X^2 + (R^2 - 1) Y^2 - Z^2 + 2QRXY + 2(PQ + P'Q') X + 2PRY + P^2 + P'^2 = 0 \tag{3}$$

che rappresenta una superficie di second'ordine.

Se il triangolo che risulta dal congiungere tra loro i punti A′, B′, C′ sodisfi alle condizioni

$$A = A',\ B = B',\ C = C',\ \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$

essendo allora

$$bc_1 - b_1 c = 0$$

avremo

$$Q = 0;\ P = b \cos C\,(ac - a_1 c_1)$$

e rappresentati per s, s_1 le aree dei due triangoli simili avremo ancora

$$P = \frac{2b \cos C}{\operatorname{sen} B}\,(s - s_1)$$

e perchè

$$s_1 : s = b_1^2 : b^2 \quad ; \quad s_1 = \frac{b_1^2}{b^2}\, s$$

dunque

$$P = \frac{2s\,(b^2 - b_1^2) \cos C}{b \operatorname{sen} B},$$

e la (3) diventa

$$(Q'^2 - 1) X^2 + (R^2 - 1) Y^2 - Z^2 + 2P'Q'X + 2PRY + P^2 + P'^2 = 0 \qquad (4)$$

Tanto la (3) quanto la (4) rispetto la Z contenendo soltanto la sua potenza seconda, ci prova che il piano delle x, y è un piano diametrale della superficie.

Se nella (4) poniamo $Z = 0$, avremo

$$(Q'^2 - 1) X^2 + (R^2 - 1) Y^2 + 2P'Q'X + 2PRY + P^2 + P'^2 = 0 \qquad (5)$$

la quale è una ellisse quando

$$Q'^2 - 1 \quad , \quad R^2 - 1$$

sono del medesimo segno.

Nel caso attuale essendo

$$Q'^2 - 1 = \frac{(c_1 + c)(c_1 - c)}{c^2} \quad ; \quad R^2 - 1 = \frac{(b_1 + b)(b_1 - b)}{b^2}$$

ne risulta che dovendo essere per la somiglianza

$$c_1 > c; \quad b_1 > b; \quad \text{ovvero} \quad c_1 < c; \quad b_1 < b$$

la sezione è sempre una ellisse.

Ora se poniamo che la superficie venga tagliata da un piano qualunque parallelo al piano delle x, y, come $Z = \pm c_2$ la (4) diventa

$$(Q'^2 - 1) X^2 + (R^2 - 1) Y^2 + 2P'Q'X + 2PRY + P^2 + P'^2 - c_2^2 = 0 \qquad (6)$$

la quale appartiene egualmente ad ellisse fino a che sia

$$P^2 + P'^2 - c_2^2 \gtrless 0$$

ma lorchè giungesse ad essere

$$c_2 = \pm\sqrt{P^2 + P'^2}$$

la (6) si muta in

$$(Q'^2 - 1)X^2 + (R^2 - 1)Y^2 + 2P'Q'X + 2PRY = 0$$

la quale è verificata da

$$X = 0, \quad Y = 0, \quad Z = c_2 = \pm\sqrt{P^2 + P'^2}$$

e queste rappresentano due punti collocati sull'asse delle z e simmetricamente posti rispetto il piano delle x, y.

La questione trattata venne proposta dal Jacobi nel tomo IX degli Annali delle matematiche di Terquem e Gerono pag. 298, e fu risoluta dal Sig. Lecointe tomo XI pag. 314, partendo dalla equazione che collega tra loro le distanze tra cinque punti qualunque stabilità, da Carnot (*Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace*) pag. 7. La soluzione che ne abbiamo data è indipendente dalla formola di Carnot, e ci sembra più semplice.

41. Prob. In un tetraedro qualunque si domanda la relazione tra le sue facce e gli angoli diedri che formano.

Si rappresentino le facce con

$$ABC = f_1; \quad ABS = f_2; \quad BCS = f_3; \quad CAS = f_4$$

e dal vertice S s'intenda calata la perpendicolare SM (*): congiunto M coi tre vertici A, B, C è chiaro essere sempre

$$ABC = ABM + BCM + CAM$$

e pel noto teorema della proiezione di un area piana, convenendo di rappresentare gli angoli diedri coi simboli delle facce che li formano, avremo

$$f_1 = f_2 \cos(f_1 f_2) + f_3 \cos(f_1 f_3) + f_4 \cos(f_1 f_4)$$

onde una faccia qualunque è uguale alla somma delle altre tre moltiplicata ognuna pel coseno dell'angolo diedro che formano.

(*) La figura è facile di essere immaginata.

Se si moltiplica l'uno e l'altro membro per f_1 sarà

$$f_1^2 = f_1 f_2 \cos(f_1 f_2) + f_1 f_3 \cos(f_1 f_3) + f_1 f_4 \cos(f_1 f_4);$$

onde il sistema delle seguenti equazioni

$$f_1^2 = f_1 f_2 \cos(f_1 f_2) + f_1 f_3 \cos(f_1 f_3) + f_1 f_4 \cos(f_1 f_4)$$

$$f_2^2 = f_2 f_1 \cos(f_2 f_1) + f_2 f_3 \cos(f_2 f_3) + f_2 f_4 \cos(f_2 f_4)$$

$$f_3^2 = f_3 f_1 \cos(f_3 f_1) + f_3 f_2 \cos(f_3 f_2) + f_3 f_4 \cos(f_3 f_4)$$

$$f_4^2 = f_4 f_1 \cos(f_4 f_1) + f_4 f_2 \cos(f_4 f_2) + f_4 f_3 \cos(f_4 f_3).$$

le quali sommate danno la seguente

$$f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2$$
$$= 2 f_1 f_2 \cos(f_1 f_2) + 2 f_1 f_3 \cos(f_1 f_3) + 2 f_1 f_4 \cos(f_1 f_4)$$
$$+ 2 f_2 f_3 \cos(f_2 f_3) + 2 f_2 f_4 \cos(f_2 f_4) + 2 f_3 f_4 \cos(f_3 f_4).$$

Supponiamo ora che il tetraedro divenga trirettangolo in S, è chiaro che allora gli angoli diedri $(f_2 f_3)$, $(f_2 f_4)$, $(f_3 f_4)$ diventano retti onde i loro coseni sono nulli, e l'ultima equazione si muta in

$$f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2 = 2 f_1 f_2 \cos(f_1 f_2) + 2 f_1 f_3 \cos(f_1 f_3) + 2 f_1 f_4 \cos(f_1 f_4)$$

ma essendo

$$f_1 \cos(f_1 f_2) = f_2 \;;\; f_1 \cos(f_1 f_3) = f_3 \;;\; f_1 \cos(f_1 f_4) = f_4$$

ne risulta

$$f_1^2 = f_2^2 + f_3^2 + f_4^2$$

cioè il quadrato della faccia opposta all'angolo solido trirettangolo è uguale alla somma dei quadrati delle altre tre facce.

42. Prob. Nell' interno del tetraedro assegnare quel punto il quale congiunto coi quattro vertici, ne risultino quattro rette colle quali costruito un circuito gobbo questo risulti chiuso.

Sia O (fig. 20.) il punto richiesto, e questo abbia per coordinate X, Y, Z: ora è noto che se le quattro rette OA, OB, OC, OS formano un circuito chiuso, la somma algebrica delle loro proiezioni su di un asse qualunque è nulla. Si prenda per asse delle proiezioni quella delle x ed avremo, tenendo conto della direzione delle proiezioni

$$OB \cos(x_1 OB) + OC \cos(x_1 OC) - OA \cos(x_1 OA) - OS \cos(x_1 OS) = 0$$

Ora

$$\text{OB} \cos (x, \text{OB}) = c - \text{X} \quad ; \quad \text{OC} \cos (x, \text{OC}) = b \cos \text{A} - \text{X}$$

$$\text{OA} \cos (x, \text{OA}) = \text{X} \quad ; \quad \text{OS} \cos (x, \text{OS}) = \text{X} - x_1$$

e perciò sostituendo se ne ricava

$$\text{X} = \frac{x_1 + c + b \cos \text{A}}{4}$$

che d'altronde sappiamo essere l'ascissa del centro di gravità del tetraedro: dunque il punto dimandato è il centro di gravità del tetraedro.

43. **Prop.** Se in un tetraedro si prende un punto e si congiunge coi quattro vertici opposti, e quindi su di esse rette, partendo dal punto comune si portano delle lunghezze ognuna delle quali sia una quarta proporzionale dopo le perpendicolari calate dal vertice del dato tetraedro e dal punto comune sopra una faccia opposta, e la retta dagli estremi della quale partono le perpendicolari, si ottengono quattro lunghezze colle quali costruito un circuito gobbo questo risulta chiuso.

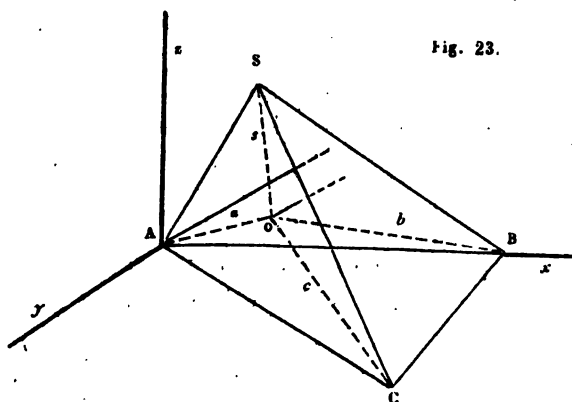
Fig. 23.

Sia O (fig. 23.) il punto qualunque e si rappresentino per H_1, h_1 le lunghezze delle perpendicolari calate da A, O sulla faccia opposta BSC: s'intendano guidate le rette OA, OB, OC, OS e su di queste prese le lunghezze $\text{O}a$, $\text{O}b$, $\text{O}c$, $\text{O}s$ tali da soddisfare alla condizione

$$\text{O}a : \text{OA} = h_1 : \text{H}_1 \quad \text{da cui} \quad \text{O}a = \text{OA} \frac{h_1}{\text{H}_1}$$

e così per le altre con analogo ragionamento troviamo

$$\text{O}b = \text{OB} \frac{h_2}{\text{H}_2} ; \quad \text{O}c = \text{OC} \frac{h_3}{\text{H}_3} ; \quad \text{O}s = \text{OS} \frac{h_4}{\text{H}_4} .$$

Ora se con $\text{O}a$, $\text{O}b$, $\text{O}c$, $\text{O}s$ costruiremo un circuito gobbo questo risulterà chiuso: di fatti si proiettino queste quattro lunghezze sopra un asse guidato pel punto O e parallelo alle perpendicolari H_1, h_1 ed avremo tenendo conto dell'andamento

$-Oa \cos(h_1, Oa) + Ob \cos(h_1, Ob) + Oc \cos(h_1, Oc) + Os \cos(h_1, Os)$

ove sostituiti i valori delle rette, sarà

$$-\frac{h_1}{H_1} OA \cos(h_1, Oa) + \frac{h_2}{H_2} OB \cos(h_1, Ob) + \frac{h_3}{H_3} OC \cos(h_1, Oc) + \frac{h_4}{H_4} OS \cos(h_1, Os):$$

Ma è facile riconoscere che

$$OA \cos(h_1, Oa) = H_1 - h_1 \quad ; \quad OB \cos(h_1, Ob) = h_1$$
$$OC \cos(h_1, Oc) = h_1 \quad ; \quad OS \cos(h_1, Os) = h_1$$

dunque la somma delle proiezioni diventa

$$-\frac{h_1}{H_1}(H_1 - h_1) + \frac{h_2}{H_2} h_1 + \frac{h_3}{H_3} h_1 + \frac{h_4}{H_4} h_1 = h_1 \left[\frac{h_1}{H_1} + \frac{h_2}{H_2} + \frac{h_3}{H_3} + \frac{h_4}{H_4} - 1\right] \quad (1)$$

Ovunque si trovi il punto O sempre si deve verificare che la somma algebrica dei volumi dei tetraedri deve eguagliare il volume del tetraedro dato, onde rappresentati per V_1, V_2, V_3, V_4, V questi volumi sarà

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 - V = 0 \quad (2)$$

Ma confrontando ognuno dei volumi componenti col volume totale troviamo che per ciascuno hanno luogo le seguenti

$$\frac{h_1}{H_1} = \frac{V_1}{V} \; ; \; \frac{h_2}{H_2} = \frac{V_2}{V} \; ; \; \frac{h_3}{H_3} = \frac{V_3}{V} \; , \; \frac{h_4}{H_4} = \frac{V_4}{V}$$

e perciò deducendo da queste relazioni i valori dei volumi dati in funzione delle altezze e del volume totale avremo per la (2)

$$V\left(\frac{h_1}{H_1} + \frac{h_2}{H_2} + \frac{h_3}{H_3} + \frac{h_4}{H_4} - 1\right) = 0$$

la quale non può essere verificata che essendo

$$\frac{h_1}{H_1} + \frac{h_2}{H_2} + \frac{h_3}{H_3} + \frac{h_4}{H_4} - 1 = 0 \quad (3)$$

Dunque la somma delle proiezioni sopra un asse qualunque condotto per O essendo nulla il circuito è chiuso.

11. Cor. Dalla proprietà dimostrata ne deriva che la risultante di un tale sistema di rette è nulla, onde ha luogo la formola seguente

$$\sum . \overline{Oa}^2 + 2 . \sum Oa \times Ob \cos(AOB) = 0$$

e sostituendo avremo ancora

$$\sum \overline{OA}^2 \times \frac{h_1^2}{H_1^2} + 2 \sum OA \times OB \frac{h_1 h_2}{H_1 H_2} \cos(AOB) = 0$$

e per le relazioni fra le altezze ed i volumi si avrà

$$\sum \overline{OA}^2 \times V_1^2 + 2\sum OA \times OB . V_1 V_2 \cos (AOB) = 0$$

Questa equazione risolve la questione 990 proposta dal Sig. H. Faure nella seconda serie dei Nuovi Annali di matematica Tom. IX pag. 192, e della quale si sono occupati i Signori Ernesto Padova ed H. D'Ovidio.

Se il punto O si prendesse al centro della sfera circoscritta risulterebbero allora

$$OA = OB = OC = OS$$

e così l'ultima equazione diverrebbe

$$\sum . V_1^2 + 2\sum V_1 V_2 \cos (AOB) = 0$$

che dà una relazione tra i volumi componenti analoga alla relazione fra le rette.

Essendo

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

sarà pure

$$V^2 = \sum V_1^2 + 2 \sum V_1 V_2$$

dunque

$$V^2 = 2 \sum V_1 V_2 [1 - \cos (AOB)].$$

45. Prob. Se per due spigoli opposti di un tetraedro si fanno passare due piani questi si tagliano, e supposto ch'essi piani vadano mutando direzione con continuità si domanda il luogo geometrico dell' intersecazione, quando questa ha luogo sotto un angolo retto.

Siano i due spigoli BC, AS opposti: l' equazione generale del piano che deve passare per BC è

$$A_1 x + B_1 y + z + D_1 = 0 \qquad (1)$$

ed essendo

$$x = c, \quad y = 0, \quad z = 0$$

$$x = b \cos A, \quad y = b \operatorname{sen} A, \quad z = 0$$

e per le coordinate dei punti B, C, avremo

$$A_1 c + D_1 = 0 \ ; \quad A_1 b \cos A + B_1 b \operatorname{sen} A + D_1 = 0 \qquad (2)$$

dalle quali

$$A_1 (c - b \cos A) - B_1 b \operatorname{sen} A = 0$$

e per le note relazioni fra i lati e le funzioni circolari degli angoli di un triangolo rettilineo sarà pure

$$A_1 \cos B - B_1 \operatorname{sen} B = 0, \qquad (3)$$

Ora togliendo la prima delle (2) dalla (1) avremo

$$-A_1 (c - x) - B_1 y + z = 0 \qquad (4)$$

ed in questa sostituito il valore di B_1 dedotto dalla (3) ne ricaveremo la seguente

$$A_1 x + A_1 \cot B . y + z - A_1 c = 0 \qquad (5)$$

nella quale resta indeterminata A_1 ed è per questo elemento che il piano in questione può ruotare con continuità intorno la retta che passa per BC.

Si consideri ora il piano che deve passare per lo spigolo AS: la sua equazione generale è

$$A_2 x + B_2 y + z = 0 \qquad (6)$$

e perchè questa equazione deve essere verificata dalle coordinate x_1, y_1, z_1, avremo

$$A_2 x_1 + B_2 y_1 + z_1 = 0$$

dalla quale

$$B_2 = -A_2 . \frac{x_1}{y_1} - \frac{z_1}{y_1}$$

che sostituito nella (6) ci dà

$$A_2 y_1 . x - (A_2 x_1 + z_1) y + y_1 z = 0 \qquad (7)$$

Se rappresentiamo per φ l'angolo fatto da due piani di equazioni

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

$$A'x + B'y + C'z + D' = 0$$

è noto essere

$$\cos \varphi = \frac{AA' + BB' + CC'}{\sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)(A'^2 + B'^2 + C'^2)}} \qquad (8)$$

ed essendo nel caso presente

$$A = A_1 \quad ; \quad B = A_1 \cot B \quad ; \quad C = 1$$

$$A' = A_2 y \; ; \quad B' = -(A_2 x_1 + z_1) \; ; \quad C' = y_1$$

la (8) diverrà

$$\cos \varphi = \frac{A_1 A_2 y_1 - A_1 (A_2 x_1 + z_1) \cot B + y_1}{\sqrt{(A_1^2 + A_1^2 \cot^2 B + 1)\left[A_2^2 y_1^2 + (A_2 x_1 + z_1)^2 + y_1^2\right]}} \qquad (9)$$

Se ora ammettiamo la coesistenza delle equazioni (5), (7) e da esse deduciamo

i valori delle A_1, A_2 in funzione delle coordinate comuni x, y, z e li sostituiremo nella (9) otterremo l'equazione di una superficie la quale sarà il luogo geometrico di tutte le intersecazioni di quei piani i quali passando per due spigoli opposti di un tetraedro si tagliano sempre sotto un angolo medesimo. Il problema diventa più semplice quando i piani si taglieranno sotto un angolo retto, chè allora la (9) diventa

$$A_1 A_2 y_1 - A_1 (A_2 x_1 + z_1) \cot B + y_1 = 0$$

ovvero

$$A_1 A_2 (y_1 - x_1 \cot B) - A_1 z_1 \cot B + y_1 = 0$$

Ora essendo

$$A_1 = \frac{-z}{(x-c) + y \cot B} ; \quad A_2 = \frac{z_1 y - z y_1}{y_1 x - y x_1}$$

ne risulta

$$-(z_1 . zy - z^2 y_1)(y_1 - x_1 \cot B) + z_1 z (y_1 x - y x_1) \cot B + y_1 (y_1 x - y x_1) [(x-c) + y \cot B] = 0$$

la quale rappresenta una superficie di secondo ordine, e per riconoscere la specie si eseguiscano l'indicate operazioni per ordinare l'equazione e si troverà

$$\left.\begin{array}{l} y_1^2 . x^2 - x_1 y_1 \cot B . y^2 + (y_1^2 - x_1 y_1 \cot B) z^2 - (x_1 y_1 - y_1^2 \cot B) xy \\ \quad + z_1 y_1 \cot B . zx - z_1 y_1 . zy - c y_1^2 . x + c x_1 y_1 . y \end{array}\right\} = 0$$

dalla quale risulta che la superficie passa per la origine delle coordinate.

Considerando la sezione principale corrispondente a $z = 0$ si ottiene

$$y_1^2 . x^2 - x_1 y_1 \cot B . y^2 - (x_1 y_1 - y_1^2 \cot B) xy - c y_1^2 . x + c x_1 y_1 . y = 0$$

per la quale si ha

$$(x_1 y_1 - y_1^2 \cot B)^2 - 4 \, x_1 y_1^3 \cot B$$

che si riduce ad

$$(x_1 y_1 + y_1^2 \cot B)^2$$

che per tutti i possibili valori degli elementi che lo compongono è costantemente positivo, onde la linea che contorna la sezione è una iperbole.

Se la superficie si taglia con piani paralleli al piano delle x, y s'introduce nell'equazione un termine costante, e sussiste sempre la stessa condizione. Dunque tutte le sezioni sono iperbole.

Per la sezione principale corrispondente ad $x = 0$ abbiamo

$$(y_1^2 - x_1 y_1 \cot B) z^2 - x_1 y_1 \cot B . y^2 - z_1 y_1 . zy - c x_1 y_1 . y = 0$$

e la funzione

$$z_1^2 y_1^2 - 4 x_1 y_1^2 \cot B (y_1 - x_1 \cot B)$$

prendendo la forma

$$y_1^2 [z_1^2 - 4 x_1 \cot B (y_1 - x_1 \cot B]$$

si riconosce che la specie della linea dipende dal fattore

$$z_1^2 - 4 x_1 \cot B. (y_1 - x_1 \cot B).$$

il quale essendo composto di termini positivi e negativi può dar luogo a più casi.

Nella stessa guisa si ragionerebbe per la sezione principale corrispondente ad $y = 0$.

46. Prob. Assegnare il luogo geometrico di quei punti dai quali calate le perpendicolari sulle facce del tetraedro, pei piedi di tre di esse perpendicolari passi un piano che risulti parallelo alla quarta faccia del tetraedro.

La soluzione di questo problema si ha immediatamente dalle formole che danno le coordinate dei piedi delle perpendicolari. Poniamo di fatti che il piano debba risultare parallelo al piano delle x, y, sarà allora

$$Z_1 = Z_2 = Z_3$$

dalle quali dedurremo le seguenti due equazioni coesistenti

$$[y \operatorname{sen}(AB) - z \cos(AB)] \cos(AB)$$
$$= -\cos(BC) [x \operatorname{sen} B \operatorname{sen}(BC) + y \cos B \operatorname{sen}(BC) - z \cos(BC) - c \operatorname{sen} B \operatorname{sen}(BC)],$$
$$[y \operatorname{sen}(AB) - z \cos(AB)] \cos(AB)$$
$$= -\cos(AC) [x \operatorname{sen} A \operatorname{sen}(AC) - y \cos A \operatorname{sen}(AC) - z \cos(AC)],$$

che possiamo mettere sotto altra forma

$$x \operatorname{sen} B \operatorname{sen}(BC) \cos(BC) + y [\operatorname{sen}(AB) \cos(AB) + \cos B \operatorname{sen}(BC) \cos(BC)]$$
$$+ z [\cos^2(BC) - \cos^2(AB)] - c \operatorname{sen} B \operatorname{sen}(BC) \cos(BC) = 0.$$
$$x \operatorname{sen} A \operatorname{sen}(AC) \cos(AC) + y [\operatorname{sen}(AB) \cos(AB) - \cos A \operatorname{sen}(AC) \cos(AC)]$$
$$- z [\cos^2(AB) - \cos^2(AC)] = 0$$

Queste rappresentando due piani coesistenti, ne siegue che il luogo geometrico dimandato è una retta la cui posizione dipende dagli elementi del tetraedro.

APPENDICE

Al (§. 17) nel quale si considerano i piani bisettori degli angoli diedri di un triedro aggiungeremo il seguente:

Teorema. I piani bisettori degli angoli diedri di un triedro si tagliano lungo una medesima retta.

Ritenute le denominazioni stabilite al (§. 1) supponiamo che si consideri il triedro S e quindi i piani bisettori degli angoli diedri (AS), (BS), (CS): dopo quanto esponemmo al (§. 14) l'equazioni naturali dei piani bisettori saranno

$$l_1 = - l_3 \;;\quad l_1 = - l_2 \;;\quad l_2 = l_3 \qquad (1)$$

Se in luogo di questi simboli porremo i loro valori dati in funzione lineare delle coordinate (§. 1, 2, 3) avremo per la prima equazione

$$x \operatorname{sen} A \operatorname{sen}(AC) - y\left[\operatorname{sen}(AB) + \cos A \operatorname{sen}(AC)\right] - z\left[\cos(AB) - \cos(AC)\right] = 0$$

ove x, y, z rappresentano le coordinate di qualunque punto del piano bisettore l'angolo diedro (AS).

Per la seconda equazione troveremo facilmente

$$x \operatorname{sen} B \operatorname{sen}(BC) + y\left[\operatorname{sen}(AB) + \cos B \operatorname{sen}(BC)\right] + z\left[\cos(BC) - \cos(AB)\right] - c \operatorname{sen} B \operatorname{sen}(BC) = 0 \quad (3)$$

che rappresenta l'equazione del piano bisettore l'angolo diedro (BS), onde le coordinate x, y, z appartengono a qualunque suo punto. La coesistenza delle (2), (3) danno una retta che dal vertice S va ad incontrare la faccia opposta del tetraedro, e lungo questa retta passa anche il piano bisettore del diedro (CS). Di fatti per la terza equazione delle (1) in coordinate rettilinee troviamo

$$\begin{aligned} x\left[\operatorname{sen} B \operatorname{sen}(BC) + \operatorname{sen} A \operatorname{sen}(AC)\right] + y\left[\cos B \operatorname{sen}(BC) - \cos A \operatorname{sen}(AC)\right] \\ + z\left[\cos(BC) - \cos(AC)\right] - c \operatorname{sen} B \operatorname{sen}(BC) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

la quale risulta formata della somma delle due antecedenti, e perciò coesiste con esse e pei medesimi valori delle variabili x, y, z onde questo piano bisettore passa per quella retta medesima lungo la quale s' intersecano gli altri due.

È facile riconoscere che se avessero luogo le condizioni

$$(AB) = (BC) = (CA)$$

i piani bisettori dei diedri sarebbero pure bisettori degli angoli piani A, B, C alla base del tetraedro.

Di fatti nella (2) si ponga

$$(AB) = (AC), \quad e \quad z = 0$$

e si trova

$$y = x \text{ tang } \tfrac{1}{2} A:$$

nella (3) si faccia

$$(AB) = (BC), \quad e \quad z = 0$$

e ne risulta

$$x \text{ sen } B + y\,(1 + \cos B) - c \text{ sen } B = 0$$

dalla quale

$$y = - x \text{ tang } \tfrac{1}{2} B - c \text{ tang } \tfrac{1}{2} B$$

che è la bisettrice dell'angolo B: finalmente nella (4) posto

$$(AC) = (BC), \quad e \quad z = 0$$

si ottiene

$$x\,(\text{sen } A + \text{sen } B) + y\,(\cos B - \cos A) - c \text{ sen } B = 0$$

la quale con facilità si proverebbe essere la bisettrice dell'angolo C, perchè questa equazione si può ottenere egualmente col prendere un punto nell'interno del triangolo ABC e col calare da esso le perpendicolari sopra i lati AC, BC e coll'eguagliare i valori di esse perpendicolari.

In aggiunta al (§. 20) dimostreremo il seguente:

TEOREMA. I parallelogrammi di aree equivalenti sono egualmente distanti dal massimo.

Immaginiamo di fatti due parallelogrammi l'uno da una parte e l'altro dall'altra rispetto il massimo. Conservate le denominazioni fissate al (§. 20), si dicano x, x_1 le distanze valutate su di h dei due parallelogrammi dal massimo corrispondente ad $\frac{1}{2}\,h$. Per le aree dei due parallelogrammi avremo facilmente le due espressioni seguenti

$$\frac{bb_1}{h^2}\left(\tfrac{1}{4}h^2 - x^2\right) \;;\; \frac{bb_1}{h^2}\left(\tfrac{1}{4}h^2 - x_1^2\right)$$

le quali obbligate ad essere eguali ci danno

$$x = x_1$$

la quale prova il teorema.

Al (§. 27) faremo seguire il:

Teorema. Le rette che, congiungendo i punti medi degli spigoli opposti, passano pel centro di gravità, sono da questo bisecate.

Dalla (4) del (§. 27) risulta che le coordinate del centro di gravità del tetraedro sono

$$x = \frac{x_1 + c + b \cos A}{4}; \quad y = \frac{y_1 + b \operatorname{sen} A}{4}; \quad z = \frac{z_1}{4}$$

e quelle del punto n (fig. 9) sono rappresentate da

$$\frac{x_1}{2}, \ \frac{y_1}{2}, \ \frac{z_1}{2} .$$

onde indicata per δ la distanza che corre tra il centro di gravità ed n abbiamo

$$\delta^2 = \tfrac{1}{16}\left[(c + b \cos A - x_1)^2 + (b \operatorname{sen} A - y_1)^2 + z_1^2\right]:$$

notata quindi con δ_1 la distanza tra il centro di gravità ed il punto m dato dalle coordinate

$$x = \frac{c + b \cos A}{2}; \quad y = \frac{b \operatorname{sen} A}{2}, \quad z = 0$$

troviamo essere egualmente

$$\delta_1^2 = \tfrac{1}{16}\left[(c + b \cos A - x_1) + (b \operatorname{sen} A - y_1)^2 + z_1^2\right]$$

dunque

$$\delta = \delta_1$$

onde la lunghezza mn è bisecata dal centro di gravità.

MÉTHODE NOUVELLE POUR ÉTABLIR LA FORMULE DE LA HAUTEUR MÉTACENTRIQUE

PAR L. E. BERTIN

(Memoria presentata dal Sig. Comm. A. CIALDI)

L'expression analytique du couple qui tend à redresser un corps flottant incliné d'un petit angle φ par rapport à sa position d'équilibre, a été établie, comme on sait, par Euler, en décomposant le couple réel en deux couples fictifs. Le premier de ces deux couples comprend le poids P et la poussée V que l'on suppose restée appliquée à son ancien point d'application C; son moment est:

$$(1) \qquad - P a \sin \varphi,$$

a étant la hauteur du centre de gravité au-dessus du centre de carène. Le second couple se compose de la poussée sur le ménisque immergé et de la poussée sur le ménisque émergé prise en sens contraire. Son moment est:

$$(2) \qquad \tfrac{2}{3} p \, \Sigma y_0^3 \, \partial x \sin \varphi ;$$

p est le poids spécifique du liquide, y_0 représente une série de demi-ordonnées de la flottaison, situées à une distance constante ∂x, les unes des autres.

Bouguer donna ensuite la représentation géométrique du couple total de stabilité, en introduisant la notion du métacentre; la formule

$$(3) \qquad P (\rho - a) \sin \varphi,$$

dans laquelle ρ représente le rayon de courbure de la courbe des centres de carène a été acceptée, depuis lors, pour représenter le moment total de stabilité.

Pour obtenir la valeur de ρ définie par Bouguer, on calcule d'abord la stabilité, suivant le procédé d'Euler en prenant les moments des volumes des deux ménisques; on égale l'une à l'autre les deux valeurs du moment de stabilité obtenues par des considérations différentes, et on déduit de l'équation la valeur connue

---

NOTA — En employant le langage scientifique usité aujourd'hui, il peut être utile de rappeler que, ni Euler, ni Bouguer, n'ont parlé de couples. Les anciens auteurs considéraient seulement les forces isolées et leurs moments. L'introduction des couples en mécanique est due, je crois, à Poinsot.

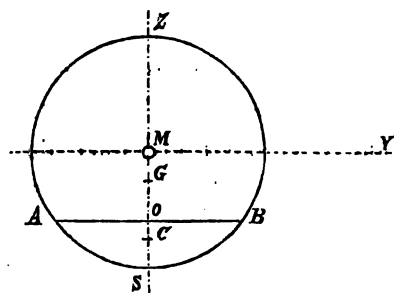
$$\rho = \frac{2}{3}\frac{\Sigma y_0^3 \partial x}{V},$$

dans laquelle V représente le volume de la carène.

Il est possible, en partant de la définition même du métacentre, de calculer directement, la valeur de ρ, sans recourir à la décomposition du couple de stabilité en deux parties distinctes, et en s'appuyant simplement sur une propriété élémentaire du cercle que je vais établir d'abord.

Dans un cercle, le moment de la surface d'un segment quelconque ASB *par rapport au centre* M *est égal aux deux tiers du cube de la demi-corde* OB *du segment.*

Soit en effet R le rayon du cercle; appelons y_0 la demi-corde OB, z_0 la distance MO et M le moment cherché. Rapportons la figure aux deux axes de coordonnées MY et MZ; nous avons

$$M = 2\int_{z_0}^{R} y z \, dz;$$

et, en vertu de l'équation du cerle $y^2 + z^2 = R^2$,

$$M = 2\int_{z_0}^{R} \sqrt{R^2 - z^2}\, z \, dz;$$

la valeur devient en effectuant l'intégration

$$M = \frac{2}{3}(R^2 - z_0^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} y_0^3.$$

Appliquons maintenant cette formule au calcul de la stabilité.

Si le corps flottant est un cylindre ou un segment de cylindre, dont la portion immergée est le segment ASB, et dont le centre de gravité est situé en G, on voit immédiatement que la condition d'équilibre est que le point G soit au-dessous de M. Le moment de stabilité, pour une inclinaison φ quelconque, grande ou petite, est

$$P \times MG \sin \varphi.$$

ou, en appelant C le centre de carène, et en posant, suivant les notations de Bouguer MC $= \rho$ et GC $= a$,

$$P(\rho - a)\sin\varphi$$

Le moment M, qui vient d'être calculé, étant égal à V ρ, on a

$$\rho = \frac{2}{3}\frac{y_0^3}{V}.$$

Si l'on passe du flotteur cylindrique au flotteur ayant la forme d'une surface de révolution quelconque dont l'axe est en M, cet axe M jouit encore de la propriété d'être rencontré par la direction de la poussée, quel que soit l'angle d'inclinaison φ; le moment de stabilité peut se calculer comme précédemment, en prenant la différence des moments par rapport au point M, de la poussée appliquée en C et du poids appliqué en G. En appelant toujours ρ la distance du centre de carène à l'axe M, on a dans ce cas

$$\rho = \frac{2}{3}\frac{\Sigma y_0^3\,\delta x}{\Sigma\, s\,\delta x};$$

la surface de révolution est supposée, pour les calculs des moments, décomposée en une série de tranches d'épaisseur constante δx; dans chaque tranche la demi-ordonnée de la flottaison est y_0 et la surface de la section transversale est S. L'expression de ρ peut s'écrire

$$\rho = \frac{2}{3}\frac{\delta x\,\Sigma y_0^3}{V},$$

en remarquant que $\Sigma\, s\,\delta x$ est le volume immergé de la carène.

Si enfin on considère un flotteur de forme quelconque et qu'on lui donne des inclinaisons infiniment petites, la poussée passe constamment par le centre de courbure de la courbe des isocarènes qui joue le même rôle que l'axe M dans les deux cas précédents. Les déplacements du centre de carène ne dépendent que du volume total de la carène et de la forme de la flottaison, l'influence de la forme des sections transversales étant négligeable pour des angles infiniment petits. Le rayon de courbure de la ligne des isocarènes du flotteur considéré est donc égal au rayon du cercle des isocarènes d'un flotteur de même flottaison et de même volume immergé, qui aurait la forme d'un solide de révolution; ce rayon est donné par la formule

$$y = \frac{2}{3}\frac{\delta x\,\Sigma y_0^3}{V},$$

qui est ainsi générale.

En résumé le métacentre, tel que Bouguer l'a défini, est l'axe du flotteur de révolution auquel un flotteur quelconque peut être assimilé au point de vue de la stabilité initiale, et l'expression de la hauteur métacentrique peut être établie directement d'après cette propriété.

COMUNICAZIONI

Il Segretario presenta il dispaccio dell'Emo Card. Antonelli col quale vengono approvate da S. S. le nomine fatte dall'Accademia del nuovo Segretario Cav. Prof. Michele Stefano de Rossi, del Vice-Segretario Cav. Prof. Tito Armellini e dei quattro nuovi membri ordinari Prof. Gaetano Tancioni, Prof. Vincenzo De Rossi-Re, Prof. Domenico Colapietro, Ingegnere Cav. Filippo Guidi.

Il medesimo Segretario riferisce all'Accademia l'approvazione data dallo stesso Emo Card. Antonelli al rendiconto dell'Esercizio dell'anno 1874-1875.

COMITATO SEGRETO

L' Accademia riunitasi in Comitato segreto procedette alla votazione per l'elezione di un nuovo membro del Comitato accademico nel posto vacato, per essere il Prof. de Rossi divenuto Segretario ed appartenente perciò con tale qualifica al suddetto Comitato. Rimase eletto a tale officio il Prof. Cav. Tito Armellini.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

R. P. Angelo Secchi Presidente – Monsignor Francesco Regnani – Prof. Mattia Azzarelli – Comm. Alessandro Cialdi – Conte Francesco Castracane – Prof. Tito Armellini – Prof. Domenico Colapietro – R. P. Stanislao Ferrari – Prof. Vincenzo De Rossi-Re – Monsignor Francesco Nardi – D. Baldassarre Boncompagni – Prof. M. S. De Rossi Segretario.

L'Accademia riunitasi alle ore 3 ½ pom. si sciolse alle ore 5.

OPERE VENUTE IN DONO

1. ANZI (MARTINO). — *Enumeratio Muscorum Longobardiæ Superioris auctore presbyt. Martino Anzi ecclesiæ cathedr. novo. comensis canonico.* In 4.°
2. *Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles publiées par la Société Hollandaise des Sciences à Harlem, et rédigées par E. H. Von Baumhauer, Secrétaire de la Société*, ecc. — Tome X. — 1re, 2e, 3e Livraisons — La Haye Martinus Nijhoff, ecc. 1875. In 8.°
3. *Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti Dal Novembre 1875 all'Ottobre 1876* — Tomo Secondo, Serie Quinta — *Dispensa Prima* — Venezia presso la Segreteria dell'Istituto nel Palazzo Ducale Tip. Grimaldo e C. 1875—76. In 8.°

4. BELLAVITIS (Prof. Giusto). — *Quarta parte della Duodecima rivista di giornali presentata al R. Istituto veneto nell'agosto 1875 dal prof. Giusto Bellavitis Membro effettivo del R. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti.* In 8.°

5. BERTIN (M.) — *Société Linnéenne de Normandie — Communication verbale sur la théorie des vagues par M. Bertin*, ecc. Caen, Imprimerie de F. le Blanc-Hardel, Rue Froide, 2 et 4. 1875. In 8.°

6. *Bullettino del Vulcanismo italiano. Periodico geologico ed archeologico per l'osservazione e la storia dei fenomeni endogeni nel suolo d' Italia redatto dal Cav. Prof. Michele Stefano De Rossi* — Anno II. — Fascicolo IX, X, XI, XII. — Settembre. Ottobre, Novembre e Decembre 1875. — Anno III. — Fascicolo I. II. — Gennaio e Febbraio 1876, ecc. Roma tipografia della Pace Piazza della Pace N. 35. 1876. In 8.°

7. *Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. Boncompagni*, ecc. Tomo VIII. — Agosto 1875. — Roma, tipografia delle Scienze matematiche e fisiche Via Lata Num.° 211 A. In 4.°

8. DE ROSSI RE (Vincenzo.) — *Tavole dei valori relativi dei vari elementi degli Archi Circolari da 0° a 180° calcolate di 20 in 20 minuti da Vincenzo De Rossi-Re*, ecc. Roma 1863. Tipografia di G. Chiassi *Piazza Monte Citorio* 118 *e* 119. In 8.°

9. —— *Della Planaltimetria o delle carte dimostranti la giacitura de'terreni nel senso orizzontale insieme e nel verticale. Memoria di Vincenzo De Rossi Re*, ecc. Roma, Tipografia Chiassi 1865. In 8.°

10. —— e MARINI (Giulio). — *Nuovo Anemografo di Vincenzo De-Rossi-Re Capitano del Genio e di Giulio Marini Capitano di Artiglieria*, ecc. Roma, Tipografia piazza di Monte Citorio N. 119 1867. In 8.°

11. FABIANI (Can.° Enrico). — *In morte di Vincenzo Diorio Ragionamento di Enrico Can. Fabiani*. Roma, Tipografia Poliglotta della S. C. di Propaganda 1876. In 8.°

12. FAVARO (Antonio). — *Nuovi studi intorno ai mezzi usati dagli antichi per attenuare le disastrose conseguenze dei terremoti per Antonio Favaro Professore nella R. Università di Padova*, ecc. Venezia, Tipografia Grimaldo e C. 1875. In 8.°

13. —— *Di alcuni fenomeni che accompagnano i Terremoti e dei mezzi atti ad attenuarne gli effetti. Nota per Antonio Favaro*, ecc. Estratto dalla *Rivista Scientifico-Industriale* di Firenze Firenze Tipografia Editrice dell'Associazione Via Valfonda, 79. 1876. In 8.°

14. —— *Intorno ad alcuni studi del Dr Schmidt sui Terremoti per Antonio Favaro*, ecc. Estratto dalla *Rivista Scientifico-Industriale* di Firenze. Firenze Tipografia Editrice dell'Associazione Via Valfonda, 79. 1876. In 8.°

15. *Mémoires de la société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux* — Tome I (2e Série) — 2e Cahier — Paris. Gauthier-Villars, ecc. 1876. In 8.°

16. *Mittheilungen der kais. und königl. geographischen Gesellschaft in Wien* 1874. — XVII. Band (der neuen Folge VII). — *Redigiert von ihrem Generalsecretär M. A. Becker*. Wien, 1874. In 8.°

17. *Monatsbericht der königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*. — November 1875. *Mit* 1 *Tafel*. Berlin 1876. In 8.°

18. *Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux aux facultés, rue Monbazon, N° 4.* — Extrait des Procès-verbaux des séances, ecc. Bordeaux G. Gounouilhou, imprimeur de la Société 11, Rue Guiraude, 11. In 8.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE IVª DEL 19 MARZO 1876

PRESIDENZA DEL P. ANGELO SECCHI

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

NUOVI ARGOMENTI A PROVARE CHE LE DIATOMEE RIPRODUCONSI PER MEZZO DI GERMI

MEMORIA

DEL SIG. CONTE ABATE FRANCESCO CASTRACANE

Non v'è certamente chi non intenda, quanta per chiunque voglia con frutto adoprarsi attorno la biologia tanto animale che vegetale sia l'importanza, se non anche la necessità, e della conoscenza e, se possibile sia, di una piena contezza del processo di riproduzione, che la natura ha assegnato a un qualunque ordine di organismi. Le ricerche intorno l' origine della vita, o meglio la considerazione dei primi fenomeni o manifestazioni di quella, forma il soggetto della embriologia, la quale se più frequentemente suole versare nello studio dell' uovo, non è men vero che anche la pianta ed ogni organismo vegetale nel suo primo sviluppo non sia egualmente di spettanza dell' embriologo. Questi nelle sue minute ricerche, nella osservazione quotidiana e comparativa dell'intima struttura dell'uovo nei diversi stadi di incubazione, tenta sorprendere l'arcano principio della vita, e di ciò che la costituisce. Che se la scienza non arriva, e forse non arriverà, ad alzare il velo, che

nasconde un così misterioso processo, però da tali indagini ritrae grandissimo vantaggio nel riconoscere, come la evoluzione dell'uovo sia essenzialmente eguale e costante nei diversi tipi, quantunque apparentemente il sistema di riproduzione di taluno organismo appaia discostarsi totalmente dall'usato. Il progresso di tale studio e le minute diligenti ricerche, che con la scorta del microscopio vanno ognora estendendosi, hanno sempre più dimostrato la verità dell'antico assioma = *Omne vivum ex ovo* = cosicchè, se non altro per argomento di analogia, si dovrà riconoscere, che l'istessa legge comprende il regno vegetale; per cui non vi sarà in quello alcun tipo o alcun organismo dal cedro sublime all'umile musco, dall'albero più eccelso all' infima crittogama, la di cui origine non debbasi riconoscere come procedente da un seme o da un germe. Difatti quasi da tutti si conosce, come per il progresso delle nostre cognizioni a rigore di termine non v'è vera crittogama, o, se taluna può dirsi tale, lo è soltanto momentaneamente, finchè cioè il progresso delle nostre ricerche non arrivi a dimostrarne l'origine in un minimo seme o sporula, la di cui picciolezza la sottrasse alle indagini dei precedenti osservatori.

Nello studio speciale, che da più anni mi occupa, su l'argomento dell'interessantissimo e sopra tutti curioso ordine delle Diatomee, ebbi sin dai primordii l'avventura di vedere remunerate le mie pazienti ricerche dall'imbattermi ad osservare, quanto chiaramente mi dimostrava, che quelle singolari creature anche esse dovevano la loro origine da minutissimi germi, ora sviluppantisi in seno ad una spóra, ed ora organizzantisi isolatamente e all'esterno della cellula madre (1). In seguito dalla fortunata circostanza di aver sorpreso nel campo del microscopio una *Podosfenia* nel momento di dare esito ad alcune piccole forme rotonde e dall'averne potuto constatare le più minute circostanze (essendosi il tutto svolto sotto i miei occhi), potei con tutta la certezza riconoscere e dimostrare, che nelle Diatomee esiste lo stato e la forma embrionale, il che include l'idea di un seme o di un germe qualunque riproduttore. A corroborare tale dimostrazione e a convalidare l' argomento, addussi analoghe e parallele osservazioni, le quali furono già registrate negli annali della scienza, e dovevansi alla irrefragabile testimonianza dei due chiarissimi naturalisti O' Meara e Rabenhorst (2). Ma l' importanza

---

(1) Sulla moltiplicazione e riproduzione delle Diatomee. Atti dell'Accad. Pont. dei nuovi Lincei. Anno XXI, Sessione IV.ª del 19 Aprile 1868.

(2) Osservazioni sopra di una Diatomea del genere *Podosphenia*. Atti dell' Accad. Pont. dei nuovi Lincei. Anno XXII, Sessione V.ª del 18 Aprile 1868.

dell'argomento ed il vedere come la opinione da me emessa, che le Diatomee vengano precipuamente riprodotte per mezzo di germi, quantunque tale idea non venisse esclusa e anzi dicevasi probabile, richiedendosene però ulteriore e più estesa dimostrazione e conferma, perchè fosse definitivamente accettata, mi persuase il riassumere a trattare un tale tema, come feci nella Tornata Accademica tenuta al 31 di Maggio 1874 (1). E a quel lavoro mi valse di ulteriore eccitamento l'intendere una teoria contraria emessa dall'illustre botanico il Dottor Pfitzer di Bonn la quale teoria io potei conoscere e meditare per mezzo della bella analisi, che ne fu data dal micrografo Irlandese O'Meara nel *Quarterly Journal of microscopical science*.

Nella sopracitata memoria credo avere pienamente dimostrato, come la riproduzione delle Diatomee per temnogenesi o fissiparità e con l'intervento a quando a quando della *auxospora* a ricondurre la sempre decrescente dimensione dei frustuli o individui alla primitiva grandezza, quantunque dovesse riconoscersi costituire una ingegnosissima teoria, ed essere fondata sopra talune osservazioni di fatto, lungi dal doversi considerare come la regola, non poteva accettarsi altro che per una eccezione, e come propria soltanto ad alcuni generi, mentre un tale sistema di riproduzione non sarebbe stato consentaneo alla importanza gravissima e alla universalità delle Diatomee ed allo scopo, al quale nella mirabile economia della Creazione sono ordinate. Inoltre la circostanza della differenza costante nelle particolarità strutturali delle due valve dell'individuo in alcuni generi e la dissomiglianza costante di posizione fra quelle di taluni altri, mi fornirono argomento a dimostrare l'incompatibilità in quei generi del processo di autofissione. Di fatti quel processo, il quale piuttosto che riproduzione dovrebbe dirsi semplicemente moltiplicazione, non mai per quanto io ne possa conoscere fu riscontrato nei generi, i quali sono costituiti da frustuli aventi due valve dissimili, come le *Cocconeis* gli *Achnathes*, che abbiano le due valve ad assi di figura incrociantisi come gli *Aulisous* e *Campylodisous*, o anche semplicemente accoppiate in modo, che non vi sia mai corrispondenza fra le parti omologhe, come è degli *Asteromphalos* delle *Asterolampra* e di altri generi.

Ma la importanza potissima dell'argomento della riproduzione nelle Diatomee, in ordine altresì a determinare quali possano a buon diritto riguardarsi per veri e più importanti caratteri a discriminare le specie, per potere quindi procedere ad una buona revisione della classificazione, mi per-

(1) La teoria della riproduzione delle Diatomee. Note critiche ed osservazioni. Atti dell'Accad. Pont. dei nuovi Lincei. Anno XXVII, Sessione VI.ª del 31 Maggio 1874.

suade della convenienza e utilità di prendere nuovamente a dimostrare la tesi = *Che le Diatomee precipuamente si riproducono per germi.* = Quindi è che vorrà condonarmisi, se talvolta insisto su l'argomento oltre il bisogno, mentre tale e tanta è l'abbondanza delle prove di quello, che mi cadono sott'occhio nell'esaminare le diverse pubblicazioni diatomologiche che abbiamo, e più, così frequentemente nello studio giornaliero delle raccolte, che vado facendo, mi si affacciano sempre nuove e più convincenti prove della verità del mio assunto, per cui mi trovo trascinato a sottoporre questi nuovi argomenti al giudizio dei naturalisti, affinchè non abbia da rimanere ombra di dubbio in materia di tanto rilievo.

Darò principio dall'avvalorare il mio assunto, servendomi della autorevolissima testimonianza di uno, il quale fu troppo presto rapito alla scienza, mentre, da quanto aveva già fatto di profittevolissimo lavoro, potè giustamente arguirsi quanto più eravi da attenderne. Voglio dire del compianto Giulio Schumann, il quale nel suo bel lavoro = *Die Diatomeen der Hohen Tatra*, Wien 1867 = alla prima Tavola nella Figura 15 ci dà tre immagini della *Nitzschia media*, Hantzsch. Sotto la lettera *c* viene espressa la figura di un frustulo o individuo di quella specie, nella quale vedonsi inserite ed incastrate due naviculette fra i bordi dell' una e dell' altra valva, così che una delle due valve ha dovuto crescere anormalmente in guisa da adattarsi all' ostacolo invincibile presentato dalle navicule. Ora chi sarà che non abbia da riconoscere e non sentirsi intimamente convinto, come una tale singolarissima anormalità implichi necessariamente l'idea di un successivo aumento e sviluppo nella valva per contornare le due importune naviculette, riservando alle intruse ospiti una nicchia? Quindi ancora rimane dimostrato che la presenza della silice nelle valve delle Diatomee è tutt'altro che incompatibile con lo sviluppo di quelle. Nel discorrere poi di questo singolarissimo caso, lo Schumann dice espressamente (a pag. 59) di avere non di rado osservato in frustuli vivi dei nuclei con corpi granulari, dai quali si producevano dei nuovi individui, e ne adduce in esempio una *Nitzschia sigmoidea*, Sm. Così godo vedere come anche un così illustre micrografo fu dell' istessa mia opinione, condotto a quella dall' averne anche esso sorpreso più volte le prove di fatto. Però mi permetterò di dire sembrarmi per lo meno troppo azzardata l'opinione, che lo Schumann emette in rapporto alla presenza delle due navicule dentro la Nitzschia, quando in luogo di riguardare quelle come due corpi estranei fortuitamente introdottisi e sviluppatisi contemporaneamente alla Nitzschia (come sembra abbastanza dimostrarlo l'adattamento, che ha dovuto aver luogo con notevole modificazione di una valva di quella), invece interpreta tale anomalia come un esem-

pio di cambiamento di generazione o eterogenesi. Che, che ne sia di questa a mio avviso troppo bizzarra opinione e non accettabile giudizio dello Schumann, al mio intento servirà abbastanza il potere ricordare, come quel distinto naturalista esplicitamente dichiarò essere stato convinto dalla osservazione, che le Diatomee hanno origine da nucleoli o germi, ma più ancora giova al mio intento la semplice ispezione della Figura 15ª sopraccitata del Sig. Schumann, nè richiede altra ulteriore dichiarazione.

Dissi già, che nello studio delle raccolte di Diatomee, che vado continuamente facendo, mi cadono ad ogni tanto sott' occhio nuove prove e nuove dimostrazioni, le quali sempre più mi convincono della verità del mio assunto, che *l'ordinario e normale processo di riproduzione nelle Diatomee ha luogo per germi*. Fra le tante prove da me osservate, e che potrei addurne, ne sceglierò una come quella della quale feci uno studio più accurato. Nella primavera dello scorso anno, allorchè sotto la gentile e dotta scorta dell'ottimo Professore Michele Stefano De-Rossi mi portavo a Frascati e a Grottaferrata per riconoscere e visitare il sistema degli antichi vulcani laziali, nel salire al punto più culminante di quelli, che è il Monte Cavo, a Rocca di Papa, data un' occhiata al cratere designato volgarmente con il nome di Campo d'Annibale, visitai in quello un fontanile, che serve a dissetare il bestiame quivi pascolante. In quella sorgente osservai e raccolsi un ammasso di colore oscuro olivigno, il quale mi prometteva una messe abbondante di Diatomee. Nè mi apposi male, mentre sottoposta la raccolta al microscopio vi riconobbi una innumerevole congerie di forme naviculari. Avendo trattato quel materiale con forte acido azotico, la di cui azione decomponente veniva stimolata da lenta digestione al calore, lavatone convenientemente il residuo e montatane qualche preparazione al balsamo di Canadà, ritrovai che nella quasi totalità la fatta raccolta constava di miriadi di frustuli naviculacei. Avendone in seguito intrapresa la più accurata ispezione apparve evidentemente, che tutte queste forme presentavano gli stessi identici caratteri nella striazione nei noduli terminali e centrali, non meno che nel profilo e nei vertici, e questo appariva per tal modo da non potere menomamente esitare in riconoscerle come appartenenti tutte all'istessa specie. Ognuno intende come mi dovessi felicitare di tale raccolta; essendo noto abbastanza quanto sia interessante nello studio morfologico delle Diatomee il rinvenire una abbondante messe di individui appartenenti tutti alla medesima specie; e questo è per l' appunto tanto più valevole e desiderabile, quanto il riscontrarle in tale condizione suole essere più rara eccezione Una raccolta pura e abbondante di Diatomee appartenenti ad una sola spe-

cie ci offre la più favorevole occasione, nel considerare con occhio critico ad uno ad uno i diversi esemplari, a potere determinare con quasi assoluta certezza quali siano i limiti di variabilità nelle dimensioni dei frustuli, e quali possano essere le modificazioni tanto regolari che anormali e mostruose, così nelle particolarità strutturali che nel profilo. In simili avventurose circostanze dalla graduale differenza, che potrà riscontrarsi nei diversi individui per tal modo, che uno faccia scala e passaggio all'altro, non solamente nelle dimensioni, ma altresì nel profilo e nei dettagli strutturali, un' osservatore critico e attento ne deduce con ogni maggiore certezza, che quelle differenze non voglionsi attribuire ad altro che alle diverse epoche di sviluppo o tappe, quali l'individuo percorre nel suo ciclo vitale. Così, per esempio, le diverse forme quali alcuni anni fa io riscontrai in unione ad alcuni magnifici e ben caratterizzati frustuli di *Eunotia formica*, Ehrbg. per bene tre volte rinvenuti sopra delle Utricularie provenienti da Rio Janerio da Cuba e da Giava, quantunque da quelli differissero grandemente per la dimensione e più ancora per il profilo, pure dalla identità di forma dei vertici, dalla eguale natura e disposizione delle strie, e della perfetta eguaglianza delle particolarità strutturali, mi sentii convinto della identità della specie di tutti quelli differentissimi esemplari, e che quelle differenze di forme e di profilo dimostravano non delle varietà propriamente dette, ma bensì il graduale sviluppo, che ha luogo in quella specie.

Nè diversa deduzione mi fu dato trarre nella occasione di una magnifica raccolta fatta nella valle di Chamouny in Savoja, la quale era esclusivamente composta da Odontidium in lunghi e delicatissimi filamenti. Nelle preparazioni, che ne feci, era ovvio il vedere in infinito numero di esemplari insieme mescolati frustuli di *O. mesodon*, Kz. e *O. hyemale*. Lingb. Kz. Queste due forme molto convenientemente dall'illustre micrografo Smith vengono con riserva considerate come specie distinte, come quelle che distinguonsi unicamente per il numero dei septi o costole, quali nell'*O. mesodon* diconsi essere da due a quattro, mentre nell'*O. hyemale* sono da cinque a dodici. Però nella raccolta di Chamouny riscontransi in numerosi esemplari dei frustuli non soltanto aventi da due a dodici septi, ma invece ve ne hanno ancora di numero superiore e fino di venti. Nè basta questo, che ad una diligente ricerca non si tarderà a constatare altresì la presenza di piccolissime forme ovali prive di septi o costole, nelle quali si è quasi necessariamente portati a riconoscere la forma primitiva e più giovane e questo a ben più forte ragione di quella per la quale espressesi il sullodato Smith

dicendo dell'*O. mesedon* = *Doubtfully distinct from the former* (*O. hyemale*) *which it may probably be the immature condition.* — Le quali parole del Ch. Autore dimostrano come esso ammettesse quanto io ritengo per certo ed in più occasioni ho dimostrato, che le Diatomee come qualunque altro organismo nascono piccole e quindi sviluppano ulteriormente ed ingrandiscono. Da questo pertanto può dedursi qual corollario, qualmente la presenza della sostanza silicea, che riveste le pareti della cellula nelle Diatomee non è in condizione di rigidità, mentre mostrasi in questo ed in molti altri casi aver luogo una distenzione o un successivo aumento, come provasi per lo stiramento che vedesi aver luogo nello sviluppo dell'*Eunotia formica* Ehrbg. più sopra ricordata, e come ad evidenza apparisce a chiunque getti uno sguardo su i frustuli sporangiali della *Orthosira Dickieii.* Thwait. Kz. non che nella figura citata di Schumann.

Ma per tornare alla nostra raccolta ed alla specie di Diatomee, che quasi unicamente la componeva, dirò che fu mia prima cura il determinarne il genere e la specie. Nessuna difficoltà potevasi incontrare nella determinazione del genere, mentre se il primo aspetto la dimostrava una naviculacea, però era agevole cosa l'accertarsi, che la superficie delle valve non andava distinta da granuli o da serie di punti, ma bensì da costole o pinnule, cosicchè indubitatamente dovevasi ascrivere alle Pinnularie. Ben più difficile cosa fu il determinare la specie di quella Pinnularia, alla quale dovevasi ascrivere. La forma del frustulo veduto di fronte (*side-wiew* per gl' Inglesi) con profilo lineare oblungo, con ottuse estremità, con coste fine e non raggiungenti il rafe o linea mediana, le quali si interrompono nel mezzo in modo da formare da un lato e dall' altro del nodulo centrale una fascia liscia trasversale, sono tali caratteri da coincidere esattamente con quelli della *P. stauroneiformis*, Sm. la quale è sinonimo della *Navicula Brebissonii.* Kz. Nel riscontrare però nella *Synopsis of Britisch Diatomacee* di Smith tutti i sopradetti caratteri, vidi come l'Autore da diligentissimo osservatore qual fu, determina altresì il numero delle strie, che adornano le valve di quella specie e ne fissa il numero in 30 per un millesimo di pollice inglese. Volli allora vedere, se, come gli altri caratteri collimavano con quelli della *P. stauroneiformis*, così si accordasse nel numero delle strie in modo di non potere menomamente dubitare nell' ascrivere la Diatomea dei Campi di Annibale a quella specie. Ognuno può sapere che il pollice inglese corrisponde a millimetri 25,39954; ma trascurando le frazioni abitualmente il pollice inglese si suole ragguagliare a 25 millimetri; così il numero delle strie nelle

valve della *P. stauroneiformis* corrisponderebbero al dire di Smith a 1200 al millimetro. Ma la forma naviculacea, che in tanta abbondanza io avevo sott' occhio, mi faceva intendere che in questa le strie erano ben più numerose e più fitte. Ad accertare la cosa con la maggiore sicurezza, diffidando io con troppa ragione del metodo speditivo, ma altrettanto più incerto, che suole adoperarsi da molti in simili contingenze, il quale consiste nel valutare il numero delle strie in un millimetro con moltiplicare il numero delle strie contenuto in una divisione del micrometro oculare per il rapporto, che passa fra il grado o divisione di quello con il millimetro, ricorsi al metodo, che solo presenta la più grande certezza. Consiste un tale metodo nel riprodurre fotograficamente l'immagine della Diatomea, e la prova ottenutane su lastra di vetro viene in seguito riportata in proiezione su di una parete alquanto distante da averne un immagine notevolmente ingrandita. A questa si sovrappone lo spazio di un centesimo di millimetro riprodotto egualmente da micrometro obiettivo presentante il millimetro diviso in cento parti, il quale intervallo fu ingrandito e proiettato nelle identiche condizioni dell' immagine della Diatomea. Per tal modo tolta ogni esitanza ed eliminato qualsiasi pericolo di errore potei assicurarmi, che la Pinnularia da me presa in esame se combina esattamente in tutti i caratteri con la *P. stauroneiformis*, Sm., se ne diparte grandemente nel numero delle strie, mentre in questa le strie sono 30 in un millesimo di pollice inglese, vale a dire 1200 al millimetro, quando nella nostra forma le strie sono ben 1900 al millimetro, il quale numero corrisponde a 47,5 in un millesimo della misura inglese.

Nè la sopradetta differenza di striazione può ritrovare la sua ragione nella diversa altezza del luogo di provenienza, mentre la *P. stauroneiformis* studiata da Smith procedeva da località situata a 3000 piedi sopra il livello del mare, quando che la posizione dei così detti Campi di Annibale trovasi ai 750 metri circa, e quindi il luogo dove vegetarono le nostre Diatomee è notevolmente più basso di quello dove furono raccolti gli esemplari di Smith. Ora il Ch. Schumann nel succitato lavoro su le Diatomee dell' Alto Tatra dall' avere riscontrato a diverse altezze alcune Diatomee da esso giudicate come appartenenti all'istessa specie, nelle quali riscontravasi diverso numero di strie e questo essendo maggiore nelle forme di località più elevate di quello, che fosse nelli esemplari vegetanti in luoghi meno elevati, si credette autorizzato ad emettere la teoria, che il numero delle strie normali in ogni specie di Diatomee sia in rapporto della elevazione del suo *habitat*, in modo che detto numero starebbe in ragione diretta della elevazione e conseguentemente in ragione inversa della temperatura del luogo, nel quale

si fece la raccolta. Una tale teoria molto ingegnosa giungerebbe accetta, come quella, la quale servirebbe a rendere opportunamente conto delle molte discrepanze, che si hanno nella determinazione del numero delle strie normali in ciascun tipo di Diatomee, e perciò riescirebbe della maggiore utilità nell'elucidare la questione del valore diagnostico del carattere della striazione. Ma disgraziatamente la emessa teoria non si accorda con il fatto così costantemente da poterne tenere conto : e di tale fallacia ce ne dà prova fra gli altri l'esempio da noi addotto e perfettamente accertato della nostra Pinnularia in confronto a quella studiata e determinata da Smith. E questo valga a farci intendere quanto debbasi andare a rilento nelle generalizzazioni , le quali troppo frequentemente si affacciano a tentare quelli, che si adoperano in nuove ricerche.

Accertato pertanto, che la sola differenza esistente fra le due forme prese ad esame consiste unicamente nella finezza di loro striazione, quale sarà il definitivo giudizio da emetterne ? È qui appunto dove io mi sento più perplesso. Conosco bene come da molti non si suole menomamente esitare nel dichiarare, come appartenenti ad una sola specie , forme diverse non solamente per il numero delle strie, ma che si dipartono altresì abbastanza nei caratteri del profilo, cosicchè si credono autorizzati a riunire sotto una sola specie due forme disparate fra loro , e questo appoggiati sul quasi unico fondamento di avere incontrato un tipo intermedio alle due, e che considerano come un anello, che riunisce due tronchi di catena, e questo quantunque le forme così riunite rinvengansi non mai insieme, ma bensì in raccolte e località disparate. Tale sistema troppo azzardato introdottosi per il ben ragionevole desiderio di semplicizzare lo studio e alleviare la fatica di chi ci si dedica, evitando di riguardare come specie distinte alcuni tipi che *possibilmente* appartengono ad una istessa specie , sembrami meglio ordinato a togliere la possibilità di pervenire ad una meno inadeguata notizia di questi minimi esseri, di quello che ad agevolarne lo studio. Io non so persuadermi come si possa essere autorizzati a riguardare come appartenenti ad una sola specie delle forme dotate di caratteri sufficientemente distinti , a meno che non ci sia dato incontrarle insieme riunite in abbondanti raccolte e pure, e che presentino contemporaneamente tutte le gradazioni, come appunto mi accadde nelle circostanze suaccennate, nelle quali trovai gli *Odontidium* a Chamouny, e le *Eunotia formica* in tre diverse volte su delle Utricularie. In simili casi soltanto io credo che noi possiamo con molta probabilità dichiarare, che tutte quelle forme per quanto vedansi tra loro disparate, pure possono legittimamente riguardarsi come appartenenti ad una sola

specie. Ma nel nostro caso la sola differenza, che si riscontri fra i due tipi presi ad esame, consiste nella finezza delle strie, e nel numero di quelle in un millimetro. Quale valore pertanto di carattere diagnostico vuolsi attribuire alla striazione? questa precisamente è la domanda, che io mi sono fatto più volte senza potere ancora fissare il mio giudizio su tale rapporto. La risposta a questo quesito non può procedere a mio modo di vedere, che da lungo e paziente studio istituito su l'esatta numerazione delle strie con sicuro metodo intrapresa sopra un forte numero di specie bene determinate di Diatomee. Questo è quanto io sto facendo sopra la maravigliosa preparazione designata con il nome di *Typen-platte* dell'esimio preparatore Möller di Weddel nell' Holstein, e mi propongo far conoscere in altra circostanza il risultato dei miei studii su tale argomento, ed il giudizio qualunque, che conseguentemente me ne sarò formato. Intanto però dalla notevole differenza nel numero delle strie, che distinguono la Pinnularia raccolta sul monte Cavo e la *P. stauroneiformis*, Sm. mentre tutti gli altri caratteri collimano esattamente, io mi credo autorizzato a riguardare quella come una varietà, designandola perciò come *P. stauroneiformis*. var. *Latialis*.

Ma lo studio di questa naviculetta per quanto piccolissima pure fu per me al maggior grado interessante per più riguardi. E prima di tutto nella innumerevole moltitudine degli individui appartenenti indubitatamente all' istessa specie era ovvio il vedere come fossero insieme riuniti frustuli di molto diverse dimensioni da differire l'uno dall'altro di più del doppio. Nè con tutto questo menomamente variava la finezza della striazione, come dovetti accertarmene par mezzo della proiezione, con la quale istituii infallibile confronto fra i più grandi ed i più piccoli esemplari. Tutti indistintamente presentavano l' istessa striazione di identica finezza per tal modo da fare intendere, che se in questa specie e varietà ha luogo (come io penso) un graduale sviluppo ed accrescimento, così che le diverse dimensioni dei frustuli corrispondono a diversi stadii di evoluzione, che la Diatomea percorre nel suo ciclo vitale, questo sviluppo e successivo incremento ha luogo costantemente per aumento bilaterale e simmetrico delle due estremità della cellula. Dall'istessa circostanza indubitatamente accertata dall'identico numero delle strie o pinnule, che noveransi in un dato spazio della valva della nostra Pinnularia, rimane ineluttabilmente provato, che gli individui della nostra raccolta non poterono riprodursi per temnogenesi o fissiparità, come vorrebbe farci supporre l'illustre botanico Dr. Pfitzer. Difatti, nella ipotesi che la moltiplicazione avesse avuto luogo nel nostro caso per divisione binaria, mentre dall' incapsulamento delle valve si dimostrerebbe molto bene

la conseguente diminuzione degli individui, si dovrebbe in pari tempo necessariamente verificare, che a misura che l'asse dei frustuli diminuisse, anche il numero delle strie in un dato spazio andasse sempre più aumentando o (a dire lo stesso con altre parole) i più piccoli individui dovrebbero notarsi per una striazione più fina e più densa. Non verificandosi pertanto nella nostra raccolta, che la striazione delle valve sia per finezza in rapporto con la dimensione di quella, ma invece essendo accertato che la finezza delle strie in tutti gli esemplari grandi o piccoli sia eguale, rimane conseguentemente dimostrato, che in questo caso almeno non ha avuto luogo la moltiplicazione per autofissione, ma bensì che i frustuli di quella raccolta si sono riprodotti per germi o seminuli, non potendosi a mio credere immaginare altro sistema di riproduzione.

Ma a chi attentamente osservi la raccolta da noi fatta della *P. stauroneiformis,* si presenterà ancora altra circostanza ad escludere la possibilità, che almeno nel nostro caso la moltiplicazione abbia avuto luogo per temnogenesi o divisione binaria, come si vorrebbe far supporre. Il sunnominato Ch. Dr. Pfitzer nell' interessantissimo suo libro - *Untersuchungen uber bau und entwichlung der bacillarieen* = ci dà alcune bene intese figure diagrammatiche, per le quali risulta evidentemente dimostrato, come, dall'incapsulamento delle Diatomee e delle loro valve, quando ha luogo la fissiparità le due nuove valve, che spalla a spalla si formano nel mezzo del frustulo primitivo, devono riescire alquanto più piccole, cosicchè nel succedersi delle generazioni i frustuli ultimamente prodotti arriveranno a poco a poco a così piccole dimensioni da non essere più consentanei alla specie. A parare pertanto a tale difficoltà il Pfitzer fa a questo punto cessare l'ulteriore divisione, e molto ingegnosamente suppone che per l'intervenzione dell'*auxospora* si abbia la produzione del frustulo sporangiale, il quale essendo della dimensione massima che si convenga alla specie, ricondurrebbe questa al punto da permettere la processione di una nuova serie discendente di individui. Un tale modo di vedere e di rendere conto della moltiplicazione delle Diatomee ha per certo il suo fondamento su le osservazioni perfettamente avverate, che in quest'ordine di vegetali talvolta ha luogo l' autofissione, e che a quando a quando fu notato, come dalla coniugazione di due frustuli o individui o fra le due valve di un frustulo ha luogo la produzione di uno sporangio, dentro il quale si organizza uno o più frustuli sporangiali più grandi, ai quali il Pfitzer assegna l'ufficio di parare al soverchio rimpicciolimento della specie conseguente dalla fissiparità. Però se il sullodato Dr. Pfitzer ci avesse dato la figura diagrammatica del processo di divisione come

per l'asse longitudinale dei frustuli così pure per il trasversale, il quale nella massima parte dei generi è molto più piccolo, si sarebbe accorto, che tale divisione non sarebbe stata possibile nella larghezza dei frustuli se non che per un piccolissimo numero di generazioni. Ma se noi portiamo lo sguardo alle diverse raccolte pure, che possiamo incontrare, ci è forza riconoscere, che la proporzione fra l'asse trasversale ed il longitudinale non è altrimenti mai o quasi mai costante, come chiaramente appare che dovrebbe essere il caso, se la moltiplicazione delle Diatomee *generalmente* e non soltanto per eccezione avesse luogo secondo il processo descritto dal Ch. Pfitzer. Così nel caso, che più specialmente ci occupa, la varietà laziale della *P. stauroneiformis*, mentre presenta in larga coppia individui notevolmente differenti l'un dall'altro in grandezza fin da esserlo nel rapporto di uno a due (quando nel rimanente mostransi identici), lungi dal serbare tale rapporto fra gli assi longitudinale e trasversale, nulla o quasi nulla è la differenza nella larghezza delle valve fra i maggiori individui ed i più piccoli. Parmi dunque non andare errato nel riguardare provato oltre il bisogno dalla considerazione delle circostanze diverse fin qui enumerate riguardanti diversi caratteri e particolarità, che presentano i frustuli naviculacei della *P. stauroneiformis*, che vegetarono sul Monte Cavo, come questi abbiano dovuto essere riprodotti non per fissiparità, ma invece debbonsi indubitatamente riguardare come procedenti da germi o sporule.

Ma l'osservazione più frequente a farsi da chi nello studio delle Diatomee non suole contentarsi di considerarle e descriverle quali si hanno nelle preparazioni microscopiche che vengono fornite dal commercio, ma invece con migliore intendimento studiasi riconoscerle viventi, onde indagare le leggi biologiche, che le riguardano, è quella che si aggira intorno l'apparenza e la disposizione dell'endocroma racchiudentesi nella Diatomea e degli altri contenuti. Sul qual punto nello scorso inverno continuamente mi fu dato vedere nella fontana, che ho sulla terrazza di mia casa, infinita copia di Melosira e di Cyclotella, le quali tutte mostravano il loro endocroma non quale il più generalmente si osserva in condizione interamente amorfa, ma invece lo presentavano distinto in masse uniformi rotonde ed in stato di altrettante cellule aventi una parete, che le circoscriveva. Al presente è raro incontrare nell'istessa fontana quelle Diatomee con eguale apparenza. Spesse volte ancora mi è occorso vedere a fianco a filamenti di Melosira alcun corpicciuolo perfettamente identico a quelli racchiusi all'interno della medesima da farli ritenere dovuti ad una istessa origine. Di tale forma dell'endocroma io ragionai in altra circostanza quando parlai dell'averla io osservata nella *Striatella unipuntata*. Ag. che incontrai nell' Istria a Pirano. Allora discorrendo

del presentarsi l'endocroma ora in condizione amorfa ed ora organizzato in masse uniformi e circoscritte io diceva che « tale marcatissima differenza nel- » l'aspetto dell'endocroma, nel quale si restringe principalmente la vita della » Diatomea, non può non avere rapporto alla più essenziale evoluzione della » vita individuale di quella. » Nè alcuna riflessione mi si è presentata da quell' epoca da farmi menomamente modificare la suddetta opinione su tale argomento: che anzi dal vedere come ora di rado incontrasi nelle Melosira e Cyclotella della mia fontana quell'apparenza dell'endocroma, riconosco doversi averne ragione dall'essere trascorsa la stagione invernale, che è precisamente l' epoca del massimo sviluppo vegetativo delle Diatomee, le quali ora trovansi sopraffatte dalle Spirogyra, dalle Conferva e da altre alghe verdi e non silicee. Amerei sommamente conoscere da quelli, che portano una opinione diversa dalla mia in ordine al processo di riproduzione delle Diatomee, quale altra significazione per loro si dia a tale disposizione dell'endocroma, della quale (per quanto mi è noto) nessuno ha trattato, quantunque non possa non essere ovviamente accaduto a chiunque l'osservarla.

Potrei ancora addurre ad ulteriore prova della mia tesi *che le Diatomee generalmente riproduconsi per germi* l'argomento potissimo dell'esperienza, la quale è dato a ciascuno il ripetere, mettendo all'influenza della luce del giorno (non ai raggi diretti del sole) un bicchiere di acqua potabile ricoperto con lastra di vetro. In capo a venti o trenta giorni gettata l' acqua astergendo le pareti interne del bicchiere con il dito, appoggiando questo nel centro di un comune porta-oggetti, e ricoprendo la goccia con un vetrino sottile, non si mancherà di vedere una congerie di minutissime naviculette e altre Diatomee, le quali hanno dovuto riprodursi in quell' acqua, perchè precisamente vi esistevano i germi di quelle. Ma con tutto questo io soverchiamente mi dilungherei a provare la verità del principio della riproduzione delle Diatomee per mezzo dei germi, il quale principio a norma di quanto ho più volte dimostrato: 1.° è consentaneo alla ragione e a quanto accade con tutti gli altri organismi: 2.° solo si addice alla somma importanza dello scopo, al quale le Diatomee sono ordinate; 3.° è confermato dalla autorità e meglio dall'esperienza di illustri naturalisti; 4.° finalmente viene evidentemente provato dalla accurata e critica osservazione su le specie viventi.

FLORULA DEL COLOSSEO

(COMUNICAZIONE IX.ª)

DELLA SIG.ª CONTESSA ELISABETTA FIORINI MAZZANTI

Zigofillee

Tribulus terrestris. Seb. Enum. p. 78.

Annuo, verde-biancastro, caule prostrato; foglie pinnate 5-7 jughe; fogliol ine oblunghe, quasi oblique e cordate alla base; peduncoli solitari ascellari, uniflori; petali-giallo-solfurei, integri, od eroso-denticolati.

In sull'arena copiosamente prostrato ed esteso in tutta estate.

Ipericinee

Hypericum perforatum. Seb. Enum. p. 48.

Perenne, verde-glauco; caule ascendente, od eretto; foglie opposte sessili, ovato-oblunghe, o lineari, pellucido-punteggiate; fiori tridelfi, cimoso-corimbosi; petali aurei; in un con le antere, e margini delle foglioline di piccole glandule fosche aspersi.

Sul podio del Colosseo frequente a primavera avanzata.

Rutacee

Ruta bracteosa Dec. in Parl. Fl. It. V. 5, *part.* 2.ª *p.* 356.

Perenne, glauco-verdognola; foglie alterne, alquanto crasse, bipinnato-divise; foliole obovato-oblunghe, subcrenate; pagina inferiore pellucido-puntata; fiori denso-cimoso-corimbosi; brattee late, sub cordate, ovate; petali in breve unghia contratti, concavi, obovato-oblunghi, od obovato-orbicolari per metà fimbriate, delle lacinie calicine al doppio più lunghi; capsula subglobosa 4-5 loba; lobi brevi, acuti, quasi convergenti, nella maturità fosca; fiori giallo-verdognoli, ingrato-olenti. *Ruta chalepensis Seb. Enum.* p. 48.

Dalla primavera all'estate frequente sui muri dell'Anfiteatro.

Questa specie dall'illustre Decandolle distinta, e da vari chiarissimi botanici ammessa, o ripudiata, associandola con sinonimi alla *Ruta chalepensis*, alla *R. graveolens*, alla *R. angustifolia* ecc. E tra questi il chiarissimo Bertoloni, il quale pende a considerarla variabile a seconda delle abitazioni. Ed io da questo giudizio non andrei lungi.

TEREBINTEE

Pistacia lentiscus. *Seb. Enum.* p. 63.

Foglie perenni, pari pinnato-patenti, 4–5 jughe, foglioline opposte, oblungo-lanceolate, mucronate; racemi quasi gemini delle foglie più brevi; fiori dioici apetali; antere rosso-sanguigne; drupa piccola, tondo-ovata, quasi succolente, apice mucronata.

Frutice sempre verde, e frequente, sugli ordini superiori.

Pistacia terebinthus. *Seb. et Maur. Prod. Fl. Rom.* p. 339.

Foglie decidue, impari pinnate, foliole ovali, subcoriacee; fiori maschi in pannocchie densi; femminee in pannocchie lasse, e grandi; drupa essucca, maggiore dell'antecedente; colore rossastro.

Odore forte e spiacevole. Vive come sopra.

OLEACEE

Olea Europaea. *Seb. et Maur. Prod. Fl. Rom.* p. 4.

Arborescente; foglie perenni, coriacee, lato-ovate, od ellittico-lanceolate, mucronulate, integre, pagina inferiore argentina; racemoli ascellari semplici; fiori pallescenti; drupa ellissoide, matura fosco-rossiccia.

Vistosi arboscelli che si eriggono in sugli spaldi estremi dell'Anfiteatro.

Phillyrea media. *Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom.* p. 4.

Foglie coriacee più o meno ovato-lanceolate, od oblunghe; racemoli ascellari, sessili, brevissimi; fiori bianco-pallidi soave-olenti; gluma globosa, apiculata.

Frutice abbastanza copioso sulle mura dell'Anfiteatro.

Ligustrum vulgare. *Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom.* p. 4.

Foglie ellittico-lanceolate glabre; tirsi composti e ristretti ascellari, e terminali; fiori bianchi; bacca nera.

Frutice sugli ordini superiori; e quivi nell'inverno non serba sue foglie.

RAMNEE

Rhamnus alaternus. Seb. Enum. p. 67.

Frutice; foglie perenni e coriacee, ellittico-ovate, od ovato-lanceolate, acuto-mucronulate, margine cartilagineo, rado-seghettato; fiori dioici in piccoli racemi solitari, ed ascellari; drupa triloculare, trisperma, atro-rossiccia.

Sulle mura si erge in qua e là; e fiorisce dalla primavera a tutta estate.

PIANTAGGINEE

Plantago lanceolata. Seb. Enum. p. 63.

Foglie radicali lanceolate, base ed apice attenuate, 5-6 nervi glabre, od irsute; scapo solcato; spiga densa oblungo-cilindracea; brattee scariose, ovate, attenuato-acuminate, glabre; lacinie corolline ovate, acute; semi minuti, ellittici, foschi.

Sul davanzale degli ordini superiori in principio di estate.

Plantago Bellardi. Seb. et Maur. Prodr. Fl. Rom. p. 76.

Pusilla, annua, irsuta; peli patentissimi; foglie lanceolato-lineari, trinervi; spighe ovate, o cilindracee; brattee e lacinie corolline lanceolate, lungo-acuminate; capsula disperma; semi minuti, quasi cinerei; irsuzie canescente.

Sul podio in primavera.

Plantago Psyllium Seb. et Maur. prod. Fl. Rom. p. 77.

Caule erbaceo, eretto villoso-viscoso; foglie sessili, lineari, remoto-dentate, base connate; pedunculi nudi, solitari, ascellari, delle foglie più lunghe; spighe alla base afitte, densiflore, ovato od ovato-globose; brattee subulate, maggiori del calice; lobi corollini acutissimi; semi cimbiformi, fosco-purpurei (sovente la pianta è verde-porporeggiante).

Occorre nella primavera in piu luoghi dell'Anfiteatro infra l'erbe.

La *Plantago afra* dell'erbario Linneano, secondo le osservazioni del Chiarissimo Gussone altro non è che la medesima *Gl. Psyllium*, variabile in istatura, viscosità, irsuzie, e direzione delle foglie. In appoggio di sua sentenza richiama pur anco la figura della *Gl. afra* del Boccone, e non tralascia in questo altri sinonimi ancora.

Di cotale identità ne fè pur cenno nel Prodromo della Flora greca il chiarissimo Smith.

DISSACEE

Scabiosa marittima. Sang. Cent. p. 23.
Pubescente; caule ramoso; foglie radicali pinnatefide; lobi dendati, impari maggiore; mediane a lobi jumxatifidi, lineari, integre; capolini fruttiferi globoso-ovali; achene 8 solcate; pappo stipitato eserlo, sete 5 radianti.

Comune in primavera sul podio dell'Anfiteatro.

CAMPANULACEE

Campanula Erinus Seb. Enum. p. 32.
Ispida; foglie sessili obovate, od ovate, grossamente, dentato-lobate; fiori breve peduncolati; lacinie calicine triangolari, acuminate, in lunghezza pari alla piccola corolla cerulea-tubuloso-campanulata; indi stellato-patenti.

In estate comune sul podio.

SANTALEE

Osyris alba. Seb. Enum. p. 60.
Fruticoso; foglie lineare-lanceolate, acute, brevissimo-pedunculate; caule virgato ramosissimo in lungo tratto con racemoli ascellari dei fiori maschili; ed i femminei solitari all'apice dei semplici rami.

Sulla sommità dell'Anfiteatro tra i ruderi durante l'estate.

(*Continua*)

INTORNO ALLA COSTRUZIONE PER PUNTI DELLE SEZIONI CONICHE A MEZZO DELLA PLANALTIMETRIA

NOTA

DEL PROF. VINCENZO DE ROSSI-RE

Fra le molteplici applicazioni della geometria descrittiva, se quelle che se ne fanno alla sciografia ed alla stereotomia interessano maggiormente all'ingegnere-architetto, se quelle dell'assonometria specialmente importano all'ingegnere-meccanico, non v' ha alcun dubbio che per l' ingegnere-topografo, per l' ingegnere di strade, e per l' ingegnere-militare riescano utili sopra ogni altra quelle della Planaltimetria, a mezzo della quale una sola proiezione orizzontale basta a rappresentare completamente una superficie topografica grazie alle curve di livello ed alle quote di altezza; ed è veramente da lamentare che a queste applicazioni non si dia nelle nostre scuole una maggiore estensione, lo che forse avviene per la loro estrema facilità: sebbene in materia d'istruzione tecnica mi sembra che non dalla maggiore difficoltà, ma sibbene dalla più grande utilità prattica si dovrebbe misurare l'importanza dei vari rami d'insegnamento.

Queste applicazioni mostrando io ad alcuni giovani, volli avvertirli come non solamente sopra le superficie topografiche ma anche sopra le geometriche possano utilmente impiegarsi i metodi della planaltimetria, e come, specialmente trattandosi di piani o di superficie di rivoluzione, si prestino i metodi stessi alla rapida ed elegante costruzione delle linee di loro intersezione. Ciò volendo illustrare con qualche esempio, era ovvio che prendessi a considerare le sezioni piane del cono di rivoluzione, per la facilità con la quale può rappresentarsi il cono mediante una serie di circoli concentrici ed equidistanti, ed il piano mediante la sua scala di pendenza: mostrato adunque come circoli concentrici ed equidistanti possano considerarsi quali proiezioni di sezioni parimenti equidistanti e normali all'asse del cono, feci vedere come la proiezione di ogni altra sezione piana di questo si ottenga rapidamente tracciando un sufficiente numero delle orizzontali del piano, e riunendo con una linea continua i punti nei quali esse incontrano le circon-

ferenze omonime della proiezione del cono (Fig. I^a–III^a). Che se oltre la proiezione si volesse costruire una sezione conica nella sua vera forma e dimensione, mostrai come sarebbe agevole il farlo rovesciando sul piano iconico il piano secante nel modo che vedesi rappresentato dalla Fig. IV. dove AB rappresenta la differenza di livello fra il vertice della curva e la orizzontale CE intorno la quale si suppone abbia girato il piano secante, C*d*E rappresenta il rovesciamento nella sua vera forma e dimensione della curva proiettata in CDE. Siccome poi la equidistanza dei circoli nei quali si proietta il cono rappresenta evidentemente la scala di pendenza del lato di esso, feci osservare come: ogni qualvolta la unità della scala di pendenza del piano fosse stata maggiore di tale equidistanza, indicando ciò che la inclinazione del piano secante a quello iconico è minore di quella che ha sopra quest'ultimo il lato del cono, la sezione sarebbe stata una *elissi* (Fig. II.^{a}) per la ragione contraria sarebbe stata una *iperbola* quando la unità della scala di pendenza del piano fosse stata minore della equidistanza dei circoli (Fig. III.^{a}) e finalmente una *parabola* quando la detta equidistanza avesse eguagliato la unità della scala del piano (Fig. I.^{a}) Ad evitare poi ogni equivoco non mancai di fare osservare come, ogni circolo potendosi considerare qual proiezione di due sezioni normali all' asse ed equidistanti dal vertice del cono, era necessario dopo aver dato a tutte le circonferenze un numero progressivo a partire dalla maggiore fino al centro, proseguire a numerizzarle da questo alla maggiore, per modo che ogni circonferenza portasse due quote di altezza espresse da numeri equidistanti da quello che indica l'altezza del vertice: questa avvertenza che può senza danno trascurarsi nel primo e nel terzo caso, è evidentemente della massima importanza nel secondo ove il piano secante incontra ambedue le falde del cono, se pure non voglia usarsi il ripiego che accennerò fra non guari.

Dopo tutto ciò, ricordando che: se una linea piana ed una sua proiezione ortogonale si riferiscano alla traccia del piano della linea su quello iconico, presa per ambedue come asse delle ascisse, e si dica φ l' angolo di mutua inclinazione dei due piani, saranno le ordinate della obiettiva a quelle della proiezione come $1 : \cos\varphi$ e però essendo $F(x,y) = 0$ la equazione della obiettiva sarà $F(x, y\cos\varphi) = 0$ quella della proiezione, cioè questa sarà una linea dello stesso ordine e della stessa specie di quella, venni a concludere che le indicate costruzioni valevano a descriver per punti una linea di secondo ordine di data specie senza aver più alcun riguardo al cono obiettivo od al piano secante; vale a dire che volendo costruire una elissi, una parabola, od una iperbola, bastava descrivere e numerare nel modo indicato un suf-

ficiente numero di circonferenze concentriche ed equidistanti: tracciare da un lato una linea retta, e dividerla in parti fra loro eguali, e maggiori eguali o minori della equidistanza delle circonferenze secondo la specie della linea da costruirsi, numerando le parti stesse in ordine progressivo: finalmente innalzare sui punti di divisione di questa retta tante perpendicolari, e riunire fra loro con una linea continua i punti d'incontro di esse con le circonferenze omonime. Due sole avvertenze sono necessarie: la prima è che generalmente parlando ogni perpendicolare incontra la circonferenza omonima in due punti (uno appartenente all' ingresso, l' altro all' egresso del piano dalla superficie conica); bisogna pertanto guardarsi dal conginngere un punto d' ingresso con uno di egresso. Nei *vertici* la normale alla retta sarà tangente alla circonferenza omonima, e però ivi si confonderanno insieme un punto d'ingresso con uno di egresso; ma generalmente parlando non si può esser certi che il piede della normale tangente ad un vertice della curva cada esattamente sopra una delle divisioni della retta, quindi la seconda avvertenza che: allorquando un vertice della curva cada fra due successive circonferenze, per ben determinarlo è necessario intercalare fra queste altri archi di circolo, ed in pari tempo suddividere in egual modo la corrispondente divisione della retta, come appunto vedesi pratticato nella Fig. III.ª ove fu intercalata una curva fra la 24ª e la 25ª e bipartita la corrispondente divisione della scala di pendenza del piano.

Questo metodo così generale di costruire per punti qualsivoglia sezione conica mi sembrò potesse avere qualche pregio per la sua semplicità ed uniformità, non richiedendosi in ogni caso altro che descrivere una serie di circoli concentrici ed una serie di rette parallele, operazioni che qualunque mediocre disegnatore sa eseguire con ogni perfezione purchè vi ponga quella diligenza che non può mai scompagnarsi dalle costruzioni grafiche; era dunque prezzo dell' opera ricercare quale rapporto dovessero avere fra loro la equidistanza dei circoli e le divisioni della retta, ed in qual modo dovesse regolarsi la numerazione di quelli e di queste, affinchè non una elissi una parabola od una iperbola qualunque, ma potesse precisamente costruirsi una di queste curve perfettamente individuata dalle costanti della sua equazione.

Per eseguire questa ricerca supposi che della parabola fosse dato il parametro, della elissi e della iperbola fossero dati l'asse maggiore e la eccentricità, sì perchè questi sono i dati che più comunemente si assegnano ai prattici quando debbono costruire una sezione conica, sì perchè quando anche la curva fosse altrimenti individuata è facile il ricavar questi dai dati assegnati; d'altra parte m'importava non moltiplicar troppo i casi, perchè unico

pregio della esposta costruzione è appunto quello che il prattico disegnatore debba tenere a mente una sola regola per costruire le tre curve, invece di averne una per ciascuna di esse.

Giovommi all'uopo il riflettere come la proiezione ortogonale del vertice di un cono sopra un piano normale all'asse essendo centro di collineazione fra le sezioni del cono ed un cerchio descritto col centro in essa proiezione, un fuoco della curva da costruirsi deve necessariamente coincidere con quel punto, centro comune dei circoli rappresentanti le sezioni normali all'asse del cono. E ciò solo basta a fare intendere immediatamente come si debba procedere per costruire una parabola di dato parametro. Esposta infatti una linea retta AB (Fig. V.ª) nella direzione che si vuol dare all'asse della parabola, e posto in F il fuoco, se col centro in F e con intervallo eguale alla metà del parametro dato si descriva una circonferenza, questa dovrà evidentemente portare lo stesso numero d'ordine della corrispondente divisione della scala di pendenza del piano, cioè di quel punto di essa scala sul quale cade la perpendicolare abbassata da F. Condotta dunque una retta CD parallela ad AB ed abbassata la perpendicolare FH non si dovrà far altro che dividere la distanza FP in un numero arbitrario di parti eguali, e riportare la identica divisione sopra la retta CD tanto da H verso C che da H verso D, dando alle varie parti un numero progressivo a piacere, purchè al punto H si dia quello stesso che al punto P e, se il vertice della parabola debba cadere verso B, si faccia procedere la numerazione da H verso C nello stesso ordine con cui procede da F verso P, mentre nel caso contrario dovrebbe procedere inversamente. Ciò fatto potrà speditamente procedersi alla costruzione della curva descrivendo i circoli concentrici con la assegnata equidistanza e le normali alla CD come dissi più sopra.

Vogliasi ora costruire una elissi della quale debba essere AB (Fig. VIª) l'asse maggiore, F uno dei fuochi, e per conseguenza *a* B la doppia eccentricità. Descritte col centro in F due circonferenze l'una di raggio FA l'altra di raggio FB è evidente che, se queste si suppongono rappresentare due circoli di livello del cono, le tangenti ai punti A, B, devono rappresentare le orizzontali omonime del piano secante. Tracciate pertanto queste tangenti e determinati i punti A' B' nei quali incontrano una retta CD parallela all'asse maggiore della elissi da costruirsi, si dovranno dividere in egual numero (arbitrario) di parti eguali le lunghezze *a* B ed A' B', e numerizzare queste parti in modo che *a* porti lo stesso nome di A', B quello di B', dopo di che si compirà la costruzione nel modo già esposto superiormente.

Se finalmente voglia costruirsi una iperbola della quale AB (Fig. VIIª) sia

l' asse reale, FF la doppia eccentricità, fatto centro in F e descritte come sopra due circonferenze di raggi FA, FB, le tangenti a queste nei punti A e B dovranno ancora rappresentare orizzontali omonime del piano secante: ma queste orizzontali dovendo incontrare ciascuna una diversa falda del cono, la numerazione dovrà procedere da A verso F e poi di nuovo da F verso B in modo che ogni circonferenza abbia due diverse denominazioni; condotte poi le tangenti BB', AA' fino ad intersecare la CD parallela all'asse, dovrà dividersi A' B' in tante parti in quante lo furono AF + FB cioè FF' ed assegnarsi ai punti A', B' lo stesso nome dei punti A, B, completando poi al solito la costruzione. Si può peraltro evitare di dar due numeri ad ogni circonferenza se i due rami della iperbola da costruirsi si considerino quali proiezioni di due distinte iperbole, lo che si può sempre fare come apparisce evidentemente dalla (Fig. VIII^a), nella quale CD, C'D' rappresentano un cono di rivoluzione tagliato da un piano passante pel suo asse MN. Supposto infatti che il piano iconico debba passare pel vertice F del cono sarà *cd* il profilo del piano stesso, e rappresentando con PQ il profilo di un altro piano secante ambedue le falde del cono, sarà evidentemente AB l'asse reale della sezione il quale si proietterà sul piano iconico in *ab* e sarà F uno dei fuochi della proiezione; se ora per la traccia O del piano secante su quello iconico si meni un altro piano P' Q' inclinato a questo quanto il primo, avremo nel cono una seconda iperbola della quale A' B' sarà l'asse reale: ma quest'asse si proietta anch'esso in *ab* e un fuoco della proiezione cade sempre in F, dunque ambedue le iperbole avranno una sola e medesima proiezione rappresentata in profilo da *cabd*, e sarà in nostro arbitrio il considerare *pa* come proiezione di PA e *bq* come proiezione di B' Q'; nel qual caso non dovendosi rappresentare che una sola falda del cono si potrà notare *zero* il centro comune delle circonferenze, e numerizzar queste semplicemente secondo la serie dei numeri naturali. Quanto alla scala di pendenza, diviso A'B' (Fig. VII^a) in tante parti in quante si divise FF' e dato ad A' il nome di A, a B' quello di B, se da A' si contino verso B' tante parti quante ne intercedono fra F ed A si troverà un punto E il quale dovrà avere altezza *zero*, e da questo dovrà procedere la numerazione tanto verso *c* che verso B; la orizzontale GE che passa per questo punto rappresenterà evidentemente la mutua intersezione dei due piani secanti, quale nella Fig. VIII.^a è rappresentata in profilo dal punto O.

Essendomi proposto dimostrare come i metodi della planaltimetria possano riescire utili anche in oggetti puramente geometrici, mi piace notare come talora si prestino alla ricerca delle proprietà delle figure con una semplicità

ed una evidenza che non so se possa aversi maggiore da qualsivoglia altro metodo. A tale oggetto, nel caso speciale che sto esaminando, si presta sommamente la peculiar posizione testè assegnata al piano iconico grazie alla quale anche quando voglia descriversi una parabola od una elissi si può agevolmente determinare la orizzontale GE di altezza *zero* come vedesi pratticato nelle figure I^a, II^a, V^a, e VI^a; quanto alla fig. III.^{a} essendosi denominato 20 il centro comune delle circonferenze, la retta GE è rappresentata dalla orizzontale 20 del piano secante. Ora dalla semplice ispezione delle addotte figure senza bisogno alcuno di calcoli o di prolissi ragionamenti apparisce come ciascun punto delle coniche serbi distanze proporzionali dalla retta GE (*direttrice*) e dal punto F (*fuoco*), di tal che le coniche potrebbero benissimo definirsi: *luogo geometrico di tutti i punti di un piano che serbano distanze proporzionali da un punto e da una retta dati nel piano stesso.*

Quanto al rapporto di tali distanze, chiaro apparisce dalle figure VI^a e VII.^{a} come esso sia quello stesso *della eccentricità al semi-asse maggiore* e però sia < 1 nel caso della elisse, e > 1 nel caso della iperbola; nella parabola dove l' asse maggiore è infinito tale è pure la eccentricità e però il rapporto anzidetto si riduce alla unità – ed infatti è noto d'altronde che ciascun punto della parabola equidista dal fuoco e dalla direttrice. Questo modo di definire le coniche vale a ristabilire nelle curve stesse considerate come *luoghi geometrici* quel carattere di famiglia che scomparisce affatto quando la elissi e la iperbola si definiscano, come comunemente si suole, luogo dei punti che mantengono costante la somma o la differenza delle loro distanze da due punti fissi.

Sarebbe agevole il proseguire queste indagini, e mostrare come la elissi e la iperbola debbano avere due fuochi e due direttrici, ed investigare tutte le altre proprietà delle coniche senza uscire affatto dai metodi della planaltimetria: ma io essendomi proposto per fine principale la costruzione grafica di tali curve con i metodi stessi, ho voluto limitarmi a determinare il valore dell'indicato rapporto servendomi delle idee già note di *asse maggiore* e di *eccentricità* mentre avrei potuto invece dedurre queste stesse idee dal valore di quello.

Le esposte costruzioni e le considerazioni che ne discendono sono tanto semplici che non è impossibile che altri prima di me le abbia fatte; se così fosse sarebbe da incolparsene la mia poca erudizione, ma per quanto è da me, io mi protesto di non averle vedute in alcun luogo enunciate.

SEDIMENTI SABBIOSI DELLE ACQUE DI PIOGGIA

NOTA

DEL P. GIUSEPPE LAIS

All'enorme forza meccanica che si sviluppa nei moti giratorî dell'aria come nelle trombe, cicloni, tornados ecc. si deve ascrivere l'assorbimento e il trasporto di quelle il più delle volte impalpabili sabbie marine, che senza resti organici visibili ad occhio nudo vediamo a guisa di un velo depositarsi sulle lastre di cristallo lasciandovi l'impressione delle gocce, o riunirsi a dunicelle nelle piccole disuguaglianze di una superficie di vernice a smalto quando dopo il sopraggiungere di una pioggia ci rechiamo ad esplorare con minuta e diligente osservazione i residui della evaporazione. Di quella sabbia intendo parlare di colore tendente al giallo o al rosso distiuta dalla polvere grigiastra dell'atmosfera, sabbia che per molti anni non ebbe osservatori nella meteorologia se non quando cadde in tal proporzione da eccitare il terrore dei popoli che la chiamarono *pioggia di sangue*, o l'ammirazione dei moderni nel vedere l'impallidimento del candido color della neve, o l'ingiallimento della vegetazione, o delle coperture degli edificî.

La caduta della sabbia in luoghi lontanissimi da quelli dove si potrebbe dire un prodotto dei minerali della contrada per azione dell' attrito ci fa giudicare della prodigiosa altezza cui deve giungere , e della potenza del motore che l'ha sollevata, che è stato da quanti s' interessano del soggetto ravvisato nei moti turbinosi dell' aria. Di turbini parla il Maury nella geografia fisica del mare (1) quando spiega il modo onde nell' aria si raccoglie un sì minuto deposito: di tempeste e di uragani parla il Tarry (2) quando spiega il modo del sollevamento nell'Africa alle più alte regioni dell' atmosfera di quantità enormi di sabbia, che ha persistito per più giorni al di-

(1) Geografia fisica del mare e sua meteorologia di M. F. Maury LL. D. versione del Luogotenente Luigi Gatta. Torino Ermanno Loescher 1872, pag. 158.

(2) Lettera del Sig. Tarry inserita nel numero 121 del Bullettino settimanale dell'*Association scientifique de France* 23 Maggio 1869, e nel *Bullettino meteorologico* dell' Oss. del Coll. Rom. n.° 5, 30 Aprile 1869 pag. 35.

sopra della regione ordinaria delle nubi: effetti di un ordine molto più marcato di quello sia l'aleggiare del vento, e lo sfiorare la superficie, che per essere puri scambi di turbato equilibrio quando si tratta di venti periodici mancherebbe ad essi la vigoria di sollevare ad altezze smisurate, e in quantità soprabbondanti quelle polveri che dovrebbero rovesciarsi altrove.

Un attenzione di maggior rilievo dovrebbe recarsi sulla rarità delle piogge secche a cielo sereno, e in quiete atmosferica, dove d'ordinario l'elemento acqueo non manca mai ed è concomitante la pressione: sarà la sabbia in connessione colla direzione del luogo da cui spira il vento della burrasca, ovvero colla diminuzione della pressione atmosferica, nella quale producendosi cicloni, potrebbe il vento circolante trarla seco nel moto periferico, a quel modo stesso onde vediamo i vortici e mulinelli dell'acqua travolgare quanto vi ha di galleggiante nella superficie di un liquido?

Sebbene tutti convengono in ciò, che la polvere di cui parliamo abbia tutti i caratteri di una sabbia del genere di quelle che si trovano nei deserti, o che formano il letto naturale degli stagni e de'fiumi, tuttavia non tutti sono concordi nello stabilirne la provenienza.

La diversa origine ammessa dagli americani e dagli europei circa la caduta di questa sabbia in Europa dalle spiagge americane dagli uni, africane dagli altri, è un nodo ormai giunto a distrigamento. Il colore della sabbia conviene sì all'una che all'altra sede dell'azione vorticosa del vento: infatti i saggi che furono inviati dal Maury al Prof. Ehrenberg descrittici pel colore di matton rosso e giallo ocra, e quella vista nell'aria da Humboldt che era molto meno scura e venne da lui descritta come se impartisse all'atmosfera il *color di sabbia* (1) combina con quella che cadde in Italia negli anni 1860, 64, 65, 67, 68....., con quella che raccolse il Ch. Prof. Pietro Tacchini nel 6 Giugno 1870, 10 Marzo 72, 6 Settembre 73, e con quella spedita al P. Secchi dal Prof. Tarry desunta dall'interno dei deserti africani.

Secondo la teoria americana, ecco quanto seppe creare l'erudita mente del Maury.

All'Equinozio di primavera la vallata del Basso Orenoco è nella sua stagione secca; tutto è arsiccio, asciutti sono gli stagni e le paludi, le pianure diventano incolte: ogni vegetazione è cessata; . . . Questo è il periodo dell'anno quando la superficie della terra sparsa in questa regione di resti impalpabili e sommamente leggeri di organismi di animali e di vegetabili è solcata da turbini, da colpi di vento e da *tornados* di una forza terribile; questo è il periodo dei disturbi generali atmosferici i quali caratterizzano gli equinozi. Non sembrano forse queste condizioni sufficienti da promuovere le piogge di polvere in primavera? Al periodo dell'equinozio d'autunno,

(1) Geografia fisica del mare, p. 161.

un altra porzione del bacino dell'Amazzone è disseccata ed esposta ai venti che riempiono l'aria di polvere. . . Non possono pertanto i turbini i quali accompagnano l'equinozio di primavera e strisciano sulle pianure senza vita dell' Orenoco inferiore, pigliare « la pioggia di sabbia », che discende nell'emisfero nord in aprile od in maggio? Non possono forse essere gli sconcerti atmosferici che accompagnano l'equinozio d' autunno quelli che raccolgono gli organismi microscopici dell'Alto Orenoco e del gran bacino dell'Amazzone per le piogge di ottobre?

Il veicolo dei venti che opererebbero il trasporto della sabbia in Europa sarebbe riconosciuto nell'esistenza di una corrente superiore d'aria che spira costantemente dall'America Sud all'Africa Nord. Il livello di questa corrente sarebbe inclinato e discendente nello strato dei venti alisei, finchè raggiunge le più alte latitudini, dove particolari circostanze opererebbero la precipitazione come una nebbia rossa sull'Atlantico e sul Mediterraneo; e così anderebbe d'accordo colla teoria del Maury l'osservazione del celebre Prof. Ehrenberg, che esaminando la polvere col soccorso del microscopio vi riconobbe infusorî ed organismi, che non abitano l' Africa, ma l' America del Sud come può leggersi a pag. 156, 186 della versione della Geografia Fisica.

Nel Bollettino Internazionale dell' Osservatorio di Parigi recante il n.° 145 del 25 Maggio 1875 leggevasi un brano di nota sulla potenza dell'aliseo Sud-Ovest nel trasportare la cenere dell'incendio della città di Chicago fino alle isole Azorre quattro giorni dopo il principio della catastrofe, e nello stesso tempo si era inteso un odore empireumatico che aveva fatto dire agli Azorriani, che qualche gran foresta bruciava probabilmente sul continente americano. L' autore della nota invocava a prova del suo detto la pioggia di sabbia avutasi nella parte occidentale delle isole Canarie il 7 Febbraro 1863, e che era stata secondo tutta probabilità asportata dal Sahara a più di 32 miriametri di distanza.

Da queste riflessioni discende, che non potrà dimostrarsi mai per insussistente la teoria americana, sebbene possa subire tutte quelle modificazioni, che i fatti osservati d'altra parte reclamano, e che formano l'opposta teoria, la quale ha di mira la provenienza del vento onde ci avvediamo della caduta della sabbia (vento che d'ordinario è australe ed in genere del 3° quadrante), e si appoggia sulla quantità della caduta, che nei paesi più al Sud dell'Italia ha un'entità più grande specialmente in Sicilia. La corrispondenza della caduta in Italia colla sollevazione nell'Africa centrale, come va osservando il Tarry da qualche anno, ha un grandissimo valore e non piccolo potrebbe ripetersi dalla promiscuità dei mesi e delle stagioni come dal 1870 in poi andiamo osservando, sebbene il massimo si abbia all' equinozio di primavera.

La distribuzione dei mesi, nei quali è avvenuta la precipitazione, potrebbe

contando dal 1870 restringersi alla seguente = Gennaio 1, Febbraio 3, Marzo 4, Aprile 8, Maggio 2, Giugno 4, Luglio 0, Agosto 2, Settembre 2, Ottobre 0, Novembre 2, Decembre 1 = come può vedersi consultando le singole connotazioni alle riviste del Bullettino meteorologico del Collegio Romano per gli anni antecedenti al 1875. Si vede da questo, che non tutte le precipitazioni di sabbia sarebbero nelle favorevoli condizioni dei bacini dell'Orenoco e dell' Amazzone almeno nella misura di giorni fissata dal Maury « La pioggia » di sabbia è stata osservata assai più sovente di primavera e d' autunno, » cioè succede dopo gli equinozî ma ad intervalli che possono variare 30 » o 60 giorni in più o in meno. »

Con venia di quanti si occuparono di questi studî, e finchè con un sistema di pesate non sia messo fuor di dubbio, che la distribuzione nella caduta della polvere è in serie decrescente coll' aumento della latitudine dei luoghi onde viene raccolta, mi sia lecito muovere qualche congettura in favore dell'una, o dell'altra teoria.

Messe da parte le piogge a polvere bruna, che non possono dirsi originarie, e dei bacini d'America, o dei deserti africani; prese in considerazione quelle a base di sabbia gialla, che variano da 6 a 10 circa nell'anno, di queste direi, che siccome le polveri vanno sempre d' accordo colla pioggia, e la pioggia colla depressione e col vento, così intanto la sabbia segue la pioggia, in quanto segue la depressione; ed allora la sabbia sarebbe d' origine americana quando i primordî e la formazione della tempesta fosse stata sui lidi americani. È certo che le burrasche che abordano l'Inghilterra e il golfo di Guascogna, o ebbero principio in America, o sull'Atlantico, e il più delle volte rimase in calma il resto d'Europa producendosi soltanto il naturale richiamo dei venti australi: or bene la sabbia sarà propria del richiamo di questi venti, ovvero della depressione americana ?

Altre volte rimanendo la pressione atmosferica normale nell' Europa occidentale vediamo sorgere una depressione dall' Africa con una inflessione di linee isobariche gradatamente decrescenti verso il centro, e risentiamo il richiamo dei venti boreali al sopraggiungere della pioggia che ci reca la sabbia; perchè non potrà dirsi che questa ci provenga direttamente dall'Africa ?

Sarebbe a mio giudizio un fatto questo da dedurne una di queste due conseguenze : o le sabbie gialle sono concomitanti le depressioni atmosferiche, o nell'Africa si generano e scoppiano depressioni simultanee alle boreali, che arrivano all'occidente d'Europa. Infatti supponiamo le sabbie non concomitanti le depressioni, ma il vento, e facciasi il caso della depressione al

nord. Per quali ragioni talmente violento avrebbe da essere il richiamo dell'aria sud da sollevare con altissimo slancio fino alla regione delle nubi la sabbia caricando i venti, che dovrebbero recarla in Europa ? (1). Perchè questo non succede ad ogni depressione, e il vento molte volte caldissimo ed umidissimo australe sebbene tante volte di energia molto forte al cader della pioggia pure non ci rende la polvere, mentre ce la rende per debole che è talvolta ? Se facciamo l'ipotesi della depressione al sud col richiamo del vento nord come avviene la precipitazione della sabbia ? dunque per ammettere quella energia necessaria al lavoro meccanico dell'innalzamento della sabbia converrebbe ricorrere all'ipotesi della formazione di una seconda depressione con intervenzione di colpi di vento, trombe, cicloni, tornados nella regione centrale dell'Africa.

Pongo quì alcuni particolari sulle pioggie di sabbia notate nel Bullettino meteorologico dell'Osservatorio del Collegio Romano negli anni passati, che possono avere un riscontro con quello che si è detto notificando in pari tempo le piogge sabbiose dell'anno 1875 da me raccolte

Piogge di burrasche atlantiche con sabbia

20 Maggio 1872. Nella mattina di questo giorno a leggerissima pioggia si trovò associata la sabbia, osservata anche a Velletri, Perugia, Mondovì, e Moncalieri. Un gagliardo vento di Sud-Est era da noi l'allarme dell'arrivo di una depressione, che nel dì precedente giungeva dall'Atlantico sul Portogallo, e faceva presagire ai redattori del Bullettino Meteorologico di Parigi, turbini, e tempesta nel Mediterraneo come avvenne.

30 Nov. 1872. Il 29 si manifestava un abbassamento di 12 mm. a Valenza con piogge generali sulla Gironda, Loira, e Senna : il barometro si abbassava sulle coste d'Italia in cui spirava un forte vento di Ovest, e alle 10 pom. del 30, si raccoglieva in Roma polvere rossastra e nera con forti ed improvvisi colpi di vento Sud.

4 Dec. 1872. Il 3 si notava la comparsa di una burrasca in Francia dal golfo di Guascogna, e guadagnando terreno infieriva il giorno dopo sulle coste del mediterraneo con turbini e tempeste: a Roma spiravano venti di Sud e Sud-Ovest: polvere rossa e nera cadeva in miscela delle acque del cielo.

(1) La direzione del vento dovrebbe essere inclinata all'orizzonte e scalzare la sabbia il che stimo sarebbe per avvenire sopratutto nel luogo della depressione dove l'aria accorre dalle regioni superiori, non in luogo lontano dalla depressione dove l'afflusso inferiore sarebbe parallelo alla superficie e di minore intensità dell'afflusso superiore.

26, 27 Feb. 1873. Si ha dal Bullettino dell'Osservatorio, che il barometro dopo essere stato fluttuante ne'giorni 23, 24, 25 scese di nuovo e rapidamente, nella sera del 27 con Sud gagliardo e piogge nella notte fra il 26 e 27 nelle quali si raccolse la consueta sabbia rosso-nerastra con traccia di ferro e leggermente salata, e ciò dicesi essere l'effetto di una burrasca apparsa il 25 sull' Europa occidentale diretta verso il NNE che dileguossi sul golfo di Finlandia.

Altri esempi di questo genere potrebbero desumersi con tutta facilità dallo stesso Bullettino, salvo quei casi, nei quali è possibile aver subito un effetto noi soli di qualche burrasca africana, che abbia lambito solamente i nostri paraggi.

Pioggie di burrasche africane con sabbia

10 Marzo 1869. È celebre nei fasti della meteorologia italiana pel numero degli osservatori che la notarono, e per la coincidenza dell'osservazione fatta nell'interno del deserto africano sulla formazione di gigantesche nubi di sabbia , che si recarono coll' ondeggiamento del minimo barometrico sull'Europa. Nei numeri 115 e 121 del Bullettino settimanale dell'*Association scientifique de France* e nel n.° 5 del 30 Aprile 1869 del Bullettino dell'Oss. del Coll. Rom. si ha quanto può desiderarsi intorno ai particolari del fenomeno.

18 Genn. 1874. A Velletri cadde la consueta sabbia. L'occidente Europeo era in perfetta calma come si desume dai listini di Parigi , e spiravano da per tutto venti boreali, e 8 a Roma N.N. NO. E. In questo però un abbassamento barometrico si faceva risentire in tutta l' Italia meridionale : indizio certo di un ciclone, il quale sorgeva dall'Africa e colle, sabbie che in esso precipitavano, invadeva la penisola.

29. Aprile 1874. L' altezza barometrica dell' occidente di Europa era la normale con venti generali del 1.° quadrante: a Roma regnava il N. NNE. N.N.: intanto le curve isobariche della minima depressione si affacciavano dall'Africa, e in Velletri cadeva la sabbia commista alla pioggia.

Piogge con sabbia dell'anno 1875.

L' anno 1875 si aprì con una caduta di sabbia notata in data del 25 Febbraio. Era questa l'effetto di un centro di depressione formatosi nell'Ita-

lia secondo i listini di Parigi, e derivato forse dall'Africa verso la quale troviamo le linee isobariche di minor depressione.

La seconda fu dal 12 al 15 Marzo per Roma, notata in data del 15 nell'Osservatorio Municipale di Velletri col titolo di *pioggia con sabbia rossa*. I listini di Parigi ci dicono, che un centro di burrasca si accostava l'11 al golfo di Guascogna, e raggiungeva Poitou turbando il mare sulla costa della Provenza e della Sicilia.

La terza fu nei giorni 9–11 di Aprile. La depressione comparsa sull' Havre si trasportava col suo centro sopra Besanzone, e faceva scoppiare una tempesta col vento O. NO sul golfo di Guascogna e col vento O. sul Mediterraneo.

La quarta fu nei giorni 12, 13 Aprile a Roma, a Velletri indicata nel 13 coll'espressione *pioggia con poca sabbia color mattone*. Una depressione si era formata sul golfo di Genova con orientazione delle minime isobariche verso l'Africa producente turbamento nel Mediterraneo.

La quinta fu nel dì 22 Aprile per Roma, e 24 per Velletri.

La sesta fu tra il 24 e 25 Giugno per Roma, in dose però tenuissima. In questo giorno come rilevo da una lettera indirizzatami dal Ch. Prof. Pietro Tacchini notavasi nell'aria il fenomeno molto marcato della caligine atmosferica col vento di S. E.

SU DI UN ANTICO DISEGNO DEL SOLE DATO DAL P. KIRCHER

NOTA

DEL P. ANGELO SECCHI

Il Sig. Capello direttore dell' Osservatorio meteorologico di Lisbona mi inviava tempo fa una copia in fotografia di un curioso disegno del Sole trovato colà isolatamente senza indicazione di opera scritta a cui appartenesse. Questo disegno porta l'intestazione seguente = *Schema corporis solaris prout Romae a Scheinero et Kirchero observatum fuit anno* 1635. = Esso rappresenta il sole contornato di minute fiamme, e sopra queste si innalzano alcune colonne di fumi o vapori alti a modo di getti vulcanici o fumaiuoli, a intervalli irregolari, in numero di dieci. L'interno del disco è ripieno altresì di fiamme e di crateri fumanti in alcuni dei quali è scritto *putei lucis*. La zona mediana per 30° gradi di quà e di là dell'equatore è un tessuto di piccole fiammelle compatte, mentre le due callotte laterali fino ai poli sono piene di montuosità, getti, fiamme e masse molto più grandi e irregolari.

La figura trovata a Lisbona ha degli emblemi solari agli angoli, cioè l'aquila che guarda il Sole, col motto *luce probatur*: la fenice col motto *ardore fecunda*: un *cornucopia* pieno di fiori e frutta col motto *muneris omne tui* e il Girasole colla scritta *vertor cum vertitur ipse*. Oltre questi motti vi sono anche distici allusivi a questi emblemi.

Questa figura non ha indicazione di opera a cui appartenga, ma ho trovato appresso che essa è semplicemente una riproduzione mediocremente accurata di quella che trovasi nell'opera originale del Kircher intitolata *Mundus subterraneus* a pag. 64 del T. I.

Probabilmente quella di Lisbona fu pubblicata in occasione di qualche esercizio scolastico, o tesi. Gli emblemi non si vedono in quella dell' opera citata ma solo nel campo è scritto *spacium ethereum*,

In quanto spetta alla cosa che rappresenta questa figura, essa non è certamente un risultato *diretto* dell' osservazione, come indica la sua leg-

genda, ma piuttosto una divinazione di speculazione, ben azzardata; e benchè sia in qualche cosa felice in altre però non è di gran merito. Le piccole fiammelle che circondano l'astro sono certamente la più bella rappresentazione che può farsi della cromosfera come la conosciamo oggidì. Colle regioni indicate dai nomi *putei lucis* pare che siansi volute indicare le macchie circondate dalle loro facole, e le minute fiammelle della gran zona centrale esprimono assai bene le granulazioni, che sono più belle e decise sempre presso l'equatore. In quanto alle eruzioni esse sono una divinazione fortunata, ma non si capisce perchè se ne mettano tante nelle regioni polari, ove pure essi allora sapevano esser assai scarse le macchie. Ora sappiamo che anche ai poli esistono le eruzioni solari, ma che ivi sono esclusivamente idrogeniche, mentre quelle della zona media sono metalliche.

Il Kircher nell'opera del *Mundus subterraneus* accenna alla somiglianza che vi è del sole con un crogiuolo pieno di materie fuse, dall'interno delle quali si lanciano getti di fiamme e di vapori ardenti, donde poi traeva la spiegazione delle macchie.

Checchè ne sia di queste divinazioni più o meno fortunate, il titolo non deve indurre nessuno in errore, quasi che esso avesse avuto modo di vedere le fiamme e le eruzioni solari come facciamo ora noi. Noi sappiamo benissimo quali erano i mezzi di osservazione di quel tempo e certamente con essi non potevano riconoscersi le cose che vediamo oggidì collo spettroscopio. *Audentes fortuna juvat,* ecco tutto, e il coraggio certamente non mancava al P. Kircher. Lo Scheiner più positivo non ha osato metter queste divinazioni nelle opere sue ed è stato rigorosamente descrittivo, e se pure accenna ad idee teoriche parziali, non ha mai osato avanzarsi a dare una teoria dell'astro. Per amor del vero al titolo *prouti observatum* dovrebbe sostituirsi *prouti divinatum fuit,* o cosa simile.

Ho creduto bene dire alcuna cosa questo disegno perchè vedo che esso ha fatto qualche sensazione nel mondo letterario.

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI MICROSISMICHE FATTE NEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE E DELLE PRINCIPALI RIFLESSIONI TEORICO-SPERIMENTALI DEDOTTE DALLE MEDESIME DAL 1870 AL 1875

MEMORIA

DEL P. TIMOTEO BERTELLI B.ª

(*Continuazione* Vedi pag. 83)

PARTE II.

DEL METODO DESCRITTIVO GRAFICO, E NUMERICO, TENUTO NEL RAPPRESENTARE I MOTI MICROSISMICI OSSERVATI DAL 1870 IN POI E RIFLESSIONI PRINCIPALI INTORNO AD ALCUNE TAVOLE CHE NE MOSTRANO COMPENDIOSAMENTE L'INTENSITÀ DIURNA, MENSILE ED ANNUA

SOMMARIO — Ragioni del diverso metodo che in passato si è seguito nel registrare e pubblicare le osservazioni microsismiche (I) — Del metodo di esposizione in valore numerico-angolare e grafico tenuto al presente (II) — Per qual ragione ora nelle Tavole si computino anche i moti minimi (III) — Vantaggi del metodo seguito, e dichiarazioni intorno alle Tavole (IV) — Utilità dell'esprimere in valore angolare i moti tromometrici, e di fissarne nei singoli Osservatorii l'intensità relativa (V) — Dell'uso della media e del massimo ad esprimere l'intensità tromometrica diurna (VI) — Del metodo grafico proposto dal Prof. De Rossi (VII) — Dichiarazioni intorno agli istrumenti ed alle osservazioni (VIII) — Dichiarazione delle Tavole I e II delle intensità relative tromometriche e sismiche mensili, e principali illazioni che dalle medesime si deducono (IX) — Appunti e dichiarazioni principali intorno alle altre Tavole (X).

I. Allorquando, in seguito a ripetute prove e confronti, al principio del 1871 rimasi alla fine convinto della realtà dei moti microsismici e riconobbi l'importanza degli studi e delle deduzioni che ai medesimi si riferivano, non mancai di metterne in avviso gli scienziati col mezzo della stampa (1) e di pubblicare le mie osservazioni (2) richiamando vivamente sopra di esse la loro attenzione.

Nondimeno, come chiaramente si rileva dai documenti che conservo, tranne qualche gentile incoraggiamento a proseguire le mie indagini, duravano in

(1) Bullettino meteorol. del Collegio Carlo Alberto di Moncalieri. Vol. VI. N.° 7, 31 Luglio 1871. pag. 90 e 91.

(2) Ibid. pag. 100. *Armonia* del 22 Nov. 7 e 14 Dic. 1871; 4 Genn. 7 Febbr. 1872 ecc.

generale fino al 1874, come in passato, per lo meno le dubbiezze e le esitanze degli scienziati sulla causa endogena dei moti osservati, ritenendo sempre che in questi potessero influire cause vibratorie accidentali e locali, da me, o da altri prima di me, non avvertite o non apprezzate. Ciò d'altra parte era ben naturale per chi non aveva ancora coi proprî occhi e con lunga esperienza verificati e discussi i fatti stessi e trovata la ragione di alcune apparenti contradizioni, rispetto alle leggi conosciute e riguardanti la propagazione dei moti vibratorî (1); del che recai già le ragioni teoriche e le prove sperimentali in parecchi articoli e memorie, come vedesi in parte in questo Riassunto, e meglio si conoscerà dagli *Appunti storici*. Ma allora appunto quando la discussione cominciava ad inclinare gli animi ad ammettere almeno in parte, le mie deduzioni, nel Luglio del 1873 la controversia del Prof. Monte sorse a gettare per lo meno nuovi dubbi e diffidenze sulla natura dei fatti osservati. Però queste obbiezioni stesse (le quali certamente furono intraprese pel bene della scienza (2), col fine cioè che essa non venisse traviata da risultati ingannevoli e non rettamente interpretati), mentre presentarono a me l' opportunità di svolgere e dichiarare vieppiù gli argomenti già recati in passato in appoggio alle mie deduzioni, mi spinsero a produrne altresì di nuovi e più concludenti. Oltre a ciò l'interesse stesso che questa disputa produsse negli scienziati, fece sì che parecchi cominciassero finalmente a por mano alle ricerche stesse sperimentali a fine di chiarirsi per se medesimi da qual parte stesse la ragione, ciò che appunto io pure vivamente desiderava, non avendo alcun dubbio intorno al buon esito di tali ricerche fatte a dovere. Così il Prof. L. Guidi, Direttore dell'Osservatorio di Pesaro, il Prof. Don I. Galli, Direttore dell'Osservatorio di Velletri ed il Prof. De Rossi a Rocca di Papa e a Roma, cominciarono fin dal 1873 a fare alcune osservazioni tromometriche preliminari, le quali pure trovaronsi d'accordo colle mie deduzioni e coi fatti da me notati. Da ultimo una più splendida conferma venne ai medesimi dalla preziosa serie di osservazioni fatte dal Prof. De Rossi a Rocca di Papa e a Roma a cominciare dall' Agosto 1874, e contemporaneamente dal Conte Ant. Malvasia a Bologna e poi appresso da altri. Mi era necessario premettere questo breve cenno storico a dichiarazione del metodo diverso seguito dapprima e variato dipoi nelle mie esposizioni tromo-

(1) V. la mia memoria: *Della realtà dei moti microsismici ed osservazioni sui medesimi* ecc. Estratto dagli Atti dell'Accad. Pont. dei nuovi Lincei. Sess. IV^a^, 21 Marzo 1875. pag. 17-19.

(2) Di ciò ne è anche chiara prova l'aver egli gentilmente favorito per la discussione le sue stesse osservazioni tanto al Prof. De Rossi che a me, di che anch'io gli esprimo quì la più viva gratitudine.

metriche. Infatti da principio ben conoscendo che le mie ragioni, quantunque fondate sopra una seria numerosa di fatti osservati con accuratezza e senza preoccupazioni, avrebbero assai penato dapprima a vincer le prevenzioni e dubbiezze contrarie, così ritenni allora miglior consiglio limitarmi soltanto ad esporre candidamente i fatti stessi osservati, coll'aggiunta di qualche breve commento, lasciando poi che il tempo e l' esperienza propria producessero spontaneamente anche in altri le medesime profonde convinzioni. Ed invero le agitazioni tromometriche che si osservano specialmente in occasione delle grandi tempeste, che traversano l'Europa, dei forti abbassamenti barometrici, e dei periodi sismici sono per sè stesse di tal natura, che non è possibile dopo alcune prove comparative (come difatto è avvenuto generalmente a tutti quelli che hanno intrapreso l'osservazione tromometrica), che alcuno, per quanto prevenuto in contrario, non riconosca nel fenomeno stesso osservato una causa affatto indipendente da ogni agente accidentale, locale o esogeno. Da ciò appunto l' insistere che io facea di sovente perchè altri pure osservasse e sperimentasse; sempre però nel modo conveniente, come l'esperienza mi aveva dimostrato, a fine di escludere al possibile l'intervento di ogni azione vibratoria locale e meccanica; giacchè, altrimenti operando, anzichè ottenere dallo sperimento un aiuto a chiarire il vero, non ne sarebbe risultata che una dannosa complicazione di effetti, i quali, oltre il condurre ad erronee conseguenze, avrebbero gettato di nuovo, come tante volte in passato, questa importante ricerca nel comune discredito ed oblìo, come di questione o illusoria, o per lo meno indefinibile. Pertanto a fine di esporre la serie dei fatti da me osservati, come diceva poc' anzi, tre vie mi si presentarono, cioè 1.° di usare soltanto espressioni verbali relative al più o meno di agitazione del pendolo, e ciò esclusivamente praticai da prima per necessità, anche ne' miei registri, essendo allora quel primo pendolo sfornito di scala micrometrica; oppure 2.° di meglio fissare il valore di codeste denominazioni dai relativi valori numerici dell'oscillazione pendolare misurata col micrometro, e ciò ho praticato dal Luglio del 1872 in poi con altro tromometro più esatto; da ultimo 3.° feci uso anche di curve e di tavole numeriche, ridotte, a quanto poteva, alla forma più espressiva e compendiosa. a fine di rappresentare i moti pendolari osservati.

Però a quanto rilevasi dal doppio ordine di deduzioni contenute nella 1.ª parte di questa Memoria, alcune di esse risguardano più direttamente 1.° il moto tromometrico orario di ciascun giorno; altre invece 2.° si riferiscono all'intensità microsismica complessiva di un giorno, di un mese o di un anno relativamente ad altro giorno mese o anno. Questa intensità periodica rela-

tiva mentre è più agevole ad esprimersi (1) e studiarsi in tavole numeriche e curve, sembra ancora la più importante per gli odierni studi sismici. Nondimeno alcuni degli elementi della 1.ª ricerca lo sono forse altrettanto, e specialmente 1.° la determinazione del valore e dell'ora del *massimo notevole* movimento diurno osservato; come pure 2.° il rilevare se, durante un giorno, d'altra parte tranquillo, si sia manifestata d'improvviso qualche forte onda isolata o qualche periodo breve e notevole di agitazione, a differenza dell'ondeggiamento continuato per tutto o per la maggior parte del giorno, come succede nelle ordinarie agitazioni barosismiche. Ora egli è appunto a fine di esprimere i suddetti elementi più importanti del moto microsismico, e nel modo che, dopo molti tentativi, sembrò tanto a me che ad altri il più utile insieme e compendioso, che io ho adottato in questo *Riassunto* delle osservazioni microsismiche la forma che qui si vede e che appresso dichiarerò.

III. Innanzi tutto, però è da avvertire che nelle Tavole le quali ora propongo ho tenuto conto dei moti tromometrici anche minimi, e non già solo dei più notevoli, come praticai altra volta (1). In allora la novella teoria non essendo ancora abbastanza accreditata presso gli scienziati, non conveniva per allora che nella medesima io andassi troppo pel sottile esigendo l'altrui persuasione su di tutte le parti di essa col pericolo di esporla, senza alcun pro, a nuovi ed inopportuni contrasti. Infatti, dimostrata che fosse una volta l'origine endogena delle oscillazioni tromometriche maggiori (su di che mi abbondavano prove ovvie a tutti) *dato ancora e non concesso*, come suol dirsi, che i minimi di tali moti non fossero riferibili alla stessa causa, nulla per ciò venivano a scapitarne sostanzialmente le mie conclusioni. Nondimeno, riguardo ai medesimi piccoli moti, non lasciai di accennare sin d'allora alcune forti ragioni che mi inducevano nella convinzione che essi pure fossero della stessa natura dei primi.

---

(1) A fine di esprimere per intero, anche pel corso di un solo anno, tutte le variazioni del moto tromometrico diurno, si richiederebbe un quadro numerico assai prolisso, e che facilmente ingenererebbe confusione e stanchezza al lettore, ovvero un lavoro grafico assai lungo e dispendioso, trattandosi, riguardo a Firenze, di 5 in 6 mila osservazioni annue. Tuttavia per mio studio particolare tengo descritte già una gran parte di queste curve, e di buon grado anche le pubblicherei, quando altri se ne assumesse l'incarico. Del resto qualche saggio di queste curve diurne è stato già pubblicato più volte, e specialmente nel Bullettino meteorologico del Collegio Carlo Alberto di Moncalieri Vol. VIII, N.° 2, pag. 17, insieme con una mia lettera dichiarativa, in data 15 Febbraio 1873.

(2) *Osservazioni microsismiche dell'anno meteorico* 1873 *e risposta ad alcune obbiezioni intorno alle medesime*. Estratto dall'Accad. Pont. de'nuovi Lincei. Sess. VII, 5 Luglio 1874, e così nell'altra memoria. *Realtà dei moti* ec. citata sopra.

Ora però a tali prove reputo opportuno aggiungerne un' altra maggiore, per la quale appunto mi risolvetti alla fine di non lasciar più in disparte codesti minimi moti ne'miei quadri sinottici. Infatti nel 1873 e di nuovo al presente avendo a tal fine costruite le curve rappresentanti l' intensità microsismica di ogni mese dell'anno, dal 1872 in poi, e ciò da prima derivando la medesima dalla somma di tutti i valori diurni, ovvero dalla media, e poi esclusivamente dai soli moti notevoli, e da ultimo dai minimi soltanto, mi risultò e mi risulta anche al presente da tutte e tre queste curve un andamento presso che uniforme, regolare e costante in ogni anno presso a poco quale si vede nelle Tavole I e II (dedotte dalle medie tromometriche diurne e mensili) che qui appresso per la prima volta produco.

IV. Dirò ancora qui della ragione che m' indusse a dare simultaneamente le Tavole dei valori osservati espressi tanto in cifre che in curve. Queste ultime infatti, sebbene siano utilissime, come ognun sa, a fissare ad uno sguardo, come sull'indice di un libro, alcune relazioni che si cercano e alle quali più specialmente si dirige la nostra attenzione, pure spesso avviene che a discuterle convenientemente, comporle, e compararle fra loro sotto certi punti di vista, occorra realmente anche il sussidio dei valori numerici, come io stesso più volte ho sperimentato. Oltre a ciò le mie tavole numeriche contengono anche l' elemento necessario dell' ora del *massimo* tromometrico, e quando questa vi è soppressa, fanno vedere a prima vista i giorni nei quali il *massimo* non giunse ad esser notevole. Di più oltre il somministrare il valore assoluto angolare tanto del *massimo* che del *medio* diurno (il che serve anche come mezzo di rettificazione a qualche inesattezza che potesse esser trascorsa nelle curve) le medesime danno ancora l'ora e l'intensità relativa delle oscillazioni verticali microscopiche, e qualche altro utile appunto dichiarativo. Da tutto ciò quindi si rileva che le tavole dei valori numerici, come pure quelle delle curve, che li rappresentano graficamente, si dichiarano e si completano a vicenda, e che per ciò entrambe riescono per lo meno utilissime, e talora forse necessarie.

V. Mi resta ora a dichiarare primieramente perchè nella presente esposizione ed in alcuni altri più recenti miei lavori io abbia introdotto l'uso del valore angolare invece del lineare micrometrico che prima adoperava; in secondo luogo perchè al presente io dia soltanto la media, invece della somma di tutti i valori tromometrici diurni osservati, come praticai altra volta ad esprimere l'intensità diurna.

Da principio essendo io solo ad osservare, come ho detto, era forse per me indifferente l'usare il valore lineare o l' angolare, tanto più che la

prolungata esperienza di parecchi anni, i quali hanno presentato intensità sismiche e microsismiche assai diverse tanto per frequenza che per energia di moto, mi aveva già fatto chiaramente conoscere qual'era per Firenze, fra i diversi valori osservati, *il massimo, il forte, il mediocre, l'appena notevole, il piccolo ed il minimo* (1). Ma oltrechè la determinazione in valore angolare in parte tornava necessaria anche allora per gli studi, quantunque riguardo a me, certamente non perfetti, delle deviazioni del pendolo dalla verticale (2), la medesima appresso tornò indispensabile quando al mio s'aggiunsero altri Osservatorii, a fine di rendere le nostre osservazioni comparabili fra loro. A tal uopo infatti occorrendo sopprimere al possibile ogni causa istrumentale di eterogeneità, non avendosi da per tutto pendoli di egual lunghezza, nè microscopi d'identica forza amplificativa (3), era assai conveniente il fare sparire questa diversità almeno in parte, col ridurre le ampiezze lineari delle oscillazioni osservate, in valore angolare. Egli è vero che a vincere le difficoltà che alcuni opponevano per adottare questo metodo (il quale, apportando certamente qualche poco di complicazione maggiore, si temeva riuscisse d'impedimento a diffondere come è assai desiderabile questo genere di osservazioni) cercai da prima di proporre il compenso che ho accennato sopra [nota (1)] riguardo alle intensità relative, prendendo cioè per punto

---

(1) Questo studio pratico comparativo è della massima utilità e sarebbe bene che nei singoli Osservatorii si fissassero i detti valori relativi locali deducendoli da una serie sufficiente di osservazioni di periodi di calma e di agitazione, specialmente di quelli osservati nei due mesi dell'anno, i quali presentano d'ordinario il *massimo* ed il *minimo* d'intensità tromometrica annua. Ciò, oltre il giovare moltissimo a determinare l'intensità relativa del dinamismo locale, potrebbe somministrare altresì, per via di opportuni confronti fra diversi luoghi, dei dati assai preziosi ed utili a costruire poi in seguito come una carta micro-dinamica dell'intensità relativa del moto tromometrico nelle diverse parti d'Italia, come già il Prof. De Rossi ha accennato nelle sue osservazioni sugli indizi probabili del moto sismico.

(2) Fu il sig. A. d'Abbadie, membro dell'Istituto di Francia, che desiderando conoscere le deviazioni pendolari dalla verticale da me osservate, m'indusse a fare per la prima volta questa riduzione, la quale estesi poi anche alle altre mie osservazioni, ed appresso a quelle pure del Conte Malvasia dall'Agosto 1874 in poi. La riduzione si fece, secondo l'uso presso di noi più comune, della divisione sessantesimale; però, per questo genere di ricerche sarebbe utile certamente la divisione centesimale, preferita e seguita pure dal Sig. d'Abbadie.

(3) Avendo da poco riconosciuto per esperienza riuscire assai difficile in pratica, sia pure nei microscopi dello stesso modello e della medesima fabbrica, quali p. e. si usano pei *Tromometri normali*, l'ottenere la stessa amplificazione, dipendendo essa inoltre dal diverso grado di vista dell'osservatore, così consiglierei sempre il farne d'ora innanzi la verificazione per ogni microscopio: del resto qualunque sia il risultato di questa prova (giacchè ciò non osta punto, potendo servire qualunque microscopio, purchè abbia una distanza focale ed un'amplificazione conveniente) giova usare della formoletta già da me proposta per costruire una tavola di riduzione angolare adatta al proprio istrumento. Alla costruzione della medesima io stesso mi sono già altra volta offerto per chi lo desiderasse, e mi fornisse a tal uopo i dati necessari.

di partenza e come unità di moto *appena un po' notevole* quello stesso che io aveva già fissato come tale per Firenze. Ma questo divisamento non riuscì per allora, mancando agli altri Osservatorii una serie sufficiente di osservazioni, dalle quali ritrarre l'elemento comparativo accennato, e desiderandosi d'altra parte di accelerare intanto la pubblicazione dei risultati ottenuti. Così restò convenuto fra tutti l'uso del valore angolare nel trasmettere e pubblicare le osservazioni tromometriche, e a questo medesimo assai di buon grado mi attengo anch'io in questo Riassunto.

VI. Non mi resta quindi qui da ultimo se non a dire dell'uso che a preferenza ho fatto della *media* per rappresentare l'intensità microsismica giornaliera. Le ragioni che a ciò m'indussero sono state: 1.° perchè innanzi tutto dalle prove fatte in diversi modi per via di curve ho rilevato chiaramente che la *media* (1) esprime egualmente che l'altro mezzo, altre volte praticato, della *somma* cioè di tutti i valori diurni, l'andamento stesso curvilineo dei medesimi moti. In 2.° luogo la *media* presentando valori espressi in numeri più semplici si mostra più agevole sia ne'confronti numerici sia alla costruzione delle curve; le quali inoltre vengono così ad occupare uno spazio più limitato, il che per ogni riguardo torna assai comodo. Inoltre, 3.° a questo stesso fine aveva pure espresso nelle curve [per mezzo di una crocetta (+)] ed in metà del vero il valore angolare del massimo diurno (già notato d'altra parte per intero nelle Tavole numeriche) a fine di scorgere immediatamente a vista una nota caratteristica importante del moto microsismico, già espressa sopra (V. la Parte I §. IX, pag. 96 l. 14 e seg.). Quando infatti la detta crocetta trovavasi (nella stessa indicazione diurna) presso al limite della media, ciò indicava che l'agitazione in quel giorno era stata pressochè uniforme; mentre quando invece notevolmente se ne discostava, si riconosceva la presenza di un onda o di un agitazione parziale notevole, la quale però non aveva influito se non in una parte alquanto ristretta delle osservazioni della giornata. Però non essendosi ciò potuto eseguire nelle tavole di questa memoria per mancanza di tipi, si può tuttavia supplire, a tal difetto colle tavole numeriche, confrontando cioè, nel modo indicato, il *medio diurno* colla metà del *massimo*. Ma ciò che sovra tutto mi ha risoluto a dare in questo Riassunto la preferenza alla *media*, si è, 4.° l'ottimo risultato che me n'è derivato nell'esprimere le intensità mensili relative tanto per Firenze

(1) Ad ottenere la medesima con maggior approssimazione, presa la somma dei valori lineari dei moti osservati in tutto il giorno, si divide questa somma per il numero stesso delle osservazioni fatte in quel giorno, e da ultimo, per via della Tavola di riduzione, il quoziente ottenuto si converte in valore angolare.

che per le altre stazioni tromometriche, come vedesi nella Tavola Iª, e come si riconoscerà maggiormente da alcune riflessioni che appresso vi unisco.

VII. In fine nella costruzione delle curve non si è potuto usare, per la ragione detta pocanzi, che nelle Tavole I e II il metodo tipografico assai in-ingegnoso, semplice ed economico, cioè di lineole e punti, ad esprimere i secondi ed i quarti di secondo, quale fu già ideato e praticato dal Prof. De Rossi. Nelle altre Tavole delle curve mensili invece non si sono usati che soli punti, ciascuno dei quali esprime il moto angolare di un secondo nel pendolo tromometrico. La frazione decimale di secondo si è considerata come intero quando il suo valor numerico superava 3 decimi.

VIII. Venendo ora finalmente ad esporre le Tavole, premetto alle medesime i seguenti dati riguardanti l'istrumento e le osservazioni stesse, oltre quelli che ho detto già altrove, e che possono somministrare anche ad altri utili riflessioni e confronti. Nel primo pendolo sismometrico più semplice, da me usato dal 1870 al Luglio del 1872, e qualche volta anche dopo, il corpo pendolare era un palla di piombo del diametro di 1 decimetro circa, e del peso di kilogr. 4,900, sospesa ad un filo di rame rincotto di circa 1 millim.º di diametro, appena capace a reggere il peso, (cautela necessaria per diverse ragioni che già esposi, e che qui non occorre ripetere) e sottoposto prima ad un allungamento lineare un po'forzato, per sopprimere in esso gli effetti di torsione, altra cautela che l'esperienza mi mostrò vantaggiosa. La lunghezza del pendolo del punto di sospensione fino all'estremità della cuspide (illuminata da una lucerna esteriore ed osservata con una lente semplice secondo i rombi principali della semi-circonferenza della rosa dei venti) è di metri 4,455: la durata di ogni oscillazione del pendolo stesso è di 2″, 1 (1). Il punto di sospensione è connesso ad un forte braccio di ferro murato all'angolo di due grossi muri in una specie di piccolo sotterraneo affatto buio, chiuso e riparato dalle agitazioni dell' aria e dalle rapide variazioni di temperatura, ed inoltre il pendolo stesso rinchiuso entro una specie di stretta e lunga

---

(1) Sotto la cuspide del pendolo corrispondeva un grosso strato orizzontale di polvere leggerissima, spianata prima con un vetro: la cuspide stessa da prima vi si immergeva alquanto a combiaciamento per mezzo di una vite calante, collocata al punto di sospensione. In seguito i moti tromometrici spontanei del pendolo producevano in breve un incavo circolare nella polvere stessa sotto la punta del pendolo, sicchè i moti tromometrici ordinari vi si compivano poi per entro liberamente: il resto della polvere era destinata a ricevere la traccia dei terremoti. La lunghezza ed il peso considerevole del pendolo, come già dichiarai in passato, servono, fra le altre cose, a mantenere più lungamente l'oscillazione a fine di non perdere del tutto l'indicazione della medesima nell'intervallo che passa da un'osservazione ad un'altra durante il giorno.

cantoniera formata da una coltellata di mattoni. Questa s'innalza da un piano triangolare di marmo, murato anch'esso all'angolo stesso, e fornito di una finestrella a vetri. Le osservazioni che si facevano, tra mattina e sera, (dalle 5 ant. alle 10 pom.) erano d'ordinario circa 5 in media, ma, nelle agitazioni, molte di più. Da prima per parecchi mesi non ne fu notata a libro alcuna delle osservazioni, non essendo allora ancor sicuro della loro natura ed origine. Il numero di quelle notate di poi è di circa 2000. Quanto al secondo tromometro più completo, messo in opera nel Luglio del 1872 e da me usato tuttora, avendone già più volte data la descrizione, mi limito qui a dire che esso trovasi in condizioni assai migliori di isolamento e di stabilità e che somministra indicazioni assai più sicure e precise. Esso è collocato a pianterreno in un piedistallo indipendente dai muri del fabbricato, posato profondamente in piena terra sovra un antichissimo fondamento già esistente e circondato di arena asciutta; sorge isolato anche dal lastrico e dalla vetrina non lungi dall'ingresso del Collegio. Questo trovasi alquanto a ridosso della collina sul primo declivio della via che conduce a Fiesole, sul versante sinistro del Mugnone. Dista dalla cupola del Duomo di Firenze di metri 2290, quasi in direzione di NE, cioè declina da Nord verso Est, rispetto alla linea meridiana passante pel Duomo, di 40°. 36′ circa (1). Rispetto al livello del Mediterraneo il punto di sospensione del pendolo trovasi all'altezza di metri 86,64; e la lunghezza del medesimo fino all'asse orizzontale del cannocchiale, o centro di osservazione è di metri 3,207. Ad ogni millimetro reale osservato col cannocchiale corrispondono approssimativamente 10 divisioni del micrometro (diviso in decimi di millimetro).

Il pendolo compie, in media, (avuto riguardo alle dilatazioni termiche) 33 oscillazioni al minuto primo; quindi ogni sua battuta vale 1″,8 circa.

Il pendolo fin qui descritto è quello che ha somministrato le indicazioni contenute nelle seguenti tavole, e che inoltre principalmente ha dato luogo alle deduzioni esposte già nella Iª Parte di questo *Riassunto*. Le osservazioni su questo pendolo si facevano d'ordinario soltanto nell'intervallo diurno compreso fra le 5 ant. e le 10 pom. circa, ed il numero delle medesime è in media di 14 al giorno, possibilmente distribuite ad intervalli eguali di

(1) Queste indicazioni mi sono state gentilmente somministrate dall'illustre scianziato il Sig. Generale Ezio de'Vecchi, Direttore dell' Istituto topografico militare di Firenze. Il medesimo ha pure determinati altri elementi geodetici del nostro piccolo Osservatorio del Collegio alla Querce, dai quali risulta che la latitudine del medesimo è 43°.47′. 17.″86 N, e la longitudine Est (dell'Isola del Ferro) è 28° 56′. 26″. 81.

tempo (1). Però appresso, nelle *Tavole dei valori*, ho notato sempre ad ogni giorno il numero delle osservazioni stesse, essendo questo un elemento utile a dedurre qualche criterio sul valore e la distribuzione oraria e diurna dell'intensità microsismica osservata e descritta. Ora, non computando parecchie osservazioni, le quali non furono scritte a registro, ed altre che ne furono escluse, anche solo per qualche dubbio che non fossero così sicure, il numero delle osservazioni fatte (coll'identico pendolo e nel medesimo modo sopradescritto) dal 1872 a tutto Novembre 1875 è di 18307, e fino a tutto Marzo 1876 sarebbe 20459.

Avrei desiderato assai di poter qui presentare, insieme colle tavole che contengono le osservazioni suddette, anche le altre (2000 circa) che furono fatte coll'antico pendolo dal 1870 al 1872, e proseguite poi anche nel 1873, insieme con quelle del nuovo istrumento; ma lo smarrimento di alcuni dei registri, diverse lacune che poi trovai in altri, e la difficoltà di esprimere con qualche esattezza con valori convenzionali sì, ma almeno comparabili, tali osservazioni fatte a occhio e senza sussidio di scala micrometrica, mi hanno distolto dopo diversi tentativi, da tale impresa. Però se alcuno vorrà consultare il quadro grafico che, come saggio, ne pubblicai nel Bullettino meteorologico del Collegio di Moncalieri, già altrove citato, potrà di leggieri riconoscere anche in quelle osservazioni parecchi periodi barosismici, oltre la solita inflessione della curva annuale nelle intensità tromometriche mensili, col massimo invernale ed il minimo estivo.

Ma ritornando alle tavole che ora debbo presentare, dirò innanzi tutto che, ciascun quadro contiene un trimestre nel quale per ogni giorno si dà, in valore numerico angolare ed in curva, l'intensità media diurna del moto tromometrico: codesta media si deduce dalla somma di tutti i moti osservati sul micrometro durante il giorno, divisa questa pel numero delle osservazioni diurne, e convertito il quoziente in valore angolare con apposita tavola di riduzione. Quanto al *massimo* dell'escursione pendolare osservata in ciascun giorno, si nota l'ora della medesima in tempo medio di Roma, e la sua ampiezza angolare: se però questa si trova ripetuta più volte nello stesso giorno, si nota soltanto la prima che ha avuto luogo. Riguardo alle *note* dichiarative di ciascun mese, le quali per alcune circostanze sono stato costretto a rimettere alla Terza Parte di questo scritto, mi sono limitato stret-

(1) Non tutte però le ore di osservazione, nè sempre, si conservarono invariabili, non essendo ciò conciliabile con altre occupazioni mie e di quelli che mi hanno coadiuvato. Fra questi mi è assai grato poter qui ricordare alcuni dei nostri alunni, i quali successivamente vi si applicarono in questi anni con ispeciale assiduità e diligenza, cioè i Signori Nob. Guido Libri, Nob. Francesco Vincenti, Giuseppe Chantreaux, Marchese Giovanni Cavalli e Raffaello Ricci.

tamente alle più necessarie, a fine di evitare al lettore tedio e confusione: esse comprendono principalmente le oscillazioni sussultorie o verticali osservate al tromometro, le scosse di terremoto, le quali vennero qui avvertite, alcune altre seguite altrove, le quali o servono di conferma alle deduzioni contenute nella I.ª Parte di questo scritto, o che apparivano manifestamente connesse coi moti tromometrici qui osservati. Rimando pure ad altro scritto, destinato a formare come una Terza Parte di questo *Riassunto*, alcune note e considerazioni speciali riguardanti lo studio delle relazioni fra i moti tromometrici, magnetici, barometrici ecc. e così alcuni documenti in conferma delle deduzioni precedenti. Da ultimo alla medesima Terza Parte debbo pur rimettere, per ragione di difficoltà tipografiche, le tavole delle curve dei moti tromometrici diurni osservati a Bologna: per ora mi limito a dare qui appresso soltanto il valor medio mensile dei medesimi per mezzo di curve compendiose contenute nelle Tavole I e II, il che faccio pure per Firenze e per quegli osservatorii dai quali ho ricevuto un periodo continuato abbastanza esteso di osservazioni. Per questi perciò debbo premettere, come ho fatto sopra per Firenze, alcuni appunti sui tromometri usati nei diversi luoghi, seguendo l'ordine del tempo al quale rimontano le osservazioni trasmesse.

Nel R. Liceo Niccolini di Livorno le osservazioni microscopiche dei moti pendolari, intraprese dal Prof. Pietro Monte l'11 Aprile 1873, e proseguite di poi fino al presente, furono fatte d'ordinario due sole volte al giorno, cioè alle 7 ant. ed alle 3 pom., e tuttavia fino a tutto Febbraio di quest' anno 1876 sommano a 2062. Dall' 11 Aprile 1873 a tutto il 26 Gennaio 1874 furono eseguite sopra un pendolo del peso di chilogr. 14,500: la lunghezza del medesimo, a partire dal punto di sospensione (che era tangente alla gola di una carrucola connessa ad un braccio di ferro murato alla parte superiore dell'edificio) era, fino al punto osservato col microscopio, di metri 11,81, e chiuso entro apposita guida o custodia. Dal 26 Gennaio 1874 a tutto il Febbraio seguente le osservazioni furono fatte ivi con un pendolo (egualmente custodito ed applicato ai muri della fabbrica stessa) lungo metri 2.90, e del peso di gr. 433. In fine del Marzo 1874 in poi il pendolo osservato è dipendente da un piedistallo e sostegno a se, a piano di terra, della lunghezza di metri 1,50 e del peso di chilogr. 1,691. Tutti e tre i detti pendoli però furono osservati con un medesimo microscopio, e in tutti e tre l'osservazione è sempre stata fatta sul filo di sospensione, poco al di sopra del corpo pendolare. Le curve che do appresso per Livorno nelle Tavole I e II le ho dedotte dalle medie dei valori lineari micrometrici delle osservazioni diurne, quali mi furono gentilmente trasmessi recentemente dal Prof. Monte.

Quanto ai tromometri usati dal Sig. Conte Antonio Malvasia a Bologna, avendone già parlato più volte nelle passate Memorie, aggiungerò solo che il punto di sospensione del pendolo (lungo m. 3,545) si trova elevato dall'Adriatico di m. 63,13 ha 44°.29' di latitudine Nord e a $0^h, 4'. 31''$ di longitudine Ovest del meridiano del Collegio romano. Il numero delle osservazioni tromometriche (4 al giorno in media) fatte a Bologna dal 9 Agosto 1874 a tutto Novembre 1875 è di 2047 (1). Di esse 1502 sono state eseguite col medesimo pendolo che ho detto, fino a tutto il 13 Luglio 1875. Dal 17 Luglio 1875 a tutto il 10 dell'Agosto seguente le osservazioni si fecero collo stesso pendolo, ma accorciato fino a battere il secondo, cioè della lunghezza di m. 1,062 dal punto di sospensione all'asse del cannocchiale. Infine dall'11 agosto 1875 in poi le osservazioni sono date dal *tromometro normale*, il quale, come si sa, ha lunghezza di $1^m, 50$, e con un peso di 100 grammi: nel microscopio un millimetro reale comprende, alla vista media ordinaria, 35 divisioni del micrometro, il quale è pure diviso al solito in decimi di millimetro.

Da ultimo il Prof. De Rossi, aderendo gentilmente al mio desiderio, di inserire cioè in questo *Riassunto*, alcuna serie delle sue numerose ed importantissime osservazioni, mi favorì quelle da lui fatte nella sua abitazione di Roma in numero di ben 5396 (2), dal 9 Dicembre 1874 a tutto il Novembre 1875. Tutte queste osservazioni furono eseguite con uno dei microscopi che sogliono usarsi nel *Tromometro normale*, e che, riguardo alla vista media comune, comprende 35 divisioni del solito micrometro nello spazio di un millimetro reale. Le dette osservazioni però furono fatte successivamente con due pendoli diversi dei quali il primo (usato sino a tutto Gennaio) del peso di 52 grammi e della lunghezza di $1^m, 020$ dal punto di sospensione all'asse del cannocchiale, e l'altro, usato in appresso, del peso di 100 grammi e della lunghezza di $1^m, 327$. Ora sul valore angolare delle medie mensili, che ho ricavate da questi dati ho costruite appunto la curva di Roma pel 1875, quale vedesi nella seguente Tavola I.

In fine, a guisa di appendice, ho aggiunto alla Tavola II, per cagione di alcune deduzioni speciali, anche le medie dei primi mesi del presente anno meteorico 1875–1876, per quegli Osservatorii, i quali finora mi hanno favorito

(1) Altre 496 osservazioni si sono fatte dal 1 Dicembre 1875 a tutto Marzo 1876.

(2) Tranne alcuni pochi giorni, e nei mesi nei quali il Prof. De Rossi fu assente da Roma, cioè da Luglio ad Ottobre, le osservazioni diurne furono in generale assai numerose, ed in alcuni giorni specialmente in modo straordinario. Alcune di tali utilissime serie di osservazioni diurne in diverse circostanze mi furono trasmesse pure dal chiarissimo Sig. Prof. D. Ignazio Galli, Direttore dell'Osservatorio di Velletri, delle quali mi propongo di ragionare nella Terza Parte di questo scritto. Come ho già detto, egli pure fu dei primi a coadiuvarmi in questi studi tromometrici.

le loro osservazioni; occorre pertanto il dar qui un cenno altresì del tromometro usato già più volte nell'anno scorso, e poi anche più regolarmente nel presente, nell'Osservatorio di Camerino, dall'egregio Sig. Prof. Giuseppe Berti, Direttore del medesimo. Ivi il pendolo è applicato a solidissimi muri dell'edificio, e si mostra affatto indipendente da oscillazioni locali ed accidentali (1). La lunghezza totale del pendolo è di $1^m,15$, e fino al punto osservato col microscopio, di $0^m,965$, con un peso di 100 grammi: ciascuna piccola divisione del micrometro corrisponde a circa $\frac{1}{12}$ di millimetro.

Per riguardo poi alla Tavola II in particolare debbo pur mettere qualche breve dichiarazione. Sebbene le osservazioni tromometriche non abbraccino ancora una serie abbastanza lunga di anni, dalla quale si possa dedurre con maggior sicurezza la *media microsismica normale* di ogni mese dell'anno, anche solo qui per Firenze, tuttavia ho creduto opportuno presentare intanto la curva stessa, quale sinora risulta dalla media generale delle medie speciali dei singoli mesi durante questi anni di osservazione. Tanto più che tale media generale facendo naturalmente sparire tante minute e parziali eterogeneità, mette vieppiù in chiaro quello che in questo fenomeno è principale e comune, e che non può essere attribuito ad una causa puramente isolata e locale, cioè l'andamento generale del moto tromometrico nei successivi mesi del periodo annuale (2). Oltre a ciò la curva così ottenuta presenta una singolare somiglianza di forma generale con quella dei terremoti che pure ho aggiunto nella medesima Tavola II. Quest'ultima curva l'ho ricavata (col solito metodo delle medie mensili, e servendomi convenzionalmente di una scala proporzionale) da quella del Mallet la quale trovasi in fine (3) dell'opera interessantissima del Prof. Girolamo Boccardo, col titolo: *Sismopirologia. Terremoti, vulcani e lente oscillazioni del suolo. Saggio di una teoria di geografia fisica*. Genova 1869. Tip. Sordo-muti. La curva

(1) Aggiungo alcune utili dichiarazioni trasmessemi gentilmente dal Ch. Prof. Berti: « Il peso » del pendolo microsismico nel mio osservatorio è di grammi 100 ed è collocato dentro l'osserva- » torio, che non sarebbe al piano terra. L'asta che lo sostiene è infissa in un muro maestro in- » terno. I due muri posano sopra roccia viva, poco al disotto del livello del pianoterra. Sono » perciò solidissimi, e lontani da strade maestre non vi ha occasione di oscillare per carichi che » passino nelle vie della città. Più e più volte ho fatto esperienza, se pel passaggio di vetture, » o sterze pesantissime nella via più vicina si concepisse alcuna oscillazione nel pendolo, ma nè » per questo nè per iscuotimenti interni ho mai potuto scorger verun movimento ». Aggiungo qui, a fine di tenerne nota, che il Prof. Berti, nel giorno 17 Gennaio 1876 osservò nel suo pendolo uno spostamento da *ovest* ad *est*.

(2) La curva generale delle medie mensili si è costruita anche per Livorno, giacchè ivi prima che altrove si cominciò una serie continuata di osservazioni, ciò che in qualche modo supplisce a quanto potrebbe desiderarsi d'altra parte.

(3) Tav. III. *Cronosismologia — Distribuzione annuale dei terremoti.*

sismica accennata, la quale esprime l' intensità sismica mensile, dedotta da 5879 terremoti avvenuti nell'emisfero boreale in 32 secoli, trovasi originariamente nell'opera di Roberto Mallet: *On the facts and theory of earthquake phoenomena* — IV Report — (Vol. pel 1858 del XXVIII° Congresso dell'Associazione Britannica pag. 48). La curva stessa del Mallet è desunta sia dagli studi suoi, sia dalle copiosissime ed utilissime raccolte e discussioni sismiche dell'illustre Alessio Perrey, le quali trovansi in molte Note e Memorie nei *Comptes Rendus* dell'Accademia di Parigi, e negli Atti delle Accademie di Dijon, di Angers, e del Belgio ecc. (1).

A proposito di codesta curva sismica debbo pur far notare qui, che avendo io tentato di costruirne altre parziali, cioè riguardanti alcune regioni soltanto, e in particolare dell'Italia, sia pei secoli trascorsi, sia anche solo per questi ultimi anni, servendomi per questi delle ingegnose ed utilissime tavole grafiche ideate dal Prof. De Rossi (2), nondimeno assai più che in dette curve sismiche parziali trovai nella curva generale del nostro emisfero la maggiore somiglianza colla curva microsismica. Questo fatto, il quale non mi sembra abbastanza spiegabile con altre ragioni più ristrette, accennerebbe invece, a mio credere, che il dinamismo sismico e microsismico, e forse in generale lo stato di vulcanicità esogena derivi in complesso da una o più cause co-

---

(1) La prevalenza generale dei terremoti nel periodo invernale sull'estivo è provata manifestamente dalle osservazioni di Perrey, Mallet, Marian, Volger, Davide Milne ecc. Quest'ultimo anzi (come nota il Boccardo Op. cit. pag. 37—38) in un suo scritto *On the british earthquakes*, nell'*Edinburg Philosophical Journal* Vol. XXXI—XXXVI, osserva « come il periodo dell'anno in » cui l'azione sismica è al suo massimo, sia quello stesso nel quale l'attuale altezza della colonna » barometriea è al suo minimo, ed in cui è più grande la scala delle oscillazioni della colonna » medesima. Considerando l'enorme totale effetto che l'aumento o la diminuzione della pressione » barometrica esercita su vaste aree di superficie, il Sig. Davide Milne attribuisce a questa ca- » gione la principale e quasi l'unica efficacia della distribuzione e produzione dei terremoti. Pro- » babilmente (come giustamente soggiunge il Boccardo) il dotto fisico inglese sarebbe stato più » nel vero, se si fosse limitato ad affermare che la mentovata cagione *può avere* una notevole » influenza sul fenomeno di cui trattasi, essendo meccanicamente indubitato che allorquando la » pressione atmosferica diminuisce sopra una data parte del globo in una forte proporzione, qua- » lunque forza che dal centro alla periferia solleciti quella porzione della terrestre superficie, in- » contrandovi una minore resistenza, deve necessariamente determinarvi un effetto meccanico più » considerevole ».

Riserbandomi a svolgere altrove alcuni altri concetti su questo argomento, in accordo con diversi fenomeni sismici e microsismici, mi limito qui ad osservare che la diminuzione di soli 10 millimetri nella pressione atmosferica al di sotto della media annuale aumenterebbe per se sola, la forza espansiva di gas e vapori interni, sia direttamente, sia per mezzo degli innumerevoli meati di comunicazione che esistono fra l'interno e l'esterno della crosta terrestre, di una forza equivalente a 135 millioni di chilogrammi per ogni chilometro quadrato, oltre lo svolgimento di altri gas e vapori da tutta la massa sottoposta.

(2) Atti dell'Accad. Pont. de'Nuovi Lincei.

muni endogene molto più estese di quello che forse apparirebbe da alcuni fenomeni speciali ed isolati che ne dipendono. Lo stesso probabilmente sarebbe a dirsi pure delle relazioni barosismiche, per le quali altresì ritengo che le ricerche intorno ad esse, oltre alle condizioni locali, convenga estenderle almeno ai grandi bacini vulcanici contigui del nostro emisfero. Insomma, prescindendo dalle forme speciali di manifestazione dell'energia del dinamismo o vulcanicità terrestre, nel che i diversi effetti spesso si suppliscono a vicenda ed anche a grandi distanze; prescindendo pure dal diverso atteggiarsi delle vibrazioni sismiche o microsismiche della terra dipendentemente dai sistemi oro-idrografici e stratigrafici, non che dagli effetti di collisioni e rinsacchi delle vibrazioni stesse conseguenti, e fuori di ogni influenza accidentale e locale, sembra, dico, risultare da tutto il complesso dei fatti esposti, sia considerati in se stessi, sia nelle loro scambievoli relazioni, qualche causa endogena *reale* e *comune* la quale dia luogo annualmente ad una curva quasi simmetrica e simile, sì pei moti sismici come per i tromometrici.

TAVOLA I.

MEDIE TROMOMETRICHE MENSILI

Mesi	Medie angolari di Firenze 1872–1873	Medie angolari di Firenze 1873–1874	Medie lineari di Livorno 1873	Medie lineari di Livorno 1873–1874
	1'' 2'' 3'' 4'' 5'' 6'' 7'' 8'' 9'' 10'' 11''	1'' 2'' 3'' 4'' 5'' 6'' 7'' 8'' 9'' 10'' 11''	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
Settembre				
Ottobre				
Novembre				
Dicembre				
Gennaio	1873	1874		1874
Febbraio				
Marzo			1873	
Aprile				
Maggio				
Giugno				
Luglio				
Agosto				
Settembre				
Ottobre				
Novembre				

Mesi	Medie lineari di Livorno 1874–1875	Medie angolari di Firenze 1874–1875	Medie angolari di Bologna 1874–1875	Medie angolari di Roma 1874–1875
	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11	1'' 2'' 3'' 4'' 5'' 6'' 7'' 8'' 9'' 10'' 11''	1'' 2'' 3'' 4'' 5'' 6'' 7'' 8'' 9'' 10'' 11''	1'' 2'' 3'' 4'' 5'' 6'' 7'' 8'' 9'' 10'' 11''
Settembre		1874	1874	
Ottobre				
Novembre				
Dicembre				
Gennaio	1875		1875	
Febbraio				
Marzo				
Aprile				
Maggio				
Giugno				
Luglio				
Agosto				
Settembre				
Ottobre				
Novembre				

TAVOLA II.

CONFRONTO FRA LE INTENSITÀ MICROSISMICHE E SISMICHE

Mesi	Medie angolari mensili dei moti microsismici osservati a Firenze dal Settembre 1872 a tutto Febbraio 1876.	Medie mensili in valor lineare micrometrico dei moti pendolari osservati a Livorno dall' 11 Aprile 1873 al 28 Febbraio 1876	Medie mensili dei terremoti dedotti dalla curva sismica del Mallet la quale comprende 5879 terremoti nell' emisfero boreale.	
	1″ 2″ 3″ 4″ 5″ 6″ 7″	1 2 3 4 5 6 7	1 2 3 4 5 6 7 8 9	
Gennaio				
Febbraio				
Marzo				
Aprile				
Maggio				
Giugno				
Luglio				
Agosto				
Settembre				
Ottobre				
Novembre				
Dicembre				

Mesi	Medie angolari di Firenze 1876	Medie angolari di Bologna 1876	Medie angolari di Camerino 1876	Medie mensili di Livorno (valore lineare) 1876
	1″ 2″ 3″ 4″ 5″ 6″ 7″ 8″ 9″ 10″	1″ 2″ 3″ 4″ 5″ 6″ 7″ 8″ 9″ 10″	1″ 2″ 3″ 4″ 5″ 6″ 7″ 8″ 9″ 10″	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Dicembre				
Gennaio				
Febbraio				
Marzo				

TAVOLA III.

OSSERVAZIONI MICROSISMICHE
DEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NEL 1872

Giorni del mese	SETTEMBRE				OTTOBRE				NOVEMBRE			
	Num. delle osser. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angolare	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angolare	Massima diurna	
			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. ang.			Ore t. m. di Roma	Val. ang.
1	5	6".7	8. 5 a	9"7	3	1"2	——	3"0	7	4"2	7.40 a	10"9
2	5	2· 4	4. 8 p	9·7	5	2·4	7.10 a	6·0	5	7·9	9.35 p	12·1
3	3	3· 6	——	5·5	5	3·6	7.42 a	6·0	6	12·1	5.35 p	23·0
4	6	4· 2	7.15 a	7·9	6	5·5	8.35 p	12·1	6	7·9	10. 5 a	10·9
5	5	3· 6	7.23 a	7·3	6	5·5	10.25 a	9·7	7	10·9	6.35 a	21·3
6	4	3· 6	——	5·5	8	3·0	1.53 p	11·5	6	7·9	3.20 p	17·0
7	3	2· 4	7.15 a	6·7	7	3·0	1.55 p	6·0	4	6·0	10.15 a	7·3
8	1	3· 0	——	3·0	7	3·6	6.43 a	6·0	8	6·0	4.15 p	9·1
9	—	——	——	——	5	0	sempre	0	8	4·2	2. 5 p	7·9
10	—	——	——	——	9	1·8	10.35 p	6·0	9	9·7	8.45 p	23·0
11	—	——	——	——	12	6·7	10.40 a	15·1	9	17·0	10.35 a	24·2
12	—	——	——	——	11	7·3	5.47 a	12·1	15	10·3	6.50 p	18·2
13	—	——	——	——	11	3·6	5.50 a	7·3	15	15·1	10. 5 a	23·0
14	5	6· 7	7.10 a	12·7	10	7·3	9.50 p	18·2	16	10·9	7.55 p	16·4
15	7	0· 6	——	2·4	15	6·0	7.30 a	18·2	14	10·3	3. 5 p	18·2
16	5	0	0	0	15	3·0	6.35 a	6·0	15	10·3	4.25 p	20·0
17	6	0· 6	——	3·6	14	8·5	8.15 p	18·2	13	6·7	8. 5 a	12·1
18	3	1· 8	7.20 a	6·0	14	4·2	4. 5 p	12·1	11	6·7	10. 5 p	15·1
19	5	——	——	0	13	4·8	6.30 p	9·1	16	9·7	5.50 a	15·1
20	5	——	——	0	13	4·2	8. 5 a	7·9	13	5·5	12. 5 p	7·9
21	3	——	——	0	14	5·5	10. 5 p	12·1	12	3·0	11.55 a	7·3
22	7	——	——	0	11	3·6	7.10 a	6·0	11	6·0	12.10 p	12·1
23	2	——	——	0	13	6·7	2. 5 p	10·9	14	9·1	3.10 p	24·8
24	6	9· 1	4. 5 p	12·4	15	7·3	5.35 p	15·1	12	6·0	8.35 p	9·1
25	4	3· 6	7.15. a	6·0	20	9·1	5. 5 p	21·2	12	5·5	6.45 p	7·9
26	3	6· 0	4. 5 p	15·1	11	12·1	9. 5 a	24·2	11	4·8	6.25 a	6·0
27	6	3· 6	7.10 a	6·0	12	8·5	7. 5 a	27·2	14	4·2	7. 5 p	6·0
28	3	4· 2	7.10 a	6·0	10	3·0	8. 5 p	6·0	14	4·8	12.20 p	9·1
29	4	5· 5	7. 0 a	10·3	10	7·9	2. 5 p	12·1	12	7·3	6.35 p	15·1
30	—	——	——	——	13	6·7	8.35 a	10·9	13	5·5	11.10 a	18·2
31	—	——			10	10·3	11.10 a	12·1				

TAVOLA IV.

CURVE DEDOTTE DAL MOTO MEDIO TROMOMETRICO DIURNO OSSERVATO AL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1872

Giorni del mese	SETTEMBRE	OTTOBRE	NOVEMBRE
	Moto microsismico	Moto microsismico	Moto microsismico
	abc	abc	abc
1	....	.	....
2	..	..	....
3	....	....	....
4	....	......	....
5	....	......	....
6	....	...	....
7	..	...	......
8	...	....	......
9			....
10	Omessa l'osservazione	..	....
11		....	....
12		....	....
13		....	....
14	....	....	....
15	.	......	....
16		...	....
17	.	....	....
18	..	....	....
19		.....	....
20	Omessa l'osservazione	....	......
21		......	...
22		....	......
23		....	....
24	....	....	......
25	....	....	......
26	......	....	.....
27	....	....	....
28	....	...	.....
29	......	....	....
30		....	......
31		....	

TAVOLA V.

OSSERVAZIONI MICROSISMICHE DEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1872-1873

Giorni del mese	DICEMBRE				GENNAIO				FEBBRAIO			
	Num. delle osserv. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna	
			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.
1	11	12″ 7	2.25 p	18″2	18	7″ 9	3.55 p	20″6	16	7″ 3	8. 5 a	12″1
2	12	11. 5	8.35 p	21·2	16	4· 8	8.45 p	10·9	16	9· 7	9.12 a	19·4
3	12	9. 7	10. 5 a	18·2	11	3· 0	4.10 p	6·1	17	18· 8	11.50 a	35·1
4	15	20. 6	10.40 a	33·3	7	4· 8	9.20 a	10·9	15	9· 1	5.50 a	13·9
5	13	17. 0	12.55 p	48·4	13	15· 7	7.35 a	12·7	16	10· 3	8. 5 a	24·2
6	16	9. 7	7.55 p	16·4	10	7· 3	7. 5 p	12·1	17	14· 5	7.53 a	33·3
7	14	16. 4	5.50 p	36·3	13	9· 7	12. 5 p	21·2	13	7· 9	12.15 p	15·1
8	13	5. 5	1.35 p	12·7	12	8· 5	4.15 p	15·7	15	7· 9	11.20 p	15·1
9	17	13. 3	5.15 p	27·2	14	7· 3	8. 5 p	18·2	18	9· 1	1. 0 p	13·1
10	13	19. 4	1.43 p	27·2	15	7· 9	10. 5 a	18·2	13	10· 3	8.25 a	15·1
11	15	18. 9	1. 0 p	30·3	12	3· 7	12.50 p	6·7	16	3· 6	11.15 a	6·7
12	15	9. 1	8.52 a	18·2	12	6· 1	12.55 p	14·5	16	7· 3	6.35 a	13·3
13	16	4. 8	9.50 a	9·1	13	4· 8	9.50 a	12·1	16	10· 3	6.55 a	15·7
14	18	8. 5	1.53 p	18·2	13	6· 1	2.17 p	10·3	18	11· 5	5.20 p	18·2
15	13	15. 1	8. 0 p	25·4	15	4· 2	7. 5 p	7·3	15	10· 3	6.35 a	17·0
16	14	5. 5	9.59 a	13·3	12	2· 4	12.50 p	10·3	7	3· 0	7.27 p	6·1
17	13	8. 5	10.15 a	13·3	15	4· 8	9.55 p	13·3	14	7· 9	3.10 p	32·1
18	15	10. 9	11.15 a	21·2	14	4· 2	7.55 p	6·7	17	3· 6	6.35 a	6·1
19	11	10. 3	12.55 p	9·7	11	8· 5	10. 0 p	15·1	16	3· 6	5.30 a	6·1
20	10	9. 7	4.20 p	12·1	19	12· 7	5.30 p	18·2	15	2· 4	——	4·8
21	12	13. 9	12. 5 p	23·0	17	18· 2	10. 2 a	36·3	19	10· 9	11. 0 a	27·1
22	11	7. 3	7.55 p	12·1	15	22· 4	8.30 a	42·4	19	3· 0	7.58 p	6·7
23	13	9. 7	8.35 a	18·2	11	7· 3	6.39 p	12·1	18	3· 6	10.18 a	31·5
24	3	8. 5	10. 1 p	10·9	14	7· 9	8.30 a	12·1	18	4· 2	12.0 m	12·1
25	13	17. 6	3.35 p	30·3	12	7· 3	5.10 p	11·5	14	16· 4	3.35 p	48·4
26	10	11. 5	11.20 a	15·1	18	7· 3	11.45 a	12·1	16	3· 0	10.52 a	12·1
27	14	9. 7	2.15 p	21·2	15	4· 8	11. 5 a	9·1	16	8· 5	5.43 a	12·1
28	15	6. 0	8. 5 p	12·1	15	4· 2	11. 5 a	10·9	20	10· 3	11.51 a	32·1
29	10	4. 8	10. 5 p	10·9	16	4· 2	1.42 p	9·1				
30	10	5. 5	11.15 a	12·1	12	4· 8	10. 0 p	9·1				
31	8	5. 5	11.25 a	8·5	13	5· 5	6.28 p	7·3				

TAVOLA VI.

CURVE DEDOTTE DAL MOTO MEDIO TROMOMETRICO DIURNO OSSERVATO AL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1872-1873

Giorni del mese	DICEMBRE	GENNAIO	FEBBRAIO
	Moto microsismico	Moto microsismico	Moto microsismico
	abc	*abc*	*abc*
1	....	....	....
2	....	.....	....
3	....	...	....
4	....	.....	....
5	....	....	....
6	....	....	....
7	....	....	....
8	......	....	....
9	....	....	....
10	....	....	....
11	....	....	....
12	....	......	....
13	.....	.....	....
14	....	......	....
15	....	....	....
16	......	..	...
17	....	.....	....
18	....	....	....
19	....	....	....
20	....	....	..
21	....	....	....
22	....	....	...
23	....	....	....
24	....	....	....
25	....	....	....
26	....	....	...
27	....	.....	....
28	......	....	....
29	.....	....	
30	......	.....	
31	......	......	

TAVOLA VII.

OSSERVAZIONI MICROSISMICHE DEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1872-1873

Giorni del mese	MARZO				APRILE				MAGGIO			
	Num. delle osserv. diurne	Media diurna ang.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna ang.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna ang.	Massima diurna	
			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.
1	18	6″ 1	7.53 a	12″1	22	4″ 2	6.53 p	10″9	13	1″ 2	——	3″6
2	18	3· 0	4.35 p	12·1	18	2· 4	——	4·8	13	1· 2	——	5·5
3	21	7· 3	5.55 p	18·2	10	4· 2	1.30 p	12·1	16	3· 6	6. 5 p	10·3
4	21	3· 0	8.35 a	6·1	18	3· 0	5.15 a	6·0	18	6· 7	8.57 a	18·2
5	16	3· 6	9.53 a	9·1	16	3· 0	5.20 a	6·0	17	4· 8	5. 5 a	7·3
6	13	3· 6	8.55 a	6·1	16	7· 3	7.44 a	12·1	18	3· 6	6. 5 a	6·1
7	14	4· 8	1.48 p	7·3	21	10· 9	12.50 p	15·7	14	1· 8	10.15 a	6·1
8	15	3· 0	10.41 a	6·1	15	9· 1	5. 5 a	18·2	19	12· 1	12.50 p	30·3
9	13	1· 2	——	3·0	14	4· 8	5. 5 a	8·5	18	5· 5	9. 5 a	10·9
10	16	3· 6	1. 0 p	6·1	14	9· 1	5.30 a	18·2	17	4· 2	6. 5 a	6·1
11	19	2· 4	8.38 p	13·3	16	6· 7	3.39 p	12·1	14	3· 0	——	4·8
12	18	15· 1	7.45 p	49·6	17	6· 1	9.44 a	12·1	18	3· 0	——	5·5
13	18	10· 9	5.12 p	18·2	16	1· 8	——	5·4	17	4· 2	5.55 a	12·1
14	20	9· 7	1.53 p	23·0	12	2· 4	——	5·4	17	4· 2	9.23 p	7·9
15	19	6· 1	9.50 a	12·1	18	2· 4	——	4·8	17	4· 2	5.20 a	9·1
16	19	4· 8	11. 0 a	12·1	19	3· 6	8.12 p	11·5	25	7· 9	8.50 p	42·4
17	19	12· 1	6.35 a	26 0	17	7· 3	11. 0 a	10·9	22	4· 2	6.42 p	7·3
18	22	10· 9	6.37 a	18·2	20	3· 6	10.40 a	10·9	18	4· 2	9. 6 a	8·5
19	22	1· 8	6.14 a	12·1	17	3· 6	4.11 p	10·9	21	4· 2	10.10 p	7·3
20	20	6· 1	6. 5 p	12·1	15	4· 2	8.38 a	6·0	15	4· 8	10.50 a	9·1
21	22	2· 4	8.25 a	6·7	15	2· 4	3. 3 p	6·0	19	4· 2	1.57 p	8·5
22	20	1· 8	5.30 p	6·1	24	10· 3	7. 0 a	31·5	22	3· 6	5.40 a	7·3
23	20	1· 2	——	3·6	21	5· 5	12. 0 m	25·4	19	4· 2	12. 0 m	7·9
24	17	2· 4	9.40 a	6·1	21	10· 3	9.35 a	18·2	20	3· 0	3.20 p	7·3
25	21	2· 4	7. 5 a	7·3	18	10· 3	9.45 a	17·6	18	2· 4	6.29 a	6·0
26	19	1· 2	——	5·5	22	12· 1	9.55 a	25·4	38	1· 8	12.45 p	7·3
27	20	1· 2	9.35 p	6·1	22	7· 3	8.35 p	13·3	18	3· 0	10.16 p	10·9
28	22	1· 2	——	4·2	18	6· 7	4.57 a	12·7	22	4· 8	8.55 p	8·5
29	18	1· 2	——	2·4	15	5· 5	5.23 a	11·5	17	3· 6	9. 5 a	9·1
30	12	2· 4	——	5·5	19	3· 6	4.45 a	6·0	16	2· 4	7.42 a	7·3
31	20	3· 6	7.50 a	8·5					15	3· 6	10.25 p	10·9

TAVOLA VIII.

CURVE DEDOTTE DAL MOTO MEDIO TROMOMETRICO DIURNO OSSERVATO AL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1872-1873

Giorni del mese	MARZO	APRILE	MAGGIO
	Moto microsismico	Moto microsismico	Moto microsismico
	abc	*abc*	*abc*
1	......	....	.
2	...	..	.
3	....	....	....
4	...	...	....
5	....	...	.....
6	....	....	....
7	.....	....	..
8	.:.	....	....
9	.	.....	......
10	....	....	....
11	..	....	...
12	....	......	...
13	....	..	....
14	....	..	....
15	......	..	....
16	.....	....	....
17	....	....	....
18	....	....	....
19	..	....	....
20	......	....	.....
21	..	..	....
22	..	....	....
23	.	......	....
24	..	....	...
25	..	....	..
26	.	....	..
27	.	....	...
28	.	....	.....
29	.	......	....
30	...	....	..
31	....		....

TAVOLA IX.

OSSERVAZIONI MICROSISMICHE DEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1872-1873.

Giorni del mese	GIUGNO				LUGLIO				AGOSTO			
	Num. delle osser. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna: Ore t. m. di Roma	Massima diurna: Val. Ang.	Num. delle osserv. diurne	Media diurna angolare	Massima diurna: Ore t. m. di Roma	Massima diurna: Val. ang.	Num. delle osserv. diurne	Media diurna angolare	Massima diurna: Ore t. m. di Roma	Massima diurna: Val. ang.
1	14	6''.0	6.35 a	12''1	17	2''4	6.40 a	6''7	18	2''4	——	4''8
2	14	4· 8	7.45 a	12·1	17	3·0	2.38 p	7·9	16	0·4	——	4·8
3	14	3· 6	11.55 a	6·0	19	3·6	——	4·5	15	3·0	8.25 a	6·0
4	18	6· 0	5.55 p	19·4	21	6·7	5. 6 p	37·5	18	1·2	——	3·6
5	15	3· 0	——	4·8	16	2·4	2. 0 p	6·0	18	1·8	——	4·2
6	16	1· 8	5.58 p	6·0	16	3·6	8. 5 p	9·7	18	1·8	——	5·4
7	19	4· 8	7.35 a	9·1	19	3·6	3.50 p	9·1	17	6·0	——	5·4
8	16	10· 3	6. 5 a	18·2	17	6·7	2.59 p	12·7	23	7·9	9. 3 a	16·9
9	16	3· 6	4.50 a	6·0	17	3·0	9.23 a	6·1	20	3·6	9.20 a	12·1
10	20	4· 2	8.26 a	6·0	19	4·8	7.15 a	12·1	22	4·8	11.15 a	13·3
11	17	2· 4	9.15 a	10·9	17	5·4	5. 5 p	12·1	17	4·2	6. 2 a	8·5
12	16	3· 6	9. 0 p	10·9	18	6·7	2.40 p	12·1	15	4·2	10.20 a	6·0
13	17	9· 7	5.50 p	42·4	17	7·9	3.40 p	48·4	18	6·0	10.20 p	27·2
14	19	6· 7	11.13 a	18·2	18	3·6	6. 0 a	6·1	16	3·6	5.45 a	9·1
15	15	7· 3	2. 0 p	18·2	17	4·8	2.20 p	13·3	17	1·8	4. 3 p	6·0
16	16	4· 2	8.31 p	11·5	19	6·0	4.20 a	15·1	19	1·8	——	4·8
17	18	6· 7	9.10 p	24·2	18	4·2	10.20 p	7·3	15	1·8	8. 3 a	10·9
18	16	1· 2	8. 2 p	9·1	20	4·2	1.28 p	12·1	16	2·4	7.22 a	6·0
19	16	1· 2	——	4·2	16	3·6	6.40 a	6·1	19	4·8	10.39 a	13·9
20	15	2· 4	9. 5 p	12·1	16	3·6	9.55 p	6·1	22	9·7	11. 5 a	13·9
21	13	4· 2	1.45 p	14·5	17	3·6	6.40 a	6·1	18	7·3	4.50 a	12·7
22	14	1· 2	——	3·6	13	4·2	5.35 p	12·1	18	3·6	6. 3 a	7·3
23	14	3· 0	2.40 p	15·7	18	5·4	2.37 p	13·3	15	3·6	6.35 p	9·1
24	8	4· 2	6. 0 p	7·3	18	4·2	9.15 a	10·9	15	3·6	7.0 p	9·1
25	11	3· 6	8. 5 a	9·7	16	1·8	9.20 a	6·1	19	6·0	6.53 p	30·3
26	12	5· 4	5.35 p	9·1	16	2·4	7. 2 a	6·1	17	3·0	7.12 p	13·3
27	13	4· 8	6.41 p	10·9	17	3·0	8.13 p	9·7	15	3·0	3.18 p	7·3
28	20	7· 9	5.20 p	21·2	17	3·0	9. 5 p	9·1	14	2·4	7.10 a	6·0
29	18	3· 6	7.35 a	6·0	17	2·4	6.40 a	6·1	19	11·5	9.17 p	6·0
30	16	4· 8	4.25 a	11·5	18	3·0	3.20 p	6·7	18	6·0	7.12 a	10·9
31					21	6·0	8.30 p	18·2	14	7·3	3. 4 p	10·9

TAVOLA X.

CURVE DEDOTTE DAL MOTO MEDIO TROMOMETRICO DIURNO OSSERVATO AL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1872-1873

Giorni del mese	GIUGNO	LUGLIO	AGOSTO
	Moto microsismico	Moto microsismico	Moto microsismico
	abc	*abc*	*abc*
1	·······	··	··
2	·····	···	··
3	····	····	···
4	······	·······	·
5	···	··	··
6	··	····	··
7	·····	····	······
8	··········	·······	········ Terremoto (1)
9	····	···	····
10	····	·····	·····
11	··	·····	····
12	····	·······	····
13	··········	········	······
14	·······	····	····
15	·······	·····	··
16	····	······	··
17	·······	····	··
18	·	····	··
19	·	····	·····
20	··	····	··········
21	····	····	·······
22	·	····	·····
23	···	·····	····
24	····	····	····
25	····	··	······
26	·····	··	····
27	·····	···	···
28	········	···	··
29	····	··	············
30	·····	···	······
31		······	·······

(1) La media è indipendente dal moto sismico.

TAVOLA XI.

OSSERVAZIONI MICROSISMICHE
DEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE
NELL'ANNO METEORICO 1872-1873.

Giorni del mese	SETTEMBRE				OTTOBRE				NOVEMBRE			
	Num. delle osser. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angolare	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angolare	Massima diurna	
			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. ang.			Ore t. m. di Roma	Val. ang.
1	17	3''.0	——	5''4	15	3''6	9.50 a	7''3	13	7''3	10.26 a	16''9
2	15	1· 8	7.54 a	6·0	13	2·4	——	4·8	13	1·8	——	3·0
3	21	3· 6	5.55 p	9·1	15	2·4	——	4·8	16	10·3	7.11 p	25·4
4	13	5· 4	6.32 a	10·9	15	3·6	7.14 a	6·0	20	6·0	10.14 a	10·3
5	16	6· 0	1.12 p	7·9	16	4·2	6.20 a	6·0	17	3·0	8.18 a	8·5
6	18	4· 8	9.16 a	10·3	14	1·8	——	5·4	17	4·8	10.28 p	12·1
7	27	7· 9	8. 5 p	18·2	15	3·0	1.59 p	6·7	14	0·5	3.52 p	15·1
8	18	9· 1	12.35 p	15·1	14	3·6	7.50 p	6·7	15	4·2	6.5 a	6·0
9	16	4· 8	6.30 a	12·1	22	10·3	7. 0 p	18·8	9	7·9	8.23 a	13·9
10	15	4· 8	5.50 a	9·1	19	6·7	8. 0 a	10·3	14	1·8	——	4·8
11	15	6· 7	7.10 a	14·5	17	4·2	9.37 a	6·0	16	5·0	8.48 p	9·1
12	15	3· 6	7.38 a	10·3	14	4·2	9.35 a	6·0	13	4·2	2. 6 p	6·0
13	15	2· 4	——	5·4	16	2·4	——	5·4	14	0·5	9.33 p	18·2
14	16	2· 4	8.17 a	9·1	17	3·6	12. 5 p	6·7	17	13·3	6.51 p	21·2
15	15	10· 9	10.48 p	17·6	14	3·0	4. 0 p	6·0	13	10·3	7.45 a	16·3
16	19	10· 3	12. 5 p	15·1	18	6·0	8.45 p	13·3	13	10·9	5.45 a	9·1
17	16	6· 0	5.49 a	9·1	14	6·7	5.55 p	11·5	17	7·9	6.10 p	18·2
18	19	5· 4	7.44 p	10·9	15	7·9	8.20 p	12·1	13	10·9	4.35 p	7·9
19	17	4· 2	7.11 a	8·5	12	3·6	4.47 p	6·0	16	10·9	6.58 p	15·1
20	14	1· 2	——	4·8	11	4·2	2. 5 p	6·0	14	6·0	6.25 p	15·1
21	16	3· 6	7.38 p	6·0	15	4·2	9.45 p	7·3	14	3·6	4.35 p	9·7
22	14	1· 8	——	4·8	11	6·0	8.10 a	11·5	15	7·9	8.35 a	12·1
23	15	2· 4	——	4·2	14	3·0	11. 5 a	7·3	10	7·3	10.44 a	10·9
24	19	3· 0	——	4·8	9	3·6	6.57 a	6·0	12	3·6	7.5 a	6·0
25	17	6· 7	5.50 a	12·1	15	11·5	12. 5 p	18·2	14	1·8	10.5 a	6·0
26	16	7· 3	4.55 p	10·9	14	6·0	8.20 p	7·3	16	3·6	6.10 a	6·0
27	17	3· 6	10. 5 p	7·3	16	6·7	4.50 p	12·7	14	5·4	6.48 p	12·1
28	16	5· 4	4.57 p	12·1	15	7·3	8.45 p	15·1	15	7·3	11.5 a	15·7
29	17	4· 8	7.40 a	12·1	21	20·0	5.42 p	29·1	15	10·9	6.31 a	10·3
30	16	3· 0	6.7 a	6·0	18	19·4	10.35 a	27·2	15	6·7	9.53 p	15·7
31					18	13·3	9. 5 a	24·2				

TAVOLA XII.

CURVE DEDOTTE DAL MOTO MEDIO TROMOMETRICO DIURNO OSSERVATO AL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1872-1873

Giorni del mese	SETTEMBRE	OTTOBRE	NOVEMBRE
	Moto microsismico	Moto microsismico	Moto microsismico
	abc	abc	abc
1	...	....	....
2	..	..	..
3	....	..	....
4	.....	....	......
5	......	....	...
6	.....	..	.....
7	....	...	.
8	....	....	....
9	.....	....	....
10	.....	....	..
11	....	....	.....
12	....	....	....
13	..	..	.
14	..	....	....
15	....	...	....
16	....	......	....
17	....	....	....
18	.....	....	....
19	....	....	....
20	.	....	......
21	....	....	....
22	..	......	....
23	..	...	....
24	...	....	....
25	......	....	..
26	....	......	....
27	....	....	.....
28	.....	....	....
29	.....	....	....
30	...	....	....
31		....	

TAVOLA XIII.

OSSERVAZIONI MICROSISMICHE DEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1873-1874

Giorni del mese	DICEMBRE				GENNAIO				FEBBRAIO			
	Num. delle oss. diurne	Media diurna ang.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna ang.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna ang.	Massima diurna	
			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.
1	18	12″ 1	10. 5 a	21″2	13	4″ 8	5. 6 p	9″7	16	3″ 6	10. 3 p	9″1
2	14	13· 3	11.12 a	25·4	17	7· 9	3.35 p	25·4	18	7· 9	3.25 p	13·3
3	14	12· 7	1. 0 p	18·2	16	6· 7	9.52 p	24·2	16	5· 4	1.50 p	11·5
4	13	7· 9	11.20 a	30·3	15	8· 5	5.25 a	12·1	18	4· 2	5.24 p	7·9
5	13	4· 8	11.18 a	30·3	14	5· 4	1.58 p	9·7	12	3· 0	—	4·8
6	15	4· 2	5. 0 a	9·1	16	6· 0	6.48 p	10·3	13	2· 4	7. 1 a	6·7
7	14	8· 5	10.5 p	16·9	15	4· 2	3. 1 p	9·1	14	2· 4	5.30 a	6·0
8	15	10· 9	8.20 p	15·7	9	4· 8	8.15 a	9·7	16	6· 0	4.35 p	13·3
9	14	21· 2	5.15 a	33·3	14	3· 0	8.45 p	6·0	14	5· 4	2. 3 p	9·7
10	14	13· 3	6.50 p	21·2	17	3· 6	5. 8 p	9·1	15	6· 0	9.55 p	16·9
11	13	8· 5	9.50 p	13·3	17	7· 3	3.37 p	17·6	17	9· 1	7. 7 a	15·7
12	14	1· 2	6.35 a	6·0	17	4· 2	2.54 p	10·3	15	6· 7	6.45 p	12·7
13	13	2· 4	3. 5 p	6·0	15	5· 4	5.32 a	6·7	13	6· 7	5. 0 p	12·1
14	13	1· 8	—	5·4	15	6· 0	8.29 a	13·9	16	7· 9	5.55 a	19·4
15	16	4· 8	6. 5 a	7·9	14	4· 2	10. 5 a	9·1	15	4· 8	6.52 p	10·3
16	15	4· 2	9.55 p	13·3	17	1· 8	4. 8 p	6·0	17	12· 1	12. 6 p	21·2
17	16	6· 7	6.33 a	12 7	16	6· 0	3.42 p	10·9	20	23· 0	3.55 p	42·4
18	14	3· 6	6.58 a	6·0	16	8· 5	5.20 a	12·1	17	10· 3	12.50 p	20·0
19	17	3· 0	6.17 p	6·7	18	4· 2	8. 5 p	9·1	15	6· 7	5.15 a	16·9
20	15	1· 8	—	4·8	18	3· 0	4.15 p	6·0	13	9· 1	9.59 a	16·9
21	14	3· 6	9.37 p	6·0	19	3· 0	—	5·4	14	3· 6	7. 5 a	6·0
22	16	2· 4	—	4·8	14	4· 8	11.41 a	9·1	17	3· 6	9.59 a	6·7
23	14	1· 8	—	4·8	18	3· 0	6.27 a	6·0	16	3· 0	3.21 p	6·0
24	11	4· 2	2,45 p	6·7	17	2· 4	—	4·8	15	3· 6	8.10 a	12·1
25	16	3· 6	1,15 a	6·0	13	2· 4	5. 9 p	6·0	14	3· 6	4.45 p	9·7
26	12	3· 0	3, 1 p	6·0	14	4· 2	10.12 a	7·9	16	3· 6	11.41 a	6·0
27	14	11· 5	9,28 p	27·2	17	4· 2	9.50 a	9·1	17	3· 6	4.43 p	6·7
28	16	13· 9	10,22 p	35·1	15	7· 9	6.23 p	15·1	16	10· 3	8.45 p	18·2
29	17	10· 3	3,25 a	15·1	19	9· 7	5.35 a	18·8				
30	15	6· 0	0,19 p	12·1	17	3· 6	8.13 a	7·3				
31	16	3· 6	9. 0 a	6·0	17	3· 6	12.52 p	6·0				

TAVOLA XIV.

CURVE DEDOTTE DAL MOTO MEDIO TROMOMETRICO DIURNO OSSERVATO AL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1873-1874

Giorni del mese	DICEMBRE	GENNAIO	FEBBRAIO
	Moto microsismico	Moto microsismico	Moto microsismico
	abc	abc	abc
1	....	.....	....
2	....	....	....
3	....	....	.....
4	....	....	....
5	.....	.....	...
6	....	......	..
7	....	....	..
8	....	.....	......
9	....	...	.....
10	....	....	......
11	....	....	....
12	.	....	....
13	..	.....	....
14	..	......	....
15	.....	....	.....
16	....	..	....
17	....	......	....
18	....	....	....
19	...	....	....
20	..	...	....
21	....	...	....
22	..	.....	...
23	..	...	...
24	....	..	....
25	....	..	....
26	...	....	....
27	....	....	....
28	....	....	....
29	....	....	
30	......	....	
31	....	....	

TAVOLA XV.

OSSERVAZIONI MICROSISMICHE DEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL' ANNO METEORICO 1873-1874

Giorni del mese	MARZO				APRILE				MAGGIO			
	Num. delle osserv. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna	
			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.
1	17	7'' 8	6.20 a	23''0	13	1'' 2	—	2''4	16	1'' 2	—	2''4
2	16	4. 2	7.40 a	10·8	13	1· 8	—	4·8	16	3· 0	2.57 p	8·5
3	14	5. 4	7.26 a	9·7	11	2· 4	—	4·8	17	3· 0	8.14 a	7·9
4	17	3. 6	3. 3 p	6·7	11	3· 6	6.47 p	9·7	14	3· 0	10.18 p	6·0
5	15	3. 6	8.35 p	7·8	10	7· 9	6.55 p	9·7	14	6· 0	5.53 a	13·9
6	18	5. 4	10.35 a	10·9	11	6· 7	9. 5 a	16·9	12	3· 0	—	5·4
7	18	3. 6	10.25 a	12·1	12	1· 8	—	4·2	13	0· 6	—	1·8
8	17	3. 0	10. 0 p	7·8	12	1· 8	—	4·2	14	3· 6	2.50 p	7·8
9	18	1. 2	—	3·6	10	3· 0	—	5·4	18	7· 8	4.11 p	15·7
10	19	5. 4	4. 6 p	10·9	12	3· 0	8.20 a	6·0	13	6· 7	7.31 p	16·9
11	23	10. 9	9. 0 a	23·6	16	6· 7	4.59 p	16·9	15	6· 0	3.26 p	12·7
12	19	4. 8	5.35 a	10·9	16	9· 7	8.49 p	18·2	16	6· 7	3.25 p	12·1
13	17	5. 4	6.44 p	12·7	13	4· 2	4. 2 p	9·7	18	6· 0	7.50 p	11·5
14	12	4. 2	6·45 a	6·0	15	3· 0	10·25 a	6·0	15	3· 6	7. 2 a	6·0
15	19	4. 2	3. 5 p	7·8	14	4· 2	7·36 a	6·7	13	1· 2	—	3·6
16	17	3. 0	7.10 a	6·0	10	1· 8	—	4·8	14	3· 6	5. 5 p	8·5
17	15	1. 2	10.37 a	6·0	13	1· 8	—	3·6	20	1· 2	7. 2 a	6·0
18	19	3. 0	12. 5 p	6·0	14	2· 4	—	4·8	19	0· 3	—	1·8
19	14	3. 0	—	5·4	15	1· 8	—	4·8	14	1· 2	4·35 p	6·0
20	15	4. 2	4.41 p	7·9	14	1· 2	—	2·4	12	1· 2	—	4·8
21	16	1. 2	—	3·0	15	0· 6	—	1·8	13	0· 6	—	1·8
22	15	0. 6	—	3·6	12	1· 2	—	3·0	18	1· 8	7· 5 p	6·7
23	17	1. 2	9.40 a	6·0	10	0· 6	—	2·4	23	3· 0	6. 5 a	12·1
24	19	0. 6	—	2·4	12	1· 8	—	4·2	13	4· 2	10.10 p	8·5
25	17	0. 3	—	1·2	12	1· 2	—	4·8	12	1· 2	—	4·8
26	18	1. 8	6.15 p	6·0	11	2· 4	—	4·8	11	0· 6	—	2·4
27	16	1. 8	6.31 a	6·0	15	1· 2	—	3·6	14	1· 8	—	4·2
28	16	2. 4	6.43 p	9·1	15	2· 4	—	5·4	10	0· 6	—	3·0
29	14	3. 0	5.25 a	6·0	11	2· 4	5. 5 p	6·0	13	0· 3	—	3·0
30	16	1. 8	5.33 p	6·0	12	1· 2	—	3·6	16	0· 6	—	1·8
31	14	1. 8	2.15 p	5·4					13	0· 6	—	3·0

TAVOLA XVI.

CURVE DEDOTTE DAL MOTO MEDIO TROMOMETRICO DIURNO OSSERVATO AL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1873-1874

Giorni del mese	MARZO	APRILE	MAGGIO
	Moto microsismico	Moto microsismico	Moto microsismico
	abc	abc	abc
1	....	.	.
2	....	..	...
3	.....	..	...
4	....	....	...
5	....	....	......
6	.....	....	...
7	....	..	.
8	...	..	....
9	.	...	....
10	.....	...	....
11	....	....	......
12	.....	....	....
13	.....	....	......
14	....	...	....
15	....	....	.
16	...	..	....
17	.	..	.
18	...	..	o
19	...	..	.
20	....	.	.
21	.	.	.
22	.	.	.
23	.	.	...
24	.	..	....
25	.	.	.
26	..	..	.
27	..	.	..
28	..	..	.
29	...	..	o
30	..	.	.
31	..		.

TAVOLA XVII.

OSSERVAZIONI MICROSISMICHE
DEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE
NELL'ANNO METEORICO 1873-1874.

Giorni del mese	GIUGNO				LUGLIO				AGOSTO			
	Num. delle osser. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angolare	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angolare	Massima diurna	
			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. ang.			Ore t. m. di Roma	Val. ang.
1	12	1''.2	—	1''8	15	1''8	—	5''4	15	1''8	—	4''8
2	16	0.6	—	3.0	16	1.8	—	5.4	15	1.2	—	3.0
3	13	0.6	—	1.8	14	0.6	—	3.6	16	1.8	—	3.0
4	16	0.0	—	0	15	0.6	—	5.4	16	1.2	—	3.0
5	16	0.6	—	4.2	15	1.2	—	4.2	18	0.6	—	4.2
6	13	0.0	—	1.2	14	0.6	—	1.8	17	4.8	1.53 p	8.5
7	14	0.0	—	1.2	12	0.6	—	4.8	17	1.2	—	4.2
8	16	0.0	—	1.8	13	0.6	—	1.8	15	0.6	—	3.6
9	17	0.3	—	1.8	15	1.2	—	2.4	15	4.8	8. 4 p	12.1
10	16	0.6	—	1.8	16	0.6	3.40 p	6.0	17	2.4	9.11 p	6.0
11	13	0.6	—	3.6	16	0.6	1.52 p	7.9	17	4.2	8.15 a	6.0
12	14	1.8	—	4.8	16	0.6	—	3.6	15	1.2	—	4.2
13	15	1.2	—	3.0	15	0.6	—	5.4	15	0.6	—	3.0
14	16	3.0	6.25 a	6.0	18	0.6	—	2.4	15	1.2	—	3.0
15	16	3.6	3.43 p	7.9	16	0.6	—	2.4	15	5.5	4.42 p	13.3
16	17	1.8	—	5.4	16	0.3	—	1.2	15	1.8	—	4.8
17	17	1.2	—	4.8	17	1.8	—	1.8	17	0.3	—	1.2
18	16	1.2	—	4.2	16	0.6	—	3.0	16	0.6	—	3.0
19	15	0.3	—	1.8	15	0	—	0	16	2.4	—	5.5
20	16	0.6	—	1.8	15	0.6	—	3.0	13	1.2	—	3.6
21	16	0.6	—	2.4	13	0	—	1.2	16	1.2	—	5.5
22	15	4.2	8.25 p	12.1	15	1.2	—	3.6	16	0.6	—	1.8
23	15	4.2	8.25 a	7.9	18	0	—	1.2	14	0.3	—	1.2
24	18	0.6	—	3.0	16	0.6	—	1.8	15	0.6	—	2.4
25	19	1.8	8.18 p	11.5	17	7.3	3.25 p	11.5	17	0.6	—	1.8
26	14	1.8	5.58 a	7.9	18	4.2	8.10 a	6.0	16	1.2	—	5.4
27	13	0.6	—	1.2	14	1.8	4.13 p	6.0	14	0.3	—	1.2
28	14	1.2	—	4.2	15	0.6	—	1.2	14	0.6	—	3.0
29	16	7.3	6.30 a	12.1	14	0.6	—	2.4	13	0.6	—	1.8
30	18	2.4	—	5.4	16	6.7	8.15 a	12.1	14	1.2	—	4.8
31					16	1.8	—	4.2	11	0.6	—	1.8

TAVOLA XVIII.

CURVE DEDOTTE DAL MOTO MEDIO TROMOMETRICO DIURNO OSSERVATO AL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1873-1874

Giorni del mese	GIUGNO	LUGLIO	AGOSTO
	Moto microsismico	Moto microsismico	Moto microsismico
	abc	*abc*	*abc*
1	.	..	..
2	.	..	.
3	.	.	..
4	o	.	.
5	.	.	.
6	o	.	.....
7	o	.	.
8	o	.	.
9	o	.	.....
10	.	.	..
11	.	.	....
12	..	.	.
13	.	.	.
14	...	.	.
15	....	.	......
16	..	o	..
17	.	..	o
18	.	.	.
19	o	o	..
20	.	.	.
21	.	o	.
22	....	.	.
23	....	o	o
24	.	.	.
25	..	....	.
26	..	....	.
27	.	..	o
28	.	.	.
29	....	.	.
30	..	....	.
31		..	.

TAVOLA XIX.

OSSERVAZIONI MICROSISMICHE
DEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE
NELL' ANNO METEORICO 1873-1874

Giorni del mese	SETTEMBRE				OTTOBRE				NOVEMBRE			
	Num. delle osserv. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna	
			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.
1	14	0'' 6	—	5''0	14	3'' 0	—	4''8	12	0'' 6	—	3''0
2	16	1. 8	—	4·2	19	4· 2	8.35 p	10·3	12	2· 4	—	4·8
3	16	1. 8	—	5·4	19	7· 9	3.43 p	15·1	11	1· 8	—	4·8
4	14	1. 2	—	5·0	18	6· 7	5. 8 a	15·1	14	0. 6	—	2·4
5	15	1. 2	—	4·2	18	4· 8	12. 5 p	9·1	14	5. 0	2. 5 p	9·1
6	15	1. 2	—	4·2	14	2. 4	—	4·2	14	0. 6	—	3·0
7	13	0. 6	—	2·4	21	1.2(1)	6.41 p	36·3	16	1· 2	—	3·0
8	15	0. 6	—	1·8	19	1· 2	—	3·0	12	1· 2	—	4·2
9	15	1. 2	—	4·8	21	2· 4	—	4·8	15	1· 2	—	3·0
10	15	5. 0	10.20 p	10·9	18	1· 2	—	3·6	15	2· 4	—	4·8
11	17	9. 1	11.24 a	12·1	15	1· 2	—	3·0	14	0. 6	—	3·0
12	15	1. 8	5. 2 a	10·9	17	1· 8	—	4·8	13	3· 6	2. 6 p	6·0
13	18	9. 7	9.28 a	21·2	17	0· 6	—	3·0	15	5· 4	3.22 p	10·9
14	14	6. 0	8·50 a	12·1	16	1· 2	—	4·8	18	10· 9	2. 5 p	18·2
15	17	5. 0	6.32 a	6·0	16	2· 4	12. 0 m	6·7	15	5· 4	7· 7 a	12·1
16	17	1. 2	—	4·2	21	12· 7	11.21 a	24·8	12	5· 4	9. 7 a	12·1
17	13	1. 2	—	4·8	19	3· 6	1.10 p	7·9	14	5· 4	5.28 a	10·9
18	17	4. 2	7.15 p	20·0	16	1· 2	—	4·2	13	3· 6	6· 0 a	9·1
19	16	0. 3	—	1·8	17	3· 0	10.25 a	12·1	12	4. 2	8·40 p	9·1
20	18	1. 2	—	5·0	20	4· 2	6.38 p	24·2	17	12. 1	9·50 a	18·2
21	17	2. 4	—	5·4	16	3· 6	10.32 a	6·0	15	5· 4	5·25 a	12·1
22	16	2. 4	—	4·8	15	3· 6	9.45 p	12·1	13	2· 4	2·50 p	9·7
23	18	1. 2	—	4·2	17	5· 4	12.14 p	12·1	13	1· 2	6.35 p	6·0
24	16	2. 4	—	4·8	14	3· 0	7.40 a	6·0	11	3· 6	8.40 p	7·3
25	16	0. 6	—	4·2	14	1· 8	—	4·8	14	4· 8	3. 5 p	9·7
26	13	0. 6	—	2·4	15	2· 4	8.12 a	6·0	11	1· 2	—	4·8
27	16	0. 3	—	1·2	14	0· 6	—	3·0	12	1· 8	—	4·2
28	12	1. 2	—	5·0	13	0· 6	—	3·0	13	6· 7	7.51 p	12·1
29	14	1. 2	—	1·8	14	0· 6	—	3·0	13	4· 2	6. 9 a	10·9
30	12	1. 2	—	4·2	11	0· 6	—	3·0	12	5· 0	5.46 a	6·0
31					15	0· 6	—	2·4				

(1) Il *medio* ed il *massimo* non comprendono il moto sismico qui seguito alle 4.50 p.

TAVOLA XX.

CURVE DEDOTTE DAL MOTO MEDIO TROMOMETRICO DIURNO OSSERVATO AL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1873-1874

Giorni del mese	SETTEMBRE	OTTOBRE	NOVEMBRE
	Moto microsismico	Moto microsismico	Moto microsismico
	abc	abc	abc
1	•	•••	•
2	••	••••	••
3	••	••••••••	••
4	•	•••••••	•
5	•	•••••	•••••
6	•	••	•
7	•	• Terremoto (1)	•
8	•	•	•
9	•	••	•
10	•••••	•	••
11	•••••••••	•	•
12	••	••	••••
13	••••••••••	•	•••••
14	••••••	•	•••••••••••
15	•••••	••	•••••
16	•	•••••••••••••	•••••
17	•	••••	•••••
18	••••	•	••••
19	o	•••	••••
20	•	••••	••••••••••••
21	••	••••	•••••
22	••	••••	••
23	•	•••••	•
24	••	•••	••••
25	•	••	•••••
26	•	••	•
27	o	•	••
28	•	•	•••••••
29	•	•	••••
30	•	•	•••••
31		•	

(1) Il *medio* sopra notato non comprende il moto sismico seguito qui alle 4. 50 p.

TAVOLA XXII.

OSSERVAZIONI MICROSISMICHE DEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1874-1875.

Giorni del mese	DICEMBRE				GENNAIO				FEBBRAIO			
	Num. delle osser. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angolare	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angolare	Massima diurna	
			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. ang.			Ore t. m. di Roma	Val. ang.
1	14	4".2	1. 1 p	6"0	14	4"8	1.12 p	7"9	17	7"9	10.18 a	12"1
2	12	6· 7	9.58 p	12·1	16	3·0	6.15 a	6·0	16	3·0	——	4·8
3	11	4· 8	7.45 a	6·7	12	1·8	——	4·8	17	3·0	5.55 p	6·7
4	15	11· 5	7. 0 p	19·4	14	1·2	——	4·2	16	4·2	6.48 a	6·0
5	18	10· 9	7.12 a	21·8	16	1·8	——	4·8	18	6·0	12.16 p	11·5
6	13	3· 6	5.57 a	6·0	13	3·0	8.34 a	6·7	18	5·4	7. 3 a	12·1
7	16	4· 2	7.10 p	10·9	17	1·2	——	5·4	12	1·2	——	3·0
8	14	3· 6	5.34 a	6·0	17	1·8	——	5·4	15	3·6	1.42 p	6·0
9	14	9· 1	5.15 a	18·2	17	2·4	——	5·4	13	2·4	——	4·8
10	17	8· 5	7.18 p	20·0	12	2·4	——	4·8	17	3·0	——	5·4
11	15	6· 0	10.39 a	12·1	15	2·4	——	4·8	14	3·0	4.30 p.	6·0
12	18	6· 0	5.32 a	13·3	16	2·4	——	5·4	16	1·8	——	4·8
13	14	6· 0	8.15 a	10·9	12	1·2	——	5·4	15	2·4	10.3 p	6·0
14	15	3· 0	4.29 p	6·0	17	10·3	5.41 p	12·4	20	5·4	8.55 p	9·7
15	15	5· 4	7.45 p	11·5	17	1·2	——	3·0	16	4·2	3.5 p	9·1
16	13	7· 3	6. 4 a	18·2	15	1·2	——	4·2	14	3·0	——	5·4
17	14	4· 2	10.27 a	6·0	14	4·2	6.40 p	6·7	14	2·4	——	4·8
18	16	11· 5	7.45 a	16·9	20	7·3	8.40 p	18·2	14	6·1	9.35 a	9·7
19	19	10· 3	8.10 a	18·2	17	3·6	8.10 a	6·0	17	16·3	8.14 p	36·3
20	18	9· 1	8.19 p	21·2	14	1·8	——	4·8	18	20·0	11.55 a	43·6
21	20	10· 9	8.13 a	18·2	14	4·8	9.55 p	9·1	14	4·8	6.50 p	10·9
22	17	11· 5	1.55 p	24·2	21	10·3	7.53 p	16·3	12	3·0	8.32 a	9·1
23	16	3· 6	7.10 a	6·0	21	4·8	7.15 a	9·1	15	4·2	——	5·4
24	16	1· 8	——	3·6	18	3·0	10.5 p	7·3	18	10·9	1. 0 p	21·2
25	15	3· 0	7.27 p	6·0	19	12·1	8.40 p	23·0	16	18·8	8.45 p	33·3
26	16	5· 4	7.10 p	10·9	19	7·3	9.14 a	21·8	16	3·6	7.40 a	7·3
27	14	1· 8	——	4·8	16	2·4	12.11 p	6·0	17	6·7	1. 7 p	12·1
28	17	5· 4	9.55 p	12·1	15	3·0	8.35 a	6·0	14	5·4	10.23 a	9·1
29	22	20· 0	8. 5 p	45·4	21	1·8	——	4·2				
30	18	17· 6	7.22 a	40·6	14	1·8	——	4·2				
31	13	4· 2	5.20 p	7·3	16	9·1	10.48 a	13·3				

TAVOLA XXII.

CURVE DEDOTTE DAL MOTO MEDIO TROMOMETRICO DIURNO OSSERVATO AL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1874-1875

Giorni del mese	DICEMBRE	GENNAIO	FEBBRAIO
	Moto microsismico	Moto microsismico	Moto microsismico
	abc	abc	abc
1	....	.....	....
2	....	...	...
3	.....	..	...
4	....	.	....
5	....	..	......
6	.... Terremoto (1)	...	.....
7	....	.	.
8	....	..	....
9	....	..	..
10	....	..	...
11	......	..	...
12	......	..	..
13	......	.	..
14	...	....	.....
15	.....	.	....
16	....	.	...
17	....	....	..
18	....	....	......
19	....	....	....
20	....	..	....
21	....	.....	.....
22	....	....	...
23	....	.....	....
24	..	...	....
25	...	....	....
26	.....	....	....
27	..	..	....
28	.....	...	.....
29	....	..	
30	....	..	
31	....	....	

(1) Il *medio* ed il *massimo* sono dedotti dai soli moti microsismici.

TAVOLA XXIII.

OSSERVAZIONI MICROSISMICHE DEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1874-1875

Giorni del mese	MARZO				APRILE				MAGGIO			
	Num. delle osserv. diurne	Media diurna ang.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna ang.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna ang.	Massima diurna	
			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.
1	17	3'' 6	9.35 p	7''2	13	0'' 6	—	1''8	15	0'' 6	—	2''4
2	19	10· 8	6.21 a	13·2	15	1· 2	8.18 a	7·9	10	0· 3	9. 0 p	9·1
3	17	7· 9	7.23 a	16·8	14	1· 2	—	5·4	12	0· 6	—	3·0
4	15	3· 6	4.58 p	9·1	12	1· 8	—	5·4	14	0· 6	—	2·4
5	15	3· 0	9.25 a	6·0	9	3· 0	—	4·8	11	0· 6	—	1·2
6	11	3· 0	—	5·4	15	1· 2	—	3·6	13	0· 3	—	1·2
7	12	1· 8	—	5·4	12	1· 2	—	3·6	16	0· 6	—	1·8
8	14	0· 6	—	1·2	14	7· 9	12.47 p	12·1	14	1· 2	—	3·6
9	14	1· 8	—	3·0	13	2· 4	5.25 a	7·3	14	1· 2	—	4·2
10	14	1· 8	—	4·8	13	3· 0	—	4·8	12	0· 6	—	2·4
11	14	3· 0	—	5·4	13	1· 2	—	4·2	15	0· 3	10.32 p	12·1
12	17	2· 4	8.37 p	6·0	15	4· 2	12.46 p	7·3	15	0· 6	—	1·2
13	15	3· 0	—	4·8	13	3· 0	—	5·4	15	0· 6	—	3·0
14	15	9· 7	9.55 p	13·2	15	6· 7	10.12 a	14·5	14	1· 2	—	3·0
15	17	7· 9	4. 5 p	12·1	12	4· 2	6.59 a	8·5	15	0· 6	—	1·8
16	18	5· 4	6.12 p	7·3	12	1· 8	—	5·4	12	0· 6	—	2·4
17	12	1· 2	—	1·8	12	0· 3	—	1·8	15	0· 3	—	1·2
18	17	1· 8	—	4·2	11	0· 3	—	1·2	18	2· 4	5.46 p	12·1
19	18	1· 8	—	4·8	11	1· 2	6.45 a	9·1	15	1· 2	—	4·2
20	16	1· 2	—	3·0	10	0· 6	12.31p(1)	4·8	12	0· 6	—	2·4
21	17	2· 4	—	4·8	14	1· 8	—	3·0	18	1· 2	—	3·6
22	17	2· 4	—	4·8	13	1· 2	—	4·2	18	1· 8	—	5·4
23	15	0· 6	—	1·8	13	4· 2	—	5·4	15	1· 2	—	2·4
24	13	2· 4	—	5·4	14	2· 4	—	4·8	14	1· 2	—	3·6
25	12	1· 2	—	2·4	15	4· 8	4 47 p	9·1	20	1· 8	5.35 a	12·1
26	14	1· 2	—	2·4	14	4· 2	12.49 p	6·0	16	0· 6	—	1·2
27	13	2· 4	—	4·8	12	3· 0	—	5·4	17	3· 0	10.18 p	7·3
28	16	6· 0	2. 0 p	20·6	13	0· 6	—	1·8	17	1· 8	—	3·0
29	13	10· 9	6.45 a	13·2	13	0· 3	—	1·8	16	1· 2	—	3·0
30	17	13· 2	11.33 a	42·4	16	0· 6	—	4·2	18	10· 9	7.35 p	23·0
31	13	2· 4	—	5·4	—	—	—	—	17	1· 2	—	2·4

(1) Alle 8.20 a. Terremoto.

TAVOLA XXIV.

CURVE DEDOTTE DAL MOTO MEDIO TROMOMETRICO DIURNO OSSERVATO AL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1874-1875

Giorni del mese	MARZO	APRILE	MAGGIO
	Moto microsismico	Moto microsismico	Moto microsismico
	abc	abc	abc
1	····	·	·
2	···········	·	o
3	········	·	·
4	····	··	·
5	···	···	·
6	···	·	o
7	··	·	·
8	·	········	·
9	··	··	·
10	··	···	·
11	···	·	o
12	··	····	·
13	···	···	·
14	··········	·······	·
15	·······	····	·
16	·····	··	·
17	·	o	o
18	··	o	··
19	··	·	·
20	·	· Terremoto (1)	·
21	··	··	·
22	··	·	··
23	·	····	·
24	··	··	·
25	·	·····	··
26	·	····	·
27	··	···	···
28	······	·	··
29	···········	o	·
30	··················	·	···········
31	·····		··

(1) La media ed il massimo sono dedotti dai soli moti microsismici.

TAVOLA XXV.

OSSERVAZIONI MICROSISMICHE
DEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE
NELL' ANNO METEOROICO 1874-1875

Giorni del mese	GIUGNO				LUGLIO				AGOSTO			
	Num. delle osserv. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna	
			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.
1	17	1'' 2	—	4''2	19	0'' 6	—	3''6	19	1'' 8	—	3''0
2	17	0. 6	—	1·8	17	0· 3	—	1·2	13	0· 7	—	1·8
3	20	1. 2	—	4·8	21	0· 6	—	4·2	14	0· 6	—	1·8
4	14	1. 8	—	4·2	17	0· 6	—	1·8	15	1· 7	7.46 p	6·0
5	15	1. 2	—	4·2	17	1· 8	—	5·4	15	17· 0	3·16 p	12·1
6	15	3. 6	6.10 p	12·1	18	0· 6	—	1·2	17	17· 8	7. 4 a	9·1
7	14	1. 2	—	4·2	15	0· 6	—	1·8	16	8· 4	—	5·5
8	16	0. 6	—	3·6	17	0· 3	—	1·8	16	0· 6	—	1·2
9	15	0. 3	—	1·8	18	6· 7	2.53 p	13·3	13	0· 6	—	1·2
10	16	0. 6	—	1·2	16	7· 3	7.13 a	12·1	15	1· 1	—	3·0
11	16	0. 5	—	1·8	16	3· 6	5.33 a	7·9	16	1· 2	—	4·8
12	18	0. 4	—	1·8	17	1· 8	—	4·8	17	1· 0	—	1·2
13	13	1. 2	—	3·0	15	2· 4	—	5·4	18	2· 5	—	1·2
14	14	0. 6	—	3·0	18	0· 2	—	1·2	17	3· 6	—	4·8
15	16	1. 2	—	3·0	19	1· 2	—	3·0	17	2· 3	—	4·2
16	14	0. 6	—	4·2	16	2· 4	8.14 p	7·9	19	1· 6	—	1·8
17	16	0. 6	—	3·0	19	1· 8	—	5·4	17	2· 7	—	3·0
18	18	2. 4	5·53p	6·0	20	7· 3	5. 5 a	9·1	16	1· 5	—	1·8
19	20	4. 8	9·53p	16·9	18	2· 4	5. 0 a	8·5	16	1· 3	—	1·8
20	18	7. 3	7·30p	13·9	18	0· 6	—	2·4	16	1· 3	—	1·8
21	20	1. 2	—	4·8	19	1· 2	—	4·8	17	2· 8	—	4·8
22	20	4. 2	3·59p	7·8	19	1· 8	7.50 a	6·0	15	2· 6	—	4·8
23	18	3. 0	12·11p	6·0	18	0· 6	—	2·4	16	2· 9	—	4·8
24	16	0. 3	—	1·2	13	1· 8	5.35 a	7·3	17	2· 0	—	3·0
25	17	1. 2	—	3·0	14	0· 2	—	1·2	14	0· 8	—	1·8
26	17	1. 8	—	5·4	17	0· 6	—	1·8	14	2· 9	—	3·0
27	13	1. 2	—	3·0	17	0· 3	—	1·2	16	4· 0	—	4·8
28	16	1. 2	—	4·8	14	0· 6	—	1·8	16	2· 5	—	4·8
29	21	0. 5	—	2·4	16	0· 6	—	3·0	17	1· 3	—	1·8
30	20	3. 0	1·11p	10·2	20	0· 2	—	1·2	15	3· 2	—	2·4
31					19	0· 3	—	1·8	16	11· 3	7.11 a	10·9

TAVOLA XXVI.

**CURVE DEDOTTE DAL MOTO MEDIO TROMOMETRICO DIURNO
OSSERVATO AL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE
NELL'ANNO METEORICO 1874-1875**

Giorni del mese	GIUGNO	LUGLIO	AGOSTO
	Moto microsismico	Moto microsismico	Moto microsismico
	abc	*abc*	*abc*
1	.	.	.
2	.	o	o
3	.	.	o
4	..	.	.
5	.	..	....
6	....	.	......
7	.	.	...
8	.	o	o
9	o	....	o
10	.	....	.
11	.	....	.
12	.	..	o
13	.	..	.
14	.	o	.
15	.	.	.
16	.	..	.
17	.	..	.
18	..	....	.
19	.....	..	.
20	....	.	.
21	.	.	.
22	....	..	.
23	...	.	.
24	o	..	.
25	.	o	o
26	..	.	.
27	.	.	..
28	.	.	.
29	.	.	.
30	...	o	.
31		o	....

TAVOLA XXVII.

OSSERVAZIONI MICROSISMICHE
DEL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE
NELL'ANNO METEORICO 1874-1875.

Giorni del mese	SETTEMBRE				OTTOBRE				NOVEMBRE			
	Num. delle osser. diurne	Media diurna angol.	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angolare	Massima diurna		Num. delle osserv. diurne	Media diurna angolare	Massima diurna	
			Ore t. m. di Roma	Val. Ang.			Ore t. m. di Roma	Val. ang.			Ore t. m. di Roma	Val. ang.
1	14	1".8	—	4"2	15	1"8	10. 5 a	6"0	15	1"8	—	4"2
2	16	1. 2	—	3·0	14	0·6	—	2·4	17	1·8	11.37 a	6·0
3	18	1. 2	—	4·8	13	0·6	—	2·4	13	1·2	—	3·6
4	17	0. 6	—	3·6	14	1·8	—	4·8	15	1·8	—	5·4
5	16	0. 6	—	1·8	14	1·8	—	4·8	17	1·8	—	3·0
6	18	2. 4	7. 0 p	10·9	14	1·2	—	2·4	17	1·2	—	3·0
7	16	0. 6	—	3·0	14	1·8	—	4·8	17	7·3	7.23 p	12·1
8	14	1. 8	—	3·0	14	1·8	—	4·2	18	9·1	4.35 p	18·2
9	14	0. 2	—	1·2	16	0·6	—	1·8	23	6·7	9.59 p	16·9
10	12	1. 2	—	3·0	15	4·8	4. 6 p	6·0	16	12·1	12. 0m	18·8
11	14	0. 2	—	1·2	17	5·4	10. 5 p	16·3	18	12·7	1·12 p	22·4
12	17	0. 6	—	3·0	15	7·9	7.15 p	11·1	18	9·1	8.22 a	16·9
13	11	1. 2	—	3·6	20	6·0	1.20 p	16·3	14	3·6	6.11 a	7·3
14	9	1. 2	—	1·8	20	9·7	6.47 p	16·9	13	1·2	—	4·8
15	11	0. 6	—	1·8	18	7·3	9.58 p	18·8	17	4·8	6.15 p	12·1
16	11	0. 6	—	1·2	16	4·8	6.32 a	9·1	14	1·8	—	5·4
17	9	0. 6	—	1·8	19	5·0	5. 9 p	6·0	12	1·2	—	4·2
18	11	0. 6	—	1·8	15	1·2	—	3·0	17	3·0	12.10 p	6·0
19	14	1. 2	—	3·0	15	1·2	—	3·6	15	1·8	—	5·4
20	16	1. 8	5.28 p	6·0	15	2·4	5.34 p	7·3	18	6·7	5.25 p	12·1
21	10	1. 2	—	3·0	13	3·6	8.37 p	6·0	13	6·7	11.13 a	10·9
22	13	2. 4	1.55 p	6·0	14	2·4	8.39 p	6·0	15	4·2	1.38 p	10·3
23	16	1. 8	9.45 a	6·0	18	6·7	8. 5 a	11·1	16	1·8	—	5·4
24	14	1. 2	—	4·8	18	10·3	8.40 p	16·9	14	1·2	—	4·8
25	13	3. 0	—	5·4	15	5·4	8.15 a	11·1	17	8·5	6.14 p	22·4
26	14	2. 4	—	4·8	14	1·8	—	4·2	16	12·7	6. 5 a	19·4
27	13	1. 8	—	4·2	14	1·2	—	4·2	20	7·9	5.44 a	24·8
28	14	1. 8	—	5·4	17	12·7	7.48 a	22·4	15	2·4	10. 0 p	7·3
29	14	4. 8	4.30 p	7·9	13	3·6	2.45 p	6·0	17	2·4	7.50 a	10·3
30	12	3. 6	9.21 a	10·3	16	2·4	6.42 p	6·0	12	7·3	8.28 p	18·2
31					14	1·2	—	3·6				

TAVOLA XXVIII.

CURVE DEDOTTE DAL MOTO MEDIO TROMOMETRICO DIURNO OSSERVATO AL COLLEGIO ALLA QUERCE DI FIRENZE NELL'ANNO METEORICO 1874-1875

Giorni del mese	SETTEMBRE	OTTOBRE	NOVEMBRE
	Moto microsismico	Moto microsismico	Moto microsismico
	abc	*abc*	*abc*
1	..	..	..
2	.	.	..
3	.	.	.
4	.	..	..
5	.	..	..
6	..	.	.
7	.	..	....
8	..	..	....
9	o	.	....
10	.	.....	....
11	o	.....	....
12	.	....	....
13	.	......	....
14	.	....	.
15	.	....	.....
16	.	.....	..
17	.	.....	.
18	.	.	...
19	.	.	..
20	..	..	....
21	.	....	....
22	..	..	....
23	..	....	..
24	.	....	.
25	...	.....	....
26	..	..	....
27	..	.	....
28	..	....	..
29	.....	....	..
30	....	..	....
31		.	

(*Continua*).

COMUNICAZIONE E CORRISPONDENZA

Il Rm̃o P. Angelo Secchi presenta la proposta fatta dal R. Comitato Geologico. L'Accademia approva la suddetta proposta.

Il Segretario presenta una lettera dei Signori Papasogli e Cavanna che accompagna l'invio del 1° volume della Rassegna semestrale italiana.

COMITATO SEGRETO

L'Accademia procede alla votazione per l'elezione dei proposti dal Comitato a membri corrispondenti italiani. Furono eletti a pieni voti, salva l'approvazione di Sua Santità, il ch. prof. P. Alessandro Serpieri, ch. Prof. D. Antonio Stoppani, Rm̃o P. Giuseppe Gagliardi, Prof. Pietro Maria Garibaldi, Prof. D. Ignazio Galli, Prof. Giuseppe Seguenza, Prof. P. Filippo Cecchi.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

R. P. Angelo Secchi Presidente – Conte Ab. Francesco Castracane – Prof. Tito Armellini – Monsignor Francesco Regnani – P. G. Lais – Comm. Alessandro Cialdi – P. F. S. Provenzali – Ingegn. Filippo Guidi – Prof. Vincenzo De Rossi-Re – D. Baldassarre Boncompagni – Prof. G. Tancioni – Dott. D. Colapietro – Prof. M. S. De Rossi Segretario.

L'Accademia riunitasi alle ore 4 ½ pom. si sciolse alle ore 6 ½.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti del reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti dal Novembre* 1874 *all'Ottobre* 1875 — Tomo Primo, Serie Quinta — *Dispensa Decima* — e *Dal Novembre* 1875 *all'Ottobre* 1876 — Tomo Secondo — *Dispense* 2ª, 3ª. — Venezia, ecc. Tip. Grimaldo e C. 1874-76. In 8.°
2. *Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. Boncompagni*, ecc. — Tomo VIII. — Settembre-Ottobre 1875. — Roma, Tipografia delle scienze matematiche e fisiche Via Lata Num.° 211 A. In 4.°
3. *Memorie della Regia Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena* — Tomo XVI. — Modena dalla Società Tipografica Antica Tipografia Soliani 1875. In 4.°
4. *Rassegna semestrale delle scienze fisico-naturali in Italia*. — Anno 1.° 1875, vol. I. Firenze.

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE V^a DEL 23 APRILE 1876

PRESIDENZA DEL P. ANGELO SECCHI

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

INTORNO AD ALCUNE OPERE IDRAULICHE ANTICHE RINVENUTE NELLA CAMPAGNA DI ROMA

MEMORIA

DEL P. ANGELO SECCHI

INTRODUZIONE

Non è mia intenzione di parlare in questo scritto di quelle opere immortali che ci lasciarono gli antichi Romani, le cui rovine nei deserti contorni di Roma moderna si fanno ammirare con più ragione che non i templi della Grecia, o le piramidi dell'Egitto, e nelle quali la scienza idraulica può vantare trionfi tanto più sublimi, quanto più scarsi erano i mezzi che essa avea a sua disposizione. Lo scienziato presente resta attonito al riflettere che quelle linee di prodigiosa lunghezza che trascorrono i monti traforandoli da parte a parte per moltissime miglia, che sopra lunghissimi ed arditissimi ponti attraversavano valli e burroni, che incontravano dighe e bacini colossali ove purgavansi le acque come in laghi artificiali; queste linee, dico, fossero tracciate col più grossolano strumento che ora possegga l'arte, cioè un livello ad acqua o a pendolo!

Per i presenti è un prodigio che con sì meschino arnese siansi potute tirare linee di uniforme pendenza dal centro dell'appennino fino ai colli Romani; qual è per esempio l' Aniene Nuovo che da Subiaco a Roma corre sinuoso non meno di 90 in 100 chilometri. E quel che più fa stupire si è che esaminati coi metodi moderni questi lavori non siansi in essi rilevate nè contropendenze, nè irregolari cadute di una qualche conseguenza, che potesser nuocere o al corso delle acque o alla conservazione dei monumenti in così enormi tragitti.

Io non intendo parlare di questi prodigi dell'arte idraulica romana i quali sono notissimi e studiati da molti sulle memorie preziose lasciateci dagli antichi, benchè vi sarebbe pur molto da dire. Io intendo soltanto occuparmi di più modeste imprese sfuggite alla storia, e ritornate oggi alla luce e che mi venne fatto di trovare e scoprire per felici combinazioni di altri studi, in quella parte della Campagna di Roma che non godeva delle ricchezze della capitale, e dove tutto si faceva a spese di minori municipii, i quali però nelle opere utili non la cedevano alla capitale nelle debite loro proporzioni.

Queste erano rimaste colà smarrite e dimentiche, ecclissate dalla grandezza delle opere imperiali, delle quali solamente si occuparono gli scrittori più insigni; ma in esse non è minore l'importanza, e anzi ci insegnano esser state conosciute dagli antichi molte cose che credevamo esser scoperta dei nostri tempi.

Parlerò pertanto 1.° di antichi acquedotti scoperti recentemente nelle vicinanze di Alatri, Ferentino, Anagni ecc.

2.° dei modi di disseccare i terreni umidi per mezzo di quello che ora dicesi fognatura o *drenaggio*.

3.° del modo di raccogliere le acque per uso delle popolazioni, sia le piovane in cisterne munite di purgatoi, sia per filtrazione in terreni porosi.

4.° Finalmente del modo di rinfrescare le acque, e della cura che aveano di purgarle per avere questo elemento libero dalle sostanze stesse che esse tengono in chimica soluzione.

Qualcheduna di queste notizie fu già da me data in un altro scritto, che essendo ora diventato assai raro non poteva più soddisfare alle richieste fattemene, e che trattando altri temi di circostanza non ha più l' interesse di allora e lo rendono fastidioso al lettore. Inoltre in questo intervallo ho potuto correggere e rettificare varie cose allora incerte ed incomplete, e aggiungervi molte materie scoperte appresso. Sicchè spero che sarà gradito ai colleghi il trovar riunito qui una serie di studi a cui fui chiamato solo incidentemente e tutti estranei alle mie occupazioni principali, ma che per ciò non riuscirono meno utili alla società, e sopratutto alla classe meno agiata,

sollevando le miserie del povero pel quale l'uso di una buona acqua potabile è uno dei più grandi benefizi della Provvidenza.

§. I. Acquedotti trovati nella provincia di Campagna

Chiunque ha viaggiato nelle vicinanze di Roma, e ne ha percorso la limitrofa provincia detta di Campagna, che da Velletri và al confine napoletano, avrà notato la singolare collocazione delle numerose città e castella di cui è popolata, le quali tutte sono insigni per la loro posizione sulla cima di elevate colline, e spesso sul culmine di vere montagne. Tal posizione venne imposta dalla necessità di difesa nell'epoca delle guerre fra limitrofe antiche città prima della dominazione romana, e dopo questa si rinnovò durante le le invasioni barbariche: ma in ogni tempo fu principalmente consigliata dalla necessità di trovare un clima salubre e libero dai miasmi, che specialmente nella stagione estiva infestano i bassi fondi e le valli. È un fatto notorio che nella stagione estiva durante la notte si raccoglie al basso delle valli un' aria fredda e gelata la quale condensando il vapore acqueo vi produce una fitta nebbia sommamente insalubre. Viaggiando io di buon mattino in alcune di queste valli, provai lo strano fenomeno di trovare una temperatura di molti gradi più elevata sulla costa e presso la cima dei monti che al basso della valle, contro ciò che si dice comunemente, in alto esservi più freddo. Anche le amene colline Frascatane hanno di notte temperatura più alta di Roma; e le valli chiuse tra il Tuscolo e il monte Albano sono freddissime specialmente la notte, e giustificano il titolo di Algidum dato a quei siti dagli antichi.

Ma questa situazione elevata delle città se è salubre e sicura, ha però il grande inconveniente di fare che questi siti tutti, più o meno, difettino di acque, e che per l'indispensabile provvisione di questo elemento, siano i cittadini costretti a ricorrere a qualche lontana e bassa fonte, o alle cisterne di acqua piovana. Durante la dominazione Romana quasi tutte queste città, ricche di mezzi e di potenza, eransi procacciate ad esempio della capitale, le acque potabili a grandi spese, sia con lunghi acquedotti sia con gigantesche piscine. L'acquedotto di Ferentino è ancora visibile.

Ma uno de'grandi ostacoli che si offrivano alle minori città poste sui monti era la difficoltà di alzare l' acqua alle loro cime: questo non poteva farsi che o con acquedotti a sifone o con macchine potenti; ma la parte pratica di questi lavori anche prescindendo dalla spesa, era di estrema difficoltà. Le condutture erano fatte o di piombo o di coccio, e con questi due materiali è ben difficile superare certe pressioni. Le macchine poi erano fino a un tempo da

noi non molto remoto di una imperfezione troppo grande per poter pretendere di superare i due e i trecento metri che occorrevano al bisogno.

Fu solo in questi ultimi anni che si ebbe l'ardire di costruire una macchina in Anagni che alzava l'acqua a 230 metri di un sol getto, e ciò si deve al coraggio di un compianto prelato, Monsignor De Merode. Con questo fatto restò anche sciolto il problema della resistenza delle condotture, che si poterono fare in modo solido ed economico, mediante le congiunzioni a dischi di gomma elastica e poscia anche con semplici impiombature fino a reggere a 400^m di pressione, come si fece a Cecilianò dall'Ing. Iacometti.

Fatti così questi passi giganteschi nella pratica, vennero in mezzo i progetti di fornire di acqua molte altre città collocate nelle più svantaggiose posizioni, e tra queste vi fu specialmente Alatri. L'impresa di condurre l'acqua a cotesta città non era cosa facile, attesa la sua posizione, che è su di una montagna calcarea isolata separata per profonde valli dai monti circostanti, tra i quali la gola meno bassa è di 120 metri sotto al livello della rocca o Acropoli, ove doveva portarsi per quindi distribuirla agli abitanti. La sorgente più opportuna restava 14 in 15 chilometri distante da questo punto: altre sorgenti più vicine per diverse ragioni non si poterono adottare, ma ad ogni caso sempre si doveva passare per la profondità della medesima valle. Questa difficoltà potè dirsi scomparsa dopo il lavoro di Anagni che ci avea dato una condottura che reggeva quasi al doppio di pressione. Perciò io presi l'ardire di consigliare quell'opera ai cittadini e ora già da più anni funziona felicemente, mercè l'abilità del nostro collega ing. Olivieri che seppe sì bene eseguire quella condottura, e costituisce un de' più bei lavori dell'età nostra. Or bene chi crederebbe che un lavoro il quale metteva pensiero 20 anni or sono, fosse stato già eseguito 20 secoli fà degli antichi? E pure così è di fatto e come io arrivassi a questa scoperta esporrò brevemente.

Un fortunato incidente, diede la prima mossa a questo studio e fu questo. Faceva io nelle vacanze del 1862 una scorsa nelle vicine montagne di Subiaco e per l'Arcinazzo passando a Guarcino, luogo ricco di ottime acque, era andato a visitare la celebre certosa di Trisulti. Di là, era passato ad Alatri, ove tra le altre cose parlando con Mons. Vescovo Rodilossi, ed altri nobili cittadini, si venne in discorso dei gravi inconvenienti che alla popolazione venivano dal difetto dell'acqua. E facendosi confronto in ciò colla vicina Guarcino paese sommamente industrioso e ricco di molti opificj, come era naturale dissi che facile era il rimedio, potendosene trarre di là una buona provvisione, quando la differenza dei livelli lo permettesse. Avendo io nel viaggio notato l'altezza di quel paese con un eccellente barometro

aneroide che portava meco (1), rilevai che ciò poteva benissimo eseguirsi, servendosi delle attuali condotture forzate, e accennai anche brevemente la via che potrebbesi fare per tale condottura, girando il monte sotto a Vico. Il sentire che la cosa era possibile produsse in quel prelato e negli altri signori presenti una vera gioja e si proposero di cogliere la prima favorevole occasione che si presentasse per venirne alla esecuzione. E non andò molto che furono consolati, perche il Santo Padre Pio IX in occasione della sua visita assegnò per tal lavoro una somma di 24 mila scudi Romani (più di 120 mila lire). Allo zelo del pastore corrispondeva il Municipio, che si dichiarava pronto alla spesa del resto, qualora non fosse bastante la largizione Sovrana.

Quando io promoveva questo progetto era ben lungi dal credere che la linea da me indicata fosse quella stessa che effettivamente aveano seguito gli antichi. Stando io nella comune persuasione che gli antichi poco conoscessero l'arte di far sifoni, se non in piccola mole, nemmeno sospettava che essi avessero saputo vincere le grandi difficoltà inerenti a una simile operazione idraulica in una scala così grande come vedremo. Or questo è un fatto perfettamente dimostrato, e riuscirà certamente gradita, una breve notizia di quest'opera insigne e di alcune altre che ad occasione di queste ricerche si sono scoperte: d'onde apparirà che questa antica città dell'Ernico, non era illustre solo per le sue mura ciclopiche, ma per ben altri monumenti che suppongono grande ricchezza e splendore (2).

(1) L'uso de' barometri aneroidi allora non era ancora introdotto nella pratica degli ingegneri, e non vi si avea fiducia; in queste e moltissime altre ricerche ebbi occasione di diffonderlo come mezzo prezioso di studi preparatorii per tali lavori. Si sono rilevati molti difetti in questi strumenti, ma tutti sono proprii degli strumenti economici. Il mio fatto fare senza risparmio ed espressamente a Parigi dal Secretan è tale che in 24 anni che l'uso non mi ha mai tradito di mezzo millimetro.

(2) Le città della Campagna sono celebri per le loro mura di pietre colossali poligonari dette *ciclopiche*. Si è molto discorso sul modo che gli antichi poterono adoperare per costruirle, e si è supposto per ciò differenza diversa di epoche, e l'uso di grandi macchine e strumenti prodigiosi. Ma tali supposizioni sono inutili. La costruzione quadrata o poligona non è comandata che dalla natura del materiale che stà nel posto. Se esso è calcare compatto a frattura poligona, le costruzione è poligonare, se il masso è tenero o fissile a strati paralleli la struttura è a parallelepipedi. Un esempio lampante si ha in Ferentino. Al basso, alla *porta sanguinaria* il sasso calcare è dolomitico, e si rompe in blocchi poligoni, e le mura sono poligone. In alto presso porta S. Francesco il sasso è fissile a strati scagliosi, e le mura sono a massi parallelepipedi. Le belle mura di Palestrina sono ammirabili pei grandi massi a pelle perfettamente piana. e di grandi forme poligone: se ne ha la spiegazione nella cima del monte a Castel S. Pietro. Il calcare ha colà degli strati che variano nella spessezza da 0^{m},30 a 1^{m},00 perfettamente paralleli; e lisci sopra e sotto. Non si ebbe che a metter i pezzi di questi banchi rotti naturalmente in poligoni colle lor facce liscie verticalmente, per fare quelle magnifiche cinte di mura famose fin presso gli antichi. Le mura di Segni che sono di epoca posteriore ai re di Roma, sono poligone, ma essi qui in Roma lavoravano col tenero tufo a parallelepipedi, testimonio ne è l'aggere di Servio e la cinta della Roma quadrata: la differenza delle due costruzioni nella stessa epoca nasce da ciò che quivi era il tufo litoide tenero, e colà era la calcare a blocchi.

Nelle seguenti vacanze autunnali, del 1863 essendomi io novellamente recato in Alatri ad invito del medesimo prelato per dirigere la collocazione di un parafulmine alla Cattedrale, mentre già si eseguivano gli studii per la livellazione del nuovo acquedotto, ebbi occasione di trattare con molti cultori delle memorie patrie e singolarmente col R. P. Bellincampi delle Scuole pie, professore di belle lettere in quella città, come pure col sig, Brocchetti Cancelliere Vescovile. Questi mi assicurarono esser generale tradizione che nella città di Alatri anticamente affluissero copiose le acque, e ne facevano fede i molti tubi di piombo e di terra cotta rinvenuti negli scavi accidentali. Anzi mi accertarono che eransi rinvenuti alcuni tubi di bronzo, circa 30 anni fa, in casa Volpari e che si credettero i tubi dell'acquedotto: tubi però che erano stati da gran tempo venduti. Fino a quel punto io avea stentato a credere che gli antichi avessero spinta l'acqua fino lassù, ma se la condottura era stata fatta di bronzo come presumevasi, non era difficile a intendere il loro successo ma restava a vedere la via da loro tenuta. Essendo allora come dissi in corso gli studii della livellazione per la nuova condottura, credetti mio dovere informare di ciò S. E. il sig. Comm. Baldini ministro de'lavori publici perchè ne sarebbe potuto venire qualche giovamento all'opera che si stava per intraprendere.

Il Santo Padre informato che esistevano nella città gli avanzi dell'antico acquedotto ben comprendendo l'importanza che non solo pei novelli studii, ma in genere per le arti e per la scienza poteva avere una tale scoperta, degnossi ordinare che si facesse ricerca di essi assegnando per tal'uopo del suo privato peculio una somma.

La tradizione che l'acqua venisse ad Alatri era confermata da una iscrizione insigne in marmo sfuggita quasi prodigiosamente alla generale distruzione dei monumenti di quella città, perchè era anticamente nell'atrio di una chiesa e fu ultimamente trasportata nel corridoio al 1.° piano del palazzo comunale. Questa ci assicura che il popolo eresse al Censore Lucio Betilieno Varo una statua e diede altri privilegii, perchè tra le molte opere di publica utilità fece ancora questa di portare l'acqua alla città. Si specifica nella iscrizione che esso fece per ciò delle arcuazioni, e usò robusti tubi e così l'alzò ad un dislivello dal punto più basso della valle di 340 piedi Romani ossia cento metri e mezzo. Che inoltre esso vi fece bagni e serbatoj ecc. Cotesti lavori rimontano all'epoca della Republica Romana a circa 140 anni avanti l'era volgare come rivelasi dalla antica ortografia della lapide che dai dotti Archeologi viene fissata fra Accio e Nevio, cioè all'epoca anzidetta. La lapide dice adunque così nella sua ortografia.

L . BETILIENVS . L . F . VAARVS
HAEC . QVAE . INFERA . SCRIPTA
SONT . DE . SENATV . SENTENTIA
FACIENDA . COIRAVIT . SEMITAS
IN . OPIDO . OMNIS . PORTICVM . QVA
IN . ARCEM . EITVR . CAMPVM . VBEI
LVDVNT . HOROLOGIUM . MACELVM
BASILICAM . CALECANDAM . SEEDES
LACVM . BALINEARIVM . LACVM . AD
PORTAM . AQVAM . IN . OPIDVM . ADQVE
ARDVOM . PEDES . CCCX↓ . FORNICESQ
FECIT . FISTVLAS . SOLEDAS . FECIT
OB . HASCE . RES . CENSOREM . FECERE . BIS
SENATVS . FILIO . STIPENDIA . MERETA
ESE . IOVSIT . POPVLVSQVE . STATVAM
DONAVIT . CENSORINO

Si vede che Alatri, all'epoca di cui parliamo fu in uno stato di splendore non volgare, per fare tutte queste spese nello spazio di un decennio circa, e quanto spendidamente essa fosse grata al suo censore (1).

Questa iscrizione è riportata dal Grutero, dal Ritschl e dal Mommsen, ma sembra che non sia stata abbastanza bene intesa: la scoperta dei monumenti di cui parla gioverà, come vedremo, ad illustrarla (2).

Essendo pertanto stato io onorato dell' incarico di procedere alla ricerca

(1) Del portico che conduceva alla rocca detta oggi la *Civita* furono trovati gli ultimi avanzi all'epoca in cui fu espurgato il contorno delle sue mura, ma furono tutti levati per facilitare la via carrozzabile. Ben considerando il recinto della sua rocca pare che in qualche parte sia stato alterato, e forse lo fu in quell'occasione che si fece l'attuale strada e perciò si mosse dal suo posto una porzione del recinto antico e gli si diede nuova direzione. La costruzione del muro per quel tratto di salita pare più moderna e del resto non è probabile che in antico quando la rocca dovea servire di difesa vi fosse la via attuale carrozzabile. Forse non vi erano che due porte, una delle quali è famosa per i suoi architravi di cinque metri cubi almeno di volume, l'altra pei simboli di cui è ornata. Di un terzo accesso, ora assai ripido, che forma una specie di scala ne restano vestigi esterni all'angolo NE al fine della moderna salita e questo antichissimamente era uno de' principali, assai erto, ma di facile difesa.

(2) Noterò in passando che il supplemento alla parola *Lacum* è indicato da un' avanzo ben distinto dell'A e che in A D Q, se manca la lettera E perchè stà all'orlo della pietra ivi scagliata vi è però la coda del Q discretamente decisa, onde non può supplirsi *adouxit*. Per *Calecandam* invece di *Calecatam* cioè *Calce politam* l'esempio che porta il Forcellini è quello di quella stessa lapide e non vi è nessuna incertezza di lettura come asserisce l'Orelli. Il Mommsen Corp. insc. lat. T. I, pag. 239 n° 1166, dice questo *monumentum scriptum ante legem Juliam a 664 ... ne ante 620.*

di questi avanzi dell' acquedotto, la mia prima cura fu di fare aprire un cavo nel luogo di casa Volpari ove eransi trovati gli accennati tubi di bronzo per lo che ebbi ogni facilità dal proprietario sig. prof. Volpari medesimo. Ma dopo aver ben frugato tutta quella stanza terrena e cavato fino al vivo sasso che ne forma il fondo, non ci venne trovato altro che un frammento di forma ossia speco, che sembrava fatto per collocarvi tubi di condottura. Esso era alto 1^{m}. 70 largo 0^{m}. 50 lungo metri 4 circa: era formato di pietre di mediocre grandezza cioè di circa di 2 in 3 palmi cubi ciascuna, fatto a volta in cima, e senza platea, nè altra muratura al basso, ma sola terra. Tranne questo piccolo tratto tutto il resto era stato demolito per averne le pietre che si vedono adoperate a fare altre costruzioni nelle stanze contigue e solo ne resta quel breve tratto perchè regge un muro della casa. Nulla in esso fu rinvenuto e la maniera con cui terminava lo speco nulla prometteva di condottura, e tutto al più era una chiavica; onde fu sospeso lo scavo ulteriore, perchè sarebbe stato assai dispendioso. Dal vestigio di questo speco possiamo sul momento supporre che questo luogo, che resta ai piedi dell'Acropoli, fosse uno dei punti più alti a cui arrivava la condottura, giacchè sotto questo livello abbondano tubi e serbatoj che mancano al di sopra. Io stesso ho veduto in posto gli avanzi di un'antica condottura in terra cotta nella prossima casa del Sig. Martinelli, di cui parlerò fra poco, e che apparivano destinati a reggere una forte pressione. Fu ivi trovato anche un avanzo di serbatojo, ma di poca entità, e pareva piuttosto avanzo di moderna cisterna.

La casa Volpari resta, come dissi, al piede della rocca cinta dal più bel muro ciclopeo che esista, e naturalmente viene la domanda, se gli antichi portassero l' acqua colassù. Noi faremo osservare che l' iscrizione dice che l'acqua fu portata *in oppidum*, nella città, ma non *in arcem* nella rocca; e siccome l'*arx* si distingue dall'*Arduum* nella lapide, questa voce non può indicare la rocca, come han supposto distinti archeologi. A noi pare che per *arduum* debbasi piuttosto indicare un luogo elevato in genere a cui giunse l'acqua. Se tal luogo non è quello di casa Volpari, esso non può esser altro fuorchè l'altra altura che or dicesi il *Colle*, ove come vedremo fra poco, esistono ancora avanzi di serbatoj grandissimi. Ma la decisione non poteva farsi senza prima aver esaminato le traccie tutte dei lavori antichi. E allo studio di questi ci rivolgemmo immediatamente.

Fuori della città sussistono ancora gli avanzi delle costruzioni arcuate di un acquedotto, e queste trovansi alla distanza di circa 2 miglia (3000 metri) dalla Porta S. Pietro di Alatri, presso la via che conduce a Guarcino

nel luogo detto *fosso del Pùrpùro*; ma l'esser queste in luogo sommamente depresso sotto la città non avea messo pensiero ad alcuno che esse spettassero all'acquedotto della medesima, ma piuttosto che appartenessero a qualche villa. Tuttavia i suoi caratteri mostrano bene a prima vista che era opera publica e di grande importanza. Benchè sia stato molto maltrattato dal tempo questo monumento grandioso, pure da esso si può molto raccogliere, e per poter meglio sentenziare, volli portar meco l'illustre archeologo P. Garrucci, il quale mi fu larghissimo dei suoi lumi.

Le tracce di questa arcuazione mostrano che ivi essa era a due ordini, l'inferiore dei quali faceva da ponte al fiume Cosa. Il superiore ha pilastri di $1^m.75$ di larghezza per $1^m.45$ di spessezza: sono alti sopra il basamento comune fino all'imposta degli archi $4^m.00$ e la luce dell'arco e pure di $4^m.00$. L' ordine inferiore colà ove cavalca il fiume era basato sopra costruzioni di grosse pietre da taglio, e nelle vicinanze del fiume i suoi pilastri erano rinforzati da speroni laterali.

In questa parte inferiore però vedonsi manifesti segni di posteriori ristauri, perchè mentre la costruzione di tutto l' acquedotto è di muratura regolare fatta con piccole pietre calcarie del luogo andantemente squadrate, e disposte a suoli regolari, e che sono al più di 1 o 2 decimetri cubi e senza nessun uso di mattoni, in questo luogo s' incontrano speroni e contromuri fatti pure di pietra, ma alternanti a certa distanza con filari doppj di mattoni, stile di lavoro certamente di epoca posteriore. Vi si trovano pure tra gli speroni dei pilastri gli avanzi di alcune vasche murate a stagno e rivestite di coccio pesto detto dagli antichi *opus signinum*. Inoltre alcune arcate sono state chiuse con costruzioni posteriori per sostenerle.

La cosa più importante era sapere quanto lo speco di questo acquedotto restasse sotto il livello del luogo ove vedevansi in Alatri attualmente gli avanzi di tubi e serbatoj. Per determinarlo mi sono servito pe'primi studi del mio solito barometro aneroide. Ma qui darò le cifre dedotte dalla livellazione del Sig. Olivieri i cui risultati differiscono appena di mezzo metro dai miei (1).

La posizione dello speco dell'acquedotto può conoscersi dagli avanzi delle imposte degli archi de' pilastri che ancora sono riconoscibili aggiungendo a queste il raggio di curvatura e una sufficiente spessezza di muro alla chiave.

(1) L'uso del barometro aneroide a quell'epoca era una novità, ma fui convinto che esso non poteva abbastanza raccomandarsi agli ingegneri pei loro studii preliminarii e ne ho avuta una prova manifesta in questa stessa circostanza, tanto per lo studio mio che dei Sigg. Ponzi e Olivieri. Ma per non essere indotto in errore, bisogna sapere le condizioni essenziali del suo servizio.

si vede che esso restava un 16 o 17 metri elevato sopra il fondo del fiume e rimaneva sotto il piano dell'Acropoli in 120 metri. Infatti risulta dalla livellazione fatta dal Sig. Olivieri con uno squisito livello di Ertel che al ponte del Purpùro il picchetto posto al piede di una colonnetta o paracarro preso per capo saldo numerato n.° 606 nella livellazione, resta sotto la soglia del portico della chiesa Cattedrale di s. Paolo che sta nell'Acropoli di 132^m. 28.
e questo stesso capo saldo resta sotto al piano dello speco di . . . . 8. 93.
Talchè lo speco resta sotto la soglia di . . . . 123. 35.
Il piano del parapetto dell' acropoli essendo circa 3^m $^1|_3$ più depresso della soglia si hanno i 120 metri suddetti.

Per determinare poi il luogo ove l' acqua arrivava prenderemo in prima per confronto il piano della piazzetta avanti alla Chiesa delle monache Benedettine posta sul *Colle*, ove esistono avanzi di antichi serbatoj. Perciò abbiamo dalla livellazione medesima che un picchetto posto alla porta della città detta s. Pietro « n.° 691 » sarebbe alto 97^m 85 e togliendone l' altezza dello speco sul picchetto cioè 8. 93
resta lo speco sotto il picchetto 691 metri 88. 92
La piazza poi delle monache e più alta di questo picchetto 12. 20
ossia sopra lo speco 101 12

Ora presso questa piazza in casa Latini si possono vedere avanzi di un vastissimo serbatojo di acqua lungo 19 metri e largo 8, il quale è sensibilmente al livello della piazzetta stessa. Quindi l'acqua arrivava a 101^m 12 sopra il fondo dello speco al Purpùro, il che concorda entro 0^m 72 colla lapide di Betilieno che da 100^m 40. La piccola diversità e bene tollerabile dietro l'incertezza del posto dello speco sopra i ruderi dell'acquedotto, e per l'ignoranza in cui siamo del luogo preciso dello sbocco dell'acquedotto medesimo.

La stanza poi del Volpari è circa 4 metri sotto il piano precedente perchè vi ha l'imbocco del vicolo Volpari più alto del picchetto della porta di metri 9. 29 e la stanza sta circa un metro più sotto. Talchè qui stiamo più bassi dei 340 piedi romani ossia 100. 40 metri di Betilieno (1). Questo riscontro di misure fa vedere che l'acqua non arrivava alla rocca, ma o al *Colle* o al piede della rocca, e che di là si diramava al resto della città. Se avessimo i tubi del Volpari potremmo forse ravvisare dalla loro forma che tubi erano. Cioè se di semplice condottura, ovvero se erano le fistole terminali; nel qual caso si potrebbe argomentare se il castello di divisione stava al piede della

(1) Il piede Romano è stato assunto 0^m. 2953. Secondo il Cagnazzi seguito dal Vasquez Queipo esso sarebbe 0^m. 29620.

rocca o sul *Colle*; ma non conoscendo noi la forma di quei tubi, nulla possiamo decidere. Solo diciamo che non è improbabile che il cunicolo da noi scoperto fosse una vera forma che portasse l'acqua ai sottoposti bagni. Alcuni bagni furono trovati nella casa di Monsig. Tagliaferri Vicario , come vedremo a suo tempo; perchè l'andamento del cunicolo è leggermente discendente verso quella direzione e in faccia ad esso è lo scoglio che si va elevando.

Avendo così riconosciuto che la bassa arcuazione del Purpùro è propriamente quella dell'acquedotto, ci demmo ogni cura a rintracciarne l'origine. Senza esporre tutte le ricerche fatte a questo fine, noi diremo soltanto i risultati a cui siamo arrivati.

Dal fosso del Purpùro l' acquedotto procede in linea retta al Nord verso Guarcino, e cavalca il fiume *Cosa* restando per un buon tratto quasi a livello del suolo. Passato il *Cosa* piega a destra sul monte opposto ad Alatri dirigendosi verso Collepardo, ma scarsi sono gli avanzi per un lungo tratto, fino a tanto che arriva presso al Trivio, che disgiunge la via di Collepardo e di Vico, ove è un pilastro che porta un imagine della beata Vergine e che dicesi *la Cona*. Ivi comparisce il basamento di una lunga arcuazione che almeno correva per 500 metri, e ne restano ancora dei pilastri nel podere del sig. Antonucci che sono di costruzione e di dimensione in tutto eguale a quelli del Purpùro. Dando a questa arcuazione l'altezza dell'altra ad un ordine semplice si ricava da livellazione esatta che lo speco dell' acquedotto restava qui all'altezza della rocca di Alatri (1) cioè a circa 18^{m} sul Colle , onde il sifone rovescio qui era superiore al suo sbocco nella città e l'acquedotto ripigliava un corso regolare con pendenza uniforme fino alle sua sorgente. La distanza dalla *Cona* alla rocca di Alatri, o come dicono la Civita è prossimamente in linea retta 4080^{m} e avuto riguardo alle deviazioni tutta la linea dell'acquedotto trovasi 4950^{m}. Passato questo punto l' acquedotto si perde di nuovo, ma dopo molte ricerche ne sono stati rinvenuti molti tratti sotto Vico inferiormente alla Madonna della Concordia; e finalmente nella contrada di Vigiano ricomparisce associato ad un altro acquedotto simile , ma di costruzione alquanto posteriore perchè vi è addossato in alcuni punti.

Questi due acquedotti viaggiano di conserva fino alla loro sorgente che trovasi essere stata sopra Guarcino, e prossima alle sorgenti di S. Aniello che nascono nella parte opposta del fiume. L'ultimo loro vestigio resta visibile presso la mola del Comune ed è un taglio a due scaglioni fatto nel

(1) Questo risulta da livellazione diretta a cannocchiale , mirando al più alto ove si vedono avanzi della condottura che restano sul monte vicino 10^{m} sopra la base della *Cona*.

sasso vivo, coperto ancora di tartaro depositato dall'acque. Questo punto resta a 103^m sopra la Civita di Alatri ossia 125^m sopra il *Colle*. In alcuni punti intermedii restano sufficienti avanzi dell' acquedotto per poterne ricavare le misure dello speco che è per qualche breve pezzo perfettamente intatto. Al luogo detto *Mischiuso* esso ha sezione rettangolare o a cassettone di 0^m. 63 di larghezza 0^m. 50 di altezza e costruito di muro fatto ancor qui di piccoli pezzi di pietra come i pilastri al Purpùro, ed e intonacato di coccio pesto: il fondo è formato in certi punti da magnifici tegoloni di terra cotta; i cui avanzi hanno giovato a riconoscerne la traccia: esso è coperto a volta pure intonacata.

L'altro acquedotto di dimensioni quasi eguali, e ad esso spesso contiguo, giunto in contrada Vigiano, un 45^m sotto la sua origine se ne separa e voltando a destra va verso le gole di Fumone, accennando probabilmente d'andare a Ferentino. Se pure non serviva a qualche villa o città ora scomparsa; perchè ivi non molto lungi si hanno molti avanzi di antiche fabbriche, ed ivi si sono trovati molti tubi di piombo e di terra cotta.

Lo speco nelle vicinanze della sorgente, è nel suo fondo incrostato di forte sedimento calcareo che ha in alcuni punti la spessezza di 10 cent: ma esso è disposto tutto a foglie staccate da strati arenosi; il che mostra che ivi oltre l'elemento calcareo dell' acqua si deponevano spesso delle torbide non indifferenti. Ma questo strato va assottigliandosi sempre più coll'allontanarsi dalla sorgente e in contrada Vigiano è appena 3 cent. Tra il Purpùro e la città non sono ancora state trovate traccie sicure della condottura, ma solo un indizio di cui parleremo fra poco. La lunghezza dell' acquedotto intero della città alla sorgente e prossimamente 12 mila metri.

Ognuno desidera certamente di sapere come avessero gli antichi, due mila e più anni fa, potuto fare un acquedotto a sifone rovescio sotto l' enorme pressione di 100 metri ossia 10 atmosfere che è il maggior di questa specie che si conosca eseguito da essi, e che fosse inoltre capace di scaricare la massa d'acqua che poteva correre per uno speco, la cui sezione come vedemmo supera $^1|_4$ di metro quadrato. Il tubo della condottura forzata, dietro i calcoli eseguiti colle solite formule non poteva essere di diametro minore di 0^m. 30. A ciò sarebbe stato assai utile trovare qualche parte intatta dello speco nella sua parte infima; ma finora le ricerche sono state inutili; ed è tanta del resto la devastazione fatta in queste campagne, che appena ardisco sperarlo. Solo si dice che nei dintorni del Purpùro siasi trovata gran quantità di piombo, e questo poteva far credere che i tubi erano di questa

materia; ma il piombo da noi veduto, e che si diceva trovato ivi, era semplice scolo di stagnatura. D'altronde la lapide sopra riportata ci assicura che Betilieno fece *fistulas solidas*, e con ciò mi sembrano esclusi i tubi di semplice muro o quelli di terra cotta detti *tubi* o *tubuli* dai Latini.

Quindi io credetti per gran tempo che i tubi fossero stati veramente di bronzo o almeno di piombo della spessezza di almeno 3 centim.

Se non che dopo numerose ricerche coadiuvato in ciò dal sig. Ag. Procaccianti pratico di quei luoghi, ho finalmente trovato quanto basta se non a sciogliere la questione almeno ad illuminarci su questo soggetto.

Questi sono i frammenti di un enorme tubo di terra cotta del diametro di 0^{m} 345, della spessezza di 0^{m} 061 con una lingua o imboccatura lunga 0^{m}. 112: la sua lunghezza è incerta, ma sembra non minore di 0^{m}. 80 circa. Questo tubo è di pasta sommamente fina e compatta, evidentemente compressa a macchina per diminuirne la porosità. L'interno è leggermente intartarito e mostra esservi corsa acqua. Vi è memoria che il tubo fosse trovato sepolto intero cavato e poi rotto, e ciò nelle vicinanze della casa ove furono conservati i pezzi. Il luogo ove si sono trovati questi frammenti è sulla linea dell'acquedotto circa 20 metri sopra al punto infimo dello speco al Purpùro e dal lato di Alatri. Le straordinarie dimensioni del tubo lo mostrano capace di dar corso all'acqua di tutto lo speco. La sua resistenza è già considerabile da per se, ma esso dovea essere rinforzato dalla circostante muratura e da una fodera di calcestruzzo. L'inviluppo di muratura dalle dimensioni dell'arcuazione che lo portava, si rileva non essere stato minore di mezzo metro tutto intorno. Infatti si è veduto che i pilastri dello speco hanno per dimensione perpendicolare alla linea dell'acquedotto 1^{m}. 73 alla base, 1^{m}. 40 alla cima, donde deducendo il diametro esterno del tubo di terra 0^{m}. 46 resterebbe 0^{m}. 94 la cui metà esprime la spessezza dell'inviluppo di muro e calcestruzzo che sarebbe stata 0^{m}. 47: quindi non esito a credere che una tal condottura quando fosse stata eseguita colla conveniente diligenza potesse benissimo reggere alla pressione suindicata perchè vedremo quale specie di calcestruzzo sapessero fare allora.

Tuttavia da questa scoperta non è distrutta la possibilità che la parte infima non potesse essere di materia più resistente, e che la terra cotta fosse usata solo colà ove la pressione cominciava a diminuire. I tubi di bronzo trovati in casa Volpari aveano fatto credere che tutto l'acquedotto fosse di tale materia, ma ciò ora per me è poco probabile. Le loro strette dimensioni che tradizionalmente diconsi di 10 in 12 centim. si mostrano insufficienti

a scaricare tutta l'acqua ed altronde non trovasi vestigio che nella parte a sifone dell'acquedotto si fosse divisa l'acqua in più tubi paralleli, come si fece poscia con quel di Lione. Infatti in tal caso lo speco dell' acquedotto e con esso la sostruzione dei pilastri, avrebbe dovuto dilatarsi orizzontalmente come fa nell'acquedotto francese (1). Ma invece qui dal confronto delle misure prese alla vigna Antonucci, e al Purpùro, troviamo che i pilastri e perciò lo speco soprastante sono gli stessi. Nè questa dimensione varia molto da quella che vedesi presso la sorgente, ove lo speco non ha pressione forzata poichè tra muro esterno e speco ha una larghezza di $1^m.30$. Quindi lo speco dell'acquedotto conservava le sue dimensioni eguali su tutta la linea.

I tubi dunque del Volpari, se appartenevano all' acquedotto cittadino e non a qualche altro uso idraulico, molto probabilmente erano le fistole terminali, o estreme che distribuivano l'acqua nel castello principale il quale (se l'acqua arrivava al piede della rocca) non dovea esser lungi dall'attuale casa Volpari. Abbiamo in Vitruvio lib. VIII la descrizione di tali castelli ove effettivamente ponevansi 5 grandi fistole di bronzo che distribuivano le acque a diversi recipienti principali. Ecco il passo dell'autore: « *Cumque venerit ad moenia efficiatur castellum, et castello conjunctum ad recipiendum aquam triplex emissarium, collocenturque in capite tres fistulae aequaliter divisae inter receptacula conjuncta, uti cum abundaverit ad extremis in medium receptaculum redundet* (2). Concordano gl'interpreti a porre oltre le trè fistole qui chiaramente nominate altre due che dai recipienti laterali portino il sopravanzo nel recipiente di mezzo (3).

Mi pare difficile che Vitruvio abbia immaginato tale distribuzione senza averne sottocchio un modello. Non tacerò però che vi sono grandi difficoltà ad ammettere che il castello di divisione fosse presso a casa Volpari. Primieramente Vitruvio usa comunemente la parola *ad moenia* quasi fosse uso ricevuto il mettere tali castelli alle mura della città che qui sarebbe appunto al *Colle*. Ma la parola *ad moenia* può indicare semplicemente la città. Più grave è l'altra che i tubi di terra trovati a casa Martinelli aveano la punta della loro imboccatura opposta al Colle, e diretta a casa Volpari, a cui peraltro sono vicinissimi; onde parrebbe che essi prendessero l' acqua dal Colle,

---

(1) Veggasene una figura nell'opera di M. Dupuit « Traité de la conduite des eaux de Paris. Tav. III. I frammenti del nostro tubo furono depositati nel museo di S. Giovanni Laterano.

(2) V. Vitruvio lib. VIII. capo 7. pagina 269 edizione di Udine 1819 coi commenti di Stratico e Poleni e la relativa figura.

(3) Che le fistole fossero di bronzo è reso probabile dal fatto che i semplici calici per le distribuzioni minori erano pure di bronzo.

e quindi fosse più probabile metter colà il castello. Aggiungasi che al Colle abbiamo vasti serbatoi di cui non è traccia in casa Volpari. Onde credo che quel serbatoio sia uno di quelli di cui parla la lapide col titolo di *lacus*.

Ma qualunque sia la opinione che voglia tenersi su ciò, finchè nuove ricerche ci rischiarino meglio, resta sempre fisso che 20 secoli fa si ebbe l'abilità di fare una condottura forzata a sifone rovescio della lunghezza almeno di 5 mila metri sotto la pressione massima di almeno 10 atmosfere, capace di portare una quantità d'acqua che dalle dimensioni dello speco poteva essere circa di 188 litri per secondo, cioè circa 350 once misura di acqua Vergine.

Dico circa perchè la quantità precisa che poteva portare, non si può calcolare esattamente mancando il dato della altezza a cui cominciava la condottura forzata. Però essa può congetturarsi così. La pendenza media si ha dividendo per la lunghezza totale dell'acquedotto il dislivello fra la presa dell'acqua e il Colle e risulta $\frac{125^m}{12000} = 10^{mm},4$ per metro ossia l'uno per cento poco più. Questa pendenza sarebbe superiore a quella voluta da Vitruvio, che la fissa al mezzo per cento « *ne minus inter centenos pedes semipede* » (Vitruvio cap. VII. pag. 269); e la ragione è manifesta per la resistenza che dovea subire l'acqua nel tubo forzato. E siccome il dislivello fra la sorgente e lo speco sull'arcuazione da Antonucci sarebbe 103^m cioè superiore della metà onde avrebbe avuto fin colà una pendenza eccessiva; dobbiamo dire che la condottura forzata cominciava prima di questa località per dare un carico sufficiente a spinger l'acqua nel tubo: talchè la condottura forzata cominciava probabilmente sopra la Fornace. Supposto che si fosse dato il 10 per mille in media a tutto l'acquedotto, la quantità d'acqua che poteva passare per un tubo di $0^m 36$ era di 147 litri per secondo ossia 312 oncie di acqua Vergine e la pressione statica al punto infimo era circa 15 atmosfere. Ma tutto questo è congettura per mancanza del suddetto elemento.

È interessante riscontrare la costruzione di questo acquedotto nelle altre sue parti coi precetti che in questa materia ci conservò Vitruvio (Lib. VIII cap. VII); poichè quivi vediamo seguite le regole che egli indica per tali fabriche. Egli dunque dice.

« *Sin autem valles erunt perpetuae, in declinato loco cursus dirigetur,* » *cum venerit ad imum non alte substruitur ut libramentum sit quam* » *longissimum: hoc autem erit venter quod graeci appellant* κοιλίαν; *deinde* » *cum venerit ad adversum clivum, quia ex longo spatio ventris leniter* » *tumescit tunc exprimatur in altitudinem summi clivi. Quod si non ven-* » *ter in vallibus factus fuerit, nec substructum ad libram factum, sed* » *geniculus erit, erumpet et dissolvet fistularum commissuras.* »

Noi infatti qui troviamo nel punto più basso una porzione di acquedotto in piano orizzontale, che da lui dicesi il ventre e che si estende almeno per 250 metri a fine di diminuire l'urto dell'acqua nell'infimo angolo del condotto. Questa parte era quella che cavalcava il fiume *Cosa* e il fosso Purpùro. Il corso totale dell' acquedotto che come dicemmo non è minore di 12.000^{m} fa una grande deviazione per girare con pendenza uniforme sotto Vico e venire a questo punto che è il meno depresso del contorno.

Sembra però che l'arduità dell'impresa, e i rischi a cui poteva essere soggetta, si fossero presentati anche a quel coraggioso architetto: perchè a impedire l'inconveniente che la città per guasto accidentale dell'acquedotto venisse ad esser priva d'acqua per lungo tempo, esso costruì avanti la porta della città un vasto serbatojo collocato in luogo eminente, detto nella iscrizione di Betilieno *lacus ad portam* che è stato da me riconosciuto e scavato in queste ricerche. Esso ha 46^{m} 50 di lunghezza e 15^{m}. 00 di larghezza interna; e scavato per la maggior parte nel vivo sasso. Si conserva ancora tutta quella parte di murato che formava i piedritti della volta che lo copriva. Questo avanzo si era creduto che fosse un bagno, ma gli scavi fatti per metterne in evidenza la pianta, hanno mostrato che esso era un semplice serbatojo diviso in tre navate da due file di 8 pilastri ciascuna. Ogni pilastro ha 3^{m}. 70 di lunghezza e 0^{m} 90 di larghezza, e sono separati l' uno dall' altro per un intervallo di metri 1, 70. La spessezza e la costruzione del muro di cinta sono degni di essere descritti.

La fodera esterna e grossa 0^{m}. 53 ed è di muro a pietrame ordinario in piccoli pezzi come è tutta la costruzione dell' acquedotto: la fodera interna è di una testa di mattoni triangolari a cortina coll'angolo posto verso l'interno del muro onde faccia miglior lega col resto. L'intervallo fra queste due fodere di 1^{m} 10 è ripieno di calcestruzzo formato con minute scaglie di pietra calcare e calce, a cui sembra mista pochissima arena. Questo composto dove è stato esposto all' aria, è divenuto così duro che resiste al piccone quanto lo scoglio stesso come può vedersi al lato settentrionale e orientale ove resta scoperto e dove è più facile rompere le scaglie che il cemento. Ne vediamo in Roma un esempio simile nelle fondazioni che si stanno ora demolendo per fare la strada di Monte cavallo in cui è una eguale costruzione, ma quella di Alatri è a scaglie più minute. La spessezza complessiva di questo muro di cinta è un 1^{m}. 70. Le volte che lo ricopriano erano a tutto sesto, ma ora tranne un piccolo pezzo, son tutte diroccate. Sulla linea dove si spiccava la volta era una fila di superbi mattoni quadrati di 0^{m}, 40 di lato e 0^{m}, 06 di spessezza. Il cemento di queste volte sembra molto

inferiore a quello del resto del murato se pure la sua decomposizione non è effetto della gran copia di letame di cui è stato impregnato il terreno sovrapposto, perchè anche il calcestruzzo che, come dicemmo, allo scoperto è così duro, qui è estremamente friabile. Le materie organiche animali in copia assai grande accumulate per stabbiare questo luogo, tenuto a modo di orto, lo hanno decomposto. Tutto l' intorno del serbatojo, compresi i pilastri e il fondo è intonacato con coccio pesto per la spessezza di 5 centimetri, con grossi rinforzi agli angoli rientranti, a modo di quarti di cilindro prominenti. Il fondo di questo serbatojo è depresso di circa 6 metri sotto il piano dell' altro di casa Latini, quindi esso poteva dare acqua a gran parte della città, ma non era nè lo sbocco principale, nè una piscina limaria, perchè è troppo basso.

Si è cercato al fondo se esso avea emissario, ma la cinta si è trovata tutta intatta. Il solo sfogo per votarlo poteva essere all'angolo fra settentrione e levante che guarda i Cappuccini; dove è demolito il muro di cinta completamente, e dove a poca distanza sugli scogli si trova la traccia di un canale scarpellato, largo un palmo circa. Questo serbatoio pare che fosse quello che raccoglieva il sopravanzo del castello.

L'altezza delle pareti verticali fino all'impostatura della volta è 1^{m} 30 ma poteva ricevere acqua fino all'altezza di 2 metri e così contenere un mille metri cubi d'acqua almeno. provvisione sufficiente per ben dieci giorni ad una popolazione di 14.000 anime. La Santità di Nostro Signore ordinò che questo fondo fosse acquistato, e, o riattivato a serbatojo novellamente, o destinato a costruirvi un publico lavatojo, quando vi fosse condotta l'acqua.

Abbiamo già accennato l'altro serbatojo che è stato trovato alla sommità detta ora del Colle in casa Latini, che avea metri 8 di larghezza e 20 circa di lunghezza della stessa antica costruzione. Questi forse era il *lacus balinearius*. De'bagni però non si avea notizia ove fossero; ma il P. Garrucci avendo visitato gli scavi fatti in casa di Monsignor Tagliaferri vicario, vi ha rinvenuto gli avanzi di una stufa o sudatorio, che congiunti a molte altre vasche della stessa costruzione del serbatojo poc'anzi citato, non chè ai molti marmi preziosi, alle pitture e stucchi ivi trovati, fanno credere che ivi era certo un edifizio di molto lusso, benchè finora non si possa decidere se fosse bagno publico ovvero privato. Gli scavi che si faranno metteranno meglio in chiaro la natura del luogo. Lungo la strada che porta dentro la città a porta S. Pietro, e sotto al grande serbatoio è un avanzo di antico edifizio, ora ridotto a chiesuola, che pare un avanzo delle antiche terme. Ma su questo punto lascio ad altri lo studio.

Abbiamo detto che per la città si sono più volte trovati lunghi tratti di condottura di piombo e di terra. Di piombo se ne trovarono oltre 20^m circa nel vicolo di Torano; ma come è da aspettarsi fu tutto venduto e distrutto! È restata memoria di altri tubi esistenti in più punti della città; ma lo scavo essendo dispendioso per la profondità grande a cui si dice che stanno, per ora si è sospeso il rintracciarli. Invece molti tubi di terra cotta, come quelli che meno stimolavano l'avarizia, hanno sfuggito la distruzione e costituiscono un monumento importante di arte figulina. Una linea di assai grandi esiste a 500 metri circa dalla città, verso il Purpùro. Ma i più importanti sono quelli trovati dentro la città in casa Martinelli e poi altrove. Essi sono lunghi 0^m 60 di purissima e finissima creta e sommamente compatti, della spessezza di 4 cent: e del diametro interno di 11 centimetri. L'imboccatura è in questi lunga 0^m 11 di forma perfettamente conica, e sembrano lavorati a stampa tanta è la precisione e la levigatezza delle loro forme: la compattezza della creta mostra che anche quì sia stata compressa fortemente nell' atto della fabricazione.

Merita attenzione il riscontro di questi tubi con quelli descritti da Vitruvio nel luogo citato, perchè combinano tutti colle particolarità da lui indicate. Vogliamo riportare il passo, perchè esso può ricevere luce dalle costruzioni che abbiam trovate e dare indizio della importanza delle pietre bucate che pure diconsi trovate in Alatri in relazione coi tubi, ma che io non ho veduto (Vitruvio l. c. pag. 278).

« *Sin autem minore sumptu voluerimus aquam ducere, sic erit faciendum. Tubuli crasso corio, ne minus digitorum duorum fiant ex testa sed ita ut hi tubuli ex una parte sint lingulati, ut alius in alium inire convenireque possint. Tum coagmenta eorum calce viva ex oleo subacta sunt illinenda, et in declinationibus libramenti ventris lapis est ex saxo rubro in geniculo collocandus, is que perterebratus uti ex decursu tubulus novissimus in lapide coagmentetur et primum similiter librati ventris ad eundem modum in adversum clivum novissimus librati ventris in cavo saxo rubri haereat, et primus expressionis ad eundem modum coagmentetur.* »

Abbiamo trovato realmente qualche traccia di quel cemento sulle lingue de' tubi suddetti e si dice essersi trovate in città varie pietre bucate che probabilmente erano quelle che trovavansi agli angoli delle condotture forzate di cui era piena.

Questa copia di acque e di condotti è in armonia colla grandiosità delle case dell' antica città. L' esame delle antiche costruzioni mostra che molte

erano le fabriche grandi ed opulenti che quivi sorgevano, e ne fanno fede i lunghi ambulacri sotterranei, creduti vie coperte, ma che non sono altro che vaste sostruzioni fatte per mettere in piano l'area degli edifizii e delle case private degli antichi signori che come si sà aveano un tipo costante, per uniformarsi al quale facevano vaste sostruzioni e corridoj a pian terreno per livellarne l'area. Noi ne vediamo simili esempi nelle ville presso Tivoli, Frascati e altrove.

Ma ritornando ai tubi e all'acquedotto, non mi pare improbabile che nella descrizione di questo genere di lavori Vitruvio avesse in vista queste opere così vicine a Roma e che le proponesse a modello; poichè vediamo che esse combinano colle sue descrizioni tanto per l'acquedotto grande quanto per le minori diramazioni. E ciò più facilmente ce lo persuadiamo in quanto che modelli di grandi condotture forzate in terra cotta non esistevano in Roma.

Dei tubi di piombo che restano in varii luoghi si farà una diligente ricerca per averne alcun saggio e per vedere se vi fosse qualche particolarità di costruzione. Il foro di un tubo secondario trovato nel muro al Purpuro mostrano che erano a sezione perfettamente circolare: nel che differirebbero dalla forma usata nei tempi imperiali, e più noti. Ma è incerto se quel foro appartenga alla prima costruzione. Non è ben noto come accadesse la rovina di questo acquedotto, pare che fosse all'epoca dell'assedio che sostenne Alatri contro l'Imperatore Federico.

Da quanto abbiamo esposto si vede che gli acquedotti di Nimes e di Lione non sono i soli in cui si usarono i sifoni, ma che si fecero molto prima in Alatri, e con mezzi più arditi e grandiosi e anche meno dispendiosi che non furono fatti nelle Gallie.

La città di Ferentino pure avea il suo acquedotto, esso ci fu mostrato ancora in discreto stato per lungo tratto dal sig. Cav. Giorgi, ma non avea segni di condottura forzata, e pareva costruito dall'epoca imperiale. Sulla costa del monte verso Anagni, esso era a sezione rettangolare, fatto di pietrame intonacato con *opus signium* e coperto di lastre greggie prese dalla montagna. Non fu potuto tracciare da me fino all'origine, ma pare che l'avesse dai monti del Piglio o dell'Arcinazzo. La sezione dello speco era di circa $0^{m},40$ di larghezza per $0^{m},50$ di altezza. Ora Ferentino ha l'uso dell'acqua di Trovalle diramata dalla Botte di Alatri, con altra condottura di ferro forzata, secondo che erasi da me progettato, non potendosi per motivi economici rinnovare l'antico acquedotto.

§. II. Tubi di drenaggio o fognatura.

Nel corso di queste ricerche di Alatri venni informato che grandi tubi di terra cotta stavano in un basso fondo di prato presso la fontana detta di Chiappitto distante dalla città poco più di mezzo miglio: erano da alcuni creduti quelli che altre volte portavano l'acqua alla città. Anche prima di visitare il luogo difficilmente mi persuadeva che tale fosse il caso, essendo il sito troppo disacconcio a condurvi l'acquedotto. Recatomi però nel luogo ebbi da restare sorpreso al grandioso lavoro che mi si presentava! Vidi un enorme tubo che esciva fuori per metà da una frana di terra, e riconobbi che avevamo a fare con una cosa di molta importanza e di altra specie che un acquedotto. Una breve riflessione mi fece ravvisare una tutt'altra destinazione. I tubi sono veramente colossali, hanno 0^{m}. 43 di diametro medio, e sono lunghi 1^{m}. 13; restano ora sepolti sotto una terra argillosa ed umidiccia detta colà *tasso* a 2^{m}. 50 di profondità. La grossezza delle loro pareti è assai tenue, in proporzione, delle loro dimensioni, essendo soltanto 25 millimetri e nel massimo 30. Sono di pasta assai porosa. Non sono murati, nè stuccati all'imbocco ma affacciati soltanto, lasciando un intervallo di oltre un centimetro e la lingua d'imbocco non è lunga che 30 millimetri e non eguaglia il diametro della bocca seguente, ma lascia un vano di più di un centimetro. Attualmente i tubi sono quasi tutti pieni di argilla finissima filtratavi dentro colle acque. La Lunghezza della linea di questi tubi è ignota, ma si estende probabilmente a tutto il prato che sarà un 300^{m}.

Tutte queste circostanze mostravano che essi non erano destinati a portare acqua, ma solo a scolare il prato dalla medesima per mezzo d'infiltrazione, appunto come si pratica oggidì col metodo di *drenaggio* o *fognatura*. Questa linea di tubi non è probabilmente la sola che ivi esista, trovandosi in altri luoghi presso questi tubi de'gemitii d'acqua, e pel prato vedendosi molti frammenti di coccio, che sembrano accusarne delle altre. Considerando l'ingente spesa che questa costruzione esigeva, viene facilmente in pensiero che essa non fosse fatta per una semplice migliorìa agricola per la quale non mancano mezzi più semplici. Palladio stesso indicava a tale scopo le fosse piene di pietre sciolte, dette comunemente *forme cieche*, il quale è assai economico per l'agricoltura, senza fare la spesa di un sistema sì grande di tubi come questi (Palladio lib. VI tit. 3). Non era facile indovinare lo scopo di tale opera. Tuttavia riflettendo che questo è l'unico sito piano nelle vicinanze della città, pensai che esso poteva essere un campo di esercizi mili-

tari: il *Campum ubei ludunt* memorato nella lapide di Betilieno. Tutti sanno come gli antichi mettessero grande importanza nell'esercizio della palestra e del corso e delle altre operazioni ginnastiche non solo per uso civile, ma per vero esercizio militare, e questo sito essendo opportunissimo, ma umido e di scolo difficile, nè potendovisi fare fossi per asciugarlo, il bravo censore pensò a prosciugarlo con tubi sepolti sotto terra. Oltre il felice pensiero di tale costruzione, in cui vediamo anticipato di duemila anni il moderno sistema di drenaggio, dobbiamo in quest'opera ammirare l'arte figulina antica che riuscì a costruire tubi di sì grande dimensione. La loro levigatezza esterna ed interna, la regolarità ed eguaglianza loro, ci fanno credere che essi furono fatti con qualche macchina o stampa comune e con metodo a noi ancora ignoto. La loro sottigliezza e porosità poi contrasta mirabilmente colla spessezza e compattezza dei tubi destinati a condurre l'acqua, specialmente per quelli di maggiori dimensioni di cui abbiamo parlato sopra.

Disgraziatamente questi magnifici tubi sono tutti fessi per lo lungo in 4 parti sul posto stesso dalla grande pressione laterale del terreno; ma per le cure del sig. Ingegnere Olivieri si è riuscito ad ottenerne due interi come stanno sul posto e senza che si scommettessero. Questi opportunamente cerchiati sono stati per ordine di Sua Santità portati a Roma e deposti nel Museo Lateranense ove saranno conservati come monumento pregevole per l'arte e per la storia dell'agricoltura. Nessuna impressione, bollo, o stampa è stata trovata nè sui tubi, nè sui mattoni che abbiamo diligentemente esaminato.

Non voglio lasciare di dire qui una parola dei magnifici tegoloni che si trovano al fondo dell'acquedotto e in altri avanzi che confermano la perfezione dell'arte figulina in questo paese. Essi hanno circa 60 centimetri di larghezza e da 80 cent. a un metro di lunghezza: e la parte d'imbocco porta un certo incavo molto preciso e ben fatto per ricevere lo sbocco della tegola superiore. Si sono trovate molte casse mortuarie fatte con questi tegoli e come dicemmo se ne sono serviti per fare il fondo delle condotture. È degno di essere ricordato l'artifizio con cui si sono serviti di queste tegole nella casa di Mons: Vicario per fare il calidario, invece dei tubi quadrati usati a Roma a condurre l'aria calda, perchè avendole addossate al muro dalla parte cava e poi stabilite con malta al di sopra, ne hanno ottenuto un canale rettangolare come si sarebbe avuto dai tubi.

Non è questo il solo caso di fognatura fatta dagli antichi con tubi di terracotta. Ho ricevuto dal sig. Procaccianti molti tubi di piccolo diametro interno circa 10 cent. senza imbocco ne lingua, di creta assai cattiva e porosa, che non credo potessero servire per condurre acqua. Essi probabilmente

non erano destinati che ad assorbire le acque di qualche basso fondo. Ma non avendoli veduti in sito, nulla posso pronunziare.

Dovetti por fine alle perlustrazioni del luogo per l' inoltrarsi che faceva la stagione cattiva e anche per la debolezza prodotta in me dalle febri periodiche che contrassi. Sperava completare queste ricerche in altro anno, ma numerose cagioni me lo hanno impedito.

I descritti lavori ci mostrano a che grado di pratica scienza fossero arrivati gli Antichi Romani anche prima dell'Impero, per tutto ciò che serviva ai veri vantaggi del publico bene, valendosi di mezzi tanto inferiori ai nostri. Essi aveano una predilezione particolare per ciò che era opera utile alla popolazione ed evitavano le spese di mero lusso; e in fatti noi vediamo che tra tante opere non vi è nominato il teatro, secondo che allora vietavano di fare permanentemente le leggi Romane: pure vi troviamo l'orologio, segno di non mediocre civiltà. I Romani mostravano con orgoglio i loro acquedotti e le preferivano alle oziose piramidi dell'Egitto, e agli inutili, ma tanto famosi monumenti della Grecia (Frontino De acqueductibus art. 17).

Però col tempo crescendo il lusso e la vanità, essi emularono ciò che aveano biasimato, ma diedero sempre la preferenza alle utili imprese. La città di Alatri si vede che seguì le norme di quell'antico rigore che rese la nazione padrona del mondo, e di cui perdette il dominio quando fu corrotta dalla dissolutezza dei costumi.

Ora vediamo di nuovo zampillare l' acqua in quella Pelasgica città presa non dalle sorgenti di S. Aniello, che sarebbe stato più commodo, ma dalla lontana sorgente detta di Trovalle con tubo di ghisa e sifone che nel fondo ha una pressione statica di 15 atmosfere. La copia dell' acqua è di 12 litri al secondo, e viene sulla civita partendo da un altezza di 550^{m} sopra lo sbocco; ivi nel castello si divide in due parti $\frac{2}{3}$ per Alatri e $\frac{1}{3}$ a Ferentino.

Gli Antichi alatrini hanno conservato con grato animo la memoria di chi loro procurò l'inestimabile benefizio di una buona acqua potabile, così i presenti e gli avvenire conserveranno speriamo con non minore affetto la ricordanza di un Pontefice che rinnovò quel benefizio che il tempo e la barbarie aveano loro rapito, e di quelli che per loro si impegnarono ad opera tanto utile.

§. III. Collettori di acque piovane usati dagli antichi.

Quando la natura de'terreni e la postura del luogo negava loro un acqua sorgente, gli antichi si servivano della piovana, che raccoglievano in cisterne, filtrandola attraverso purgatorii opportunamente costruiti come facciamo noi.

Vitruvio parla di questi lavori sul fine del libro VIII, e prescrive le norme per farle, e indica principalmente che il recipiente deve esser doppio uno per raccoglierla e purgarla, l'altro per conservarla. Vedremo anche qui come siano stati messi in atto i suoi precetti.

La superficie collettrice è generalmente da noi il tetto delle case, e le grondaie sono fatte di foglia metallica applicate agli orli de' tetti. Gli antichi non usando questi mezzi la raccoglievano in canali di pietra posti direttamente sul suolo sotto le grondaie de'tetti, ne'cortili delle case, detti per ciò *impluvia*. E sotto al cortile stesso erano le cisterne, come ognuno può vedere a Pompei, e le bocche di pozzo in marmo sono uno de'più comuni e spesso più belli ornamenti che avesse una casa. È un fatto positivo che generalmente parlando nei nostri climi l'acqua piovana che cade sul tetto di una casa è sufficiente a provvedere gli inquilini per tutto l'anno, tranne i casi di straordinaria siccità. Ma quest'acqua non può dare il lusso delle fontane salienti, e bisogna servirsene con economia, e disgraziatamente in siti di aria cattiva ci vuole gran premura per tener netti i tetti, rigettare le prime pioggie, ed avere altre avvertenze, che neglette per pigrizia o noncuranza rendono quelle acque intollerabili e malsane.

Però queste raccolte di acqua si facevano sempre come una parte essenziale della economia domestica, nè in verun sito che si sapesse se ne fece uso in grande scala per servire al pubblico con pubblica lavorazione. Ora a me è stata data la fortuna di trovare uno di questi collettori costruito in iscala grandiosa, e che costituisce un vero monumento d'arte che in alcuni casi potrà essere imitato con vantaggio anche dai presenti. Questo prezioso monumento esiste a Segni, non riconosciuto come tale prima di me, che io sappia, da veruno. Ecco brevemente la storia della sua scoperta e la sua descrizione.

La città di Segni resta sulla vetta di un monte spettante alla catena dei Lepini di calcaria ippuritica; non ha nelle vicinanze nessun altra altura maggiore a discreta distanza, da cui possa provvedersi di acqua. In alcune insenature sotto l'abitato si aveano alcune polle di acqua assai scarse, nascenti in terreni ripieni di argille sovrapposte al sasso vivo, abbastanza copiose una volta, ma ora impoverite e quasi nulle, a cagione dell'aver tagliato gli alberi che prima vi crescevano. In quel nudo e sterile sasso che circonda ora la città che per giunta è fessurato per tutti i versi, è impossibile ottenere che le acque piovane non ispariscano appena cadute. Questo è uno degli amari frutti che si colgono dalla manìa del disboscamento. Il sig. Ab. Richard tanto celebre in Francia per la scoperta di sorgenti, invitato da Mons. De

Merode a visitare questi siti per applicarvi la sua scienza, dopo tre giorni di escursioni se ne ritornò assicurandomi esser colla nostra geologia locale impossibile di avere alcun successo, se prima non si rivestissero i monti.

Fui pertanto ancor io invitato nel Settembre 1865 dalla magistratura di quella città, a esplorare quel territorio, e dopo parecchie giornate di corse e di faticosi studi ne riportai le seguenti notizie che qui trascrivo onde il lettore abbia una idea delle difficoltà de'luogi, e della ragione che per ciò ebbero gli antichi nel fare quello che fecero.

Primieramente fu esplorata la piccola vallata che rimane al Sud Ovest della città ove trovasi attualmente una fontana che seccasi l'estate. Mi persuasi che questa località non è talmente situata da poter promettere notabile copia di acque per tutto l'anno senza interruzione. Infatti il bacino ha per fondo lo scoglio frantumato calcareo, e inoltre è assai ristretto, e spoglio di ogni vegetazione capace a trattenere le acque, e il solo serbatoio naturale delle medesime può formarsi da uno strato di detriti de'monti superiori frantumati che sono sovraposti allo stato di argilla o creta sottoposta. Questi detriti poi non possono saturarsi di acqua per la mancanza attuale di ogni vegetazione che trattenga le acque al momento delle pioggie forti, dando così loro agio a penetrare nel suolo, e quindi non è possibile che se ne faccia provvisione tale che bastino ad erogarla tutto l'anno. In altri tempi però si vede che le acque erano più copiose, e ciò era positivamente dovuto alla vegetazione ivi lussureggiante. Talchè non è da sperare aumento di acqua nelle attuali sorgenti, fuorchè col ritornare tutta quella valle allo stato boschivo di prima. La mancanza di tale vegetazione ha anche permesso che gran copia dello stesso detrito sia stato trasportato via, e la creta sia ora assai superficiale. Questo è lo stesso inconveniente in sostanza che ho veduto in altri siti, come Montefortino e Carpineto, e che è impossibile a rimediare.

2° Quello che poteva farsi era aprire qualche nuovo tasto in que'punti, ove è tradizione che fosse in altri tempi sorta l'acqua, e scegliere per ciò quei siti che non possono danneggiare la sorgente attuale. Tale era il luogo detto di Andreotti, dove un cavo anche superficiale ispirò qualche fiducia. Ma era difficile che tali tentativi potessero riuscire a dare l'acqua necessaria alla popolazione nei mesi estivi. Fatti tali tentativi, un poco di acqua venne trovata, ma presto cessò di correre.

3° Visitata la botte dell'attuale fontana e i cunicoli che chiudono le vene sorgenti, fù trovato tutto in ottimo stato, nè era buon consiglio toccar nulla in vene sì deboli che facilmente si potrebbero perdere. Il lavoro essendo

eseguito colle regole tutte dell' arte, si poteva servire di questo come modello nella costruzione di altro allacciamento. Solo era da raccomandare che tutto si tenesse ben pulito, come fù trovato da me.

4.° Poichè il vicinato della città dava poca speranza di notabile successo, si cercò se nelle montagne attigue vi fosse qualche sorgente perenne che potesse portarsi alla città. I luoghi che stanno in maggior riputazione d'acqua sono 1° il così detto *Cecio*; 2.° l'altro l'Acquaro dell' Acero; e 3.° certo sito ove sgorgò acqua alla caduta di un faggio. Furono perciò visitati tutti questi posti. Il *Cecio* rimane nella Valle che conduce al *Campo di Segni* dopo scavalcata la gola di monti detta la *Caùta del Campo*. Vi è segnale che l'acqua vi suol correre, ma lo trovammo asciutto, e l'acqua è solo corrente quando ha piovuto di fresco. L'acqua di questo sito poi non potrebbe venire a Segni così facilmente, poichè la città è più bassa di 90^{m} circa sotto la *Caùta* suddetta, e per portarla o si dovrebbe forare il monte, o fare un giro sterminato. È da osservarsi che in linea retta essa non è meno distante di 3 miglia.

L'*Acquaro dell'Acero* è un luogo consimile, ma ancor esso secco ; però sembra portare maggior copia di acqua dopo le piogge e durare di più, talchè potrebbe tentarsi se con una scavazione , quando fluisce , potesse raggiungersi il recipientè interno , e ottenere vena perenne. La distanza però anche più grande di questa vena, che deve essere almeno doppia della precedente, obbligherebbe a grave spesa. Però quì non vi sarebbe l'inconveniente notato per l'altra della bassezza relativa, perchè essa è alta quanto la *Caùta* suddetta, e perciò potrebbe uscire dalla Valle comodamente, ma sempre con grande spesa di condottura forzata sotto un cento metri almeno di pressione per passare sotto del *Campo* che è assai basso.

Se in questi luoghi l'acqua fosse stata perenne, non si sarebbe esitato a fare un qualunque lavoro su questi siti, ma la mancanza di tale condizione ha impedito ogni progetto.

Poichè la terra è stata sempre ingrata fu dunque necessario rivolgersi al cielo, cioè cercare di profittare delle piogge invernali per empire conserve di acqua da servire per l'estate. La fontana attuale potrebbe servire ad empire un gran bacino, che potrebbe costruirsi più basso del lavatore. Ma quest'impresa è costosa assai e resterebbe in sito sempre incomodo alla popolazione. Quindi fin dagli antichi tempi furono tentate altre vie. Ed ecco quali furono.

Visitando le alture della Chiesa di S. Pietro si trova, prima di arrivare a questa, la grande Cisterna Comunale, lavoro antico e monumentale, che da misure prese risultò lunga 30^{m}.0 larga 6^{m}.0 alta 5^{m}.2 talchè ha una capa-

cità di 900 metri cubi. Più in là della Chiesa vi è un bacino circolare ora inutile e che ancor esso era anticamente destinato a contenere acqua come apparisce dalla sua struttura. Esso è perfettamente circolare, vestito all'interno di un paramento continuo di grossi massi parallelepipedi di peperino connessi con somma precisione e benissimo conservato. Tra questo paramento e il suolo circostante in cui è incassato è uno strato di quasi un metro di calcestruzzo (bêton) formato di scaglie di pietra calcare e calce, in tutto simile a quello del serbatoio di Alatri. Questo bacino non ha segno di volta che lo coprisse, nè colonna centrale alcuna. Esso non mostrava apertura alcuna nelle pareti, ha il fondo pieno di breccia e scaglie. Ma rimovendo un poco il letame e le altre sporcizie che vi sono in abbondanza poichè serve a certi divertimenti popolari molto triviali, vi scoprii una pietra più grossa delle altre che avea una feritoia verticale larga 3 in 4 centimetri, e lunga 40 in 50. Questo è il solo emissario che anche attualmente trovano le acque piovane per uscire da esso. Dove andasse questo emissario si ignorava, ma dopo molte ricerche si venne in chiaro che vi è una chiavica, che mette questo bacino in communicazione colla cisterna. Così questo bacino e la Cisterna erano recipienti connessi. Dopo avere esaminato bene la circostante località mi pare evidente che il bacino era destinato a ricettare provvisoriamente le acque per alimentarne la cisterna. Avevamo adunque qui i due recipienti indicati da Vitruvio. La superficie collettrice di queste acque non poteva essere però solo quella del bacino, e dovea contribuirvi anche quella del tempio; ma la cisterna sarebbe stata spropositatamente troppo vasta, onde sospettai che potesse esser quella del colle o monticello sovrastante al bacino stesso. Questo luogo è ora tutto irregolare per la cava delle pietre fatta ad arbitrio, ma avendo studiato dal difuora le sue mura di sostruzione mi accorsi essere ivi stato anticamente un piano regolare tutto inclinato verso il posto del bacino stesso. Perlustrando i contorni dello scoglio vi riconobbi indubitatamente varii filari di pietre di stile detto ciclopico disposte tutte quante in modo da sorreggere un piano inclinato. Da un altro lato vi trovai anche murature de' tempi bassi che seguono lo stesso andamento. Ricostruendo idealmente questo piano, la sua superficie, compresa quella del bacino e l'area vicina al Sud del medesimo, è circa 2000 metri quadrati. Così per me era sciolto il problema. Questa era un area collettrice della pioggia e il bacino il suo purgatorio, come è indicato dalle breccie ivi raccolte. Valutando la caduta della pioggia utile a mezzo metro all'anno si avrebbero 1000 metri cubi, cioè quanto basta ad empire la cisterna, ed anche la supera negli anni più asciutti. Dico mezzo metro all'anno perchè è vero che sopra ogni

metro quadrato la pioggia può valutarsi nelle nostre latitudini da 75 a 80 centimetri, ma in pratica negli anni scarsi e per le perdite inevitabili non istimo doversi calcolare più di mezzo metro.

Il modo con cui si raccoglie l'acqua adesso nella cisterna di Segni è per le grondaie del Seminario : ma esso non ha tutto il tetto recinto , nè può tutto utilizzarsi per la cisterna pubblica, dovendosi una parte lasciare per alimentare una piccola cisterna del Seminario stesso. Restava a vedere se armando di grondaie il resto del tetto di questo fabbricato, e le case vicine potrebbe empirsi la cisterna. Dalle misure ho trovato che la superficie del tetto utilizzabile nel Seminario è 600 metri quadrati al più. Se vi si mettano altri 120^{m} quadrati per la fabbrica attigua nuova, e altri 200 per la Chiesa di S. Pietro si avranno metri q. = 920 , cioè appena la metà della superficie necessaria. Se consideriamo che le piccole pioggie si perdono per l'assorbimento delle tegole, e gran parte delle acque violente si perde per il mal servizio delle grondaie, mi parve che il progetto di cingere il Seminario di grondaie non fosse il più utile a proporsi, nè meritava una seria attenzione. Invece io fui di parere che si dovesse riattivare l'antica platea che raccoglieva le acque depositandole nel bacino, finchè fossero chiarificate e poi immetterle nella cisterna. A fare l'opera veramente utile, era necessario di regolarizzare l'area attuale per tutto il tratto A, B, C, D che resta superiore al bacino circolare E; poi coi materiali da questa operazione ottenuti si doveva elevare il piano della porzione C, F, G, H onde farla superiore al bordo del bacino perchè scolasse tutta l'acqua dentro di esso. Regolarizzata l'area si dovrà selciare tutta la sua superficie, e recingere di muro tutto il piazzale in que'siti ove potrebbe essere invaso dalle bestie, e dai fanciulli, ed in qualunque modo deturpato. Con apposite buone macerie fatte coi sassi che si caverebbero qui stesso nello spianare l'area si doveano sostruire quei tratti che sono ora sprofondati presso l'orlo, e gli si dovea dare una forma tale che potesse tutta l'acqua andare a raccogliersi nel bacino circolare. Quando dico pertanto *forma regolare* non intendo che debba farsi rigorosamente piano inclinato, ma potrà essere a una o due pendenze, con una sola o più cunette raccoglitrici, purchè versanti tutte nel bacino.

Se si conserverà netto e pulito il piaz-

zale così costruito, non si avrà bisogno nemmeno di far aspettare che l' acqua si chiarifichi in esso, ma potrà immetersi a dirittura nella cisterna filtrandola subito dentro al bacino per sabbia breccia e carbone a purgarla di qualche immondezza caduta sul piano portatavi dai venti o dagli uccelli. L' acqua filtrata per questa sarà ottima, e più pulita che non si ha adesso dai tetti del Seminario che mettono dentro la cisterna direttamente e senza alcun purgatorio. Così il bacino circolare sarebbe un vero purgatorio di dimensioni colossali e sommamente vantaggiose, e non sarebbe da lasciarsi inutile un si prezioso monumento, anche quando si avesse una nuova mediocre sorgente al basso. Un bacino d' acqua sempre pronto per qualunque eventualità è cosa preziosa in una città, e qui si avrebbe con modica spesa, che è quella del restauro del piano superiore al bacino: anzi l' acqua di questo bacino si potrebbe portare fino in piazza e cosi si regolarizzerebbe meglio la sua conservazione e distribùzione, applicando una condottura al fondo della cisterna medesima con robinetto a molla da tenersi abitualmente sotto chiave dalle autorità municipali, e da aprirsi solo nei mesi di siccità, o nei casi urgenti d'incendio e simili.

La capacità della cisterna essendo di 900 metri cubi come si disse: essa poteva rappresentare un' oncia di acqua (misura paola) per ogni giorno tenendo aperto il condotto continuamente 12 ore al giorno, e la sua durata cosi regolarizzata sarebbe durevole per tre mesi, che è una quantità sufficiente al paese, pei mesi aridi, poichè la maggior parte delle case ha i pozzi particolari, che bastano per una parte considerabile dell'anno.

La città di Segni non essendo la sola, la cui ubicazione sia sfávorevole alla provvisione delle acque, era da aspettarsi che anche in altri siti si troverebbe un simile meccanismo. E infatti così è. La antica acropoli di Palestrina, ora detta Castel S. Pietro, è posta come Segni sulla vetta di uno scoglio isolato, e le sorgenti più vicine sono al basso a grande profondità. Ora presso la chiesa trovasi una vastissima cisterna che non è mai piena, nè può empirsi dalla superficie de' tetti, e questo gran recipiente mi fece sospettare qualche altra area destinata a raccogliere le acque. E così è realmente. Perchè poco oltre la Chiesa, è la spianata naturale del monte, liscia e compatta, perfettamente nuda quale viene dal naturale clivaggio o fenditura degli strati calcarei, i quali tutti inclinano verso il paese. Non dubito punto che in tempi antichi profittassero di questa area per raccogliere l'acqua piovana; e lo credo tanto più volentieri che ivi non è vestigio di fabbrica di alcuna abitazione, e appena qualche traccia di vegetazione in alcune rare fessure. Non ho trovato il purgatorio come a Segni, ma forse è sepolto sotto

la fabbrica stessa della Chiesa che è posta tra l'area suddetta e la cisterna. Oggi appena si profitta della cisterna, preferendosi dagli abitanti l'acqua della bassa fonte, ma nei tempi di guerra non poteva farsi altrettanto, e sappiamo di fatto che molte ve ne erano nel medio-evo, e alcune asciutte, poichè in una di queste i Colonnesi confinarono il Cardinale ambasciatore spedito dal Papa.

Son voluto entrare in questi particolari per far conoscere le industrie degli antichi, e come il problema di fornir d'acqua un piccolo paese non sia poi di così difficile soluzione come alcuni credono e perciò proposi questo mezzo per S. Oreste posto sul Soratte, sito non men triste dei suddetti. È vero che ne' trattati di idraulica si assegnano nelle capitali 40 o 50 litri d'acqua a testa. Ma bisogna convenire che questa quantità è esagerata: perchè in ciò si riguarda il lusso e non la necessità. In pratica si vede che una famiglia se la fa con una conca al giorno (cioè 8 litri) il che non arriva a 2 litri a testa; ma ben tenendo ciò troppo poco, per la pulizia, per le bestie, e pei lavatori pubblici, ho veduto che con 10 litri a testa si sopperisce a tutto, come ben si vede in più paesi che sono stati recentemente forniti di mediocri fontane e che si trovano bene anche con minori quantità , perchè poi sempre è vero che in moltissime case si fa uso direttamente dette cisterne, e se pure l'acqua di esse non è potabile, è però sempre usata per altri servizi domestici.

§. IV. Acque raccolte per infiltrazione de'terreni.

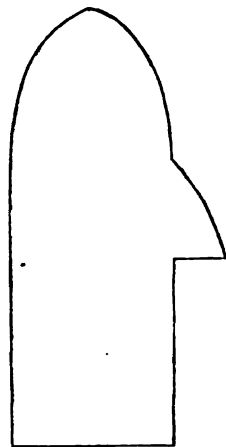
Può dirsi che questo fosse il metodo adoperato per provveder d'acqua in mediocre quantità le case e i poderi de' privati in tutte le aperte campagne. Moltissime ville de'privati nei contorni di Roma trovansi fornite d' acqua a questo modo e alcune di queste funzionano bene anche attualmente. Ne ho trovato ne'pressi di Bracciano all'Anguillara, presso l'Ariccia, in Albano, presso Genzano a Galloro, sopra Monte Compatri, sopra Frascati nella Ruffinella, presso Tarquinia a Corneto, a Morlupo presso il Soratte ove il terreno e assai favorevole a questo genere di lavori. Sceglievano essi una convalle assai fresca e boscosa di suolo poroso e permeabile, quale è comunemente il tufo vulcanico romano detto granulare, vi facevano molti cunicoli angusti e lunghi e serpeggianti sotto la parte più umida e bassa dove l'acqua moriva tra le piante e avea difficile scolo. Questi cunicoli aveano il nome dall'animale che scava le sue tane, il coniglio (*cuniculus*). E veramente tali canali o grotte erano più tane da animali che abitazioni da uomini e appena si capisce come potessero venir fatti. Essi erano alti appena quanto un uomo, e stretti quanto appena potesse capirvi il suo corpo, e perchè vi potesse

muovere il braccio da lavorare, e avesse un appoggio sui cui tenere il piccolo lumicino che rischiarava quelle tenebre, vi si scavava uno scalino laterale all'altezza del gomito, onde la loro forma era come quì si accenna. Rari s'incontrano in queste tane i pozzi, onde il lavoro dovea riuscire penoso al misero schiavo condannato a esser sepolto vivo in quell' ambulacro che dovea fruttar delizie al padrone. Un assieme di questi canali a modo di vero labirinto sotterraneo formava il collettore delle acque. Queste stesse filtrando dalla volta e dalle pareti in minuti gemiti e goccie nsensibili si raccoglievano nella cunetta di fondo, e i varii fili raccolti in un solo canale davano un capo d'acqua più o meno ricco, che alimentava il serbatoio principale.

In molti di questi siti non era raro il raccogliere uno o più litri d'acqua per secondo, e dove era minor ricchezza un mezzo litro almeno, come nei luoghi da me indicati sopra.

Ove mancavano i tufi vulcanici porosi, e regnavano i depositi subappennini, come nelle vicinanze di Roma, nella Sabina ecc. Sapevano cavare le loro gallerie al confine tra le sabbie e le marne argillose, e armandole di volte murate con frequenti feritoie o muri laterali a secco profittavano delle filtrazioni attraverso le sabbie che venivano arrestate dagli strati argillosi. Di tali ne ho trovate al monte Vaticano sopra le Fornaci, e in Sabina presso Magliano ove si hanno ancora in attività grossi capi d'acqua, e le costruzioni di fabbriche con avanzi di bagno, con ipocausti e calidari come vedonsi a tre miglia dal suddetto Magliano in faccia ad Otricoli presso la nuova strada. Ivi i vasti condotti intonacati di coccio pesto fino a grande altezza, fanno fede che erano quantità d'acque assai copiose.

E a questo proposito dirò che tali intonachi si chiamavano *opus signinum* non senza un perchè, riconosciuto forse solo ai giorni nostri. Questo è che anticamente si facevano principalmente colla calce proveniente da Segni la quale è eccellente per tali lavori. Questo dipende dall'esser quella una calce magra idraulica che assai si accosta al cemento moderno detto dai forastieri *cemento romano*, di cui però è copia anche nelle montagne di Tivoli. Questa calce scusa realmente il cemento in molti lavori, e usata colle figuline peste faceva quel mirabile intonaco che noi troviamo in tutti i serbatoi d'acqua applicato alla stesso modo. Ne ho trovato perfino ricoperte le pareti del castello dell'acqua nello sbocco del grande acquedotto degli archi neroniani che mette sul palatino nel vasto fabbricato di bagni che sta a cava-

liere dello Stadio. Ivi è applicato al modo classico cioè colla spessezza di 5 in 6 centimetri, e rinforzato negli angoli con un quarto di cilindro sporgente del raggio di circa 10 in 12 centimetri, come si vede nel serbatojo di Alatri. Anzi in molti siti ho trovato perfino i segni delle verghe colle quali essi battevano il coccio pesto per assodarlo mentre era ancor fresco, e chiudere le piccole fessure che esso contrae nel consolidarsi, il quale lavoro si fa anche oggidì dai nostri muratori, e mostra la tradizionale maniera usata per ottenere uno strato impermeabile, che si è propagata fino ai giorni nostri. Benchè il coccio pesto si faccia con qualunque calce, pure è manifesto che le calci idrauliche sono preferibili, e per ciò giustamente usavano le calce di Segni. Ora si usa il così detto cemento Romano, che in fondo non è che una calce magra ed argillosa, la quale fa ottima presa nell'umido, e i lavori anche d'ornato fatti con questo nelle fontane durano lunghissimo tempo. Quindi abbiam veduto nel taglio della Via Nazionale al Quirinale tornato a luce l'antico ninfeo decorato di coccio pesto così fresco e perfetto come se fosse stato fatto ieri, e pure esso monta all'epoca republicana.

§. V. Della cura degli antichi per avere le acque fresche

Ognuno sà che fra le buone qualità di un acqua potabile vi è quella che essa sia fresca. Di così importante qualità gli antichi fecero gran conto, e perciò tanto stimavano l'acqua Marcia che arrivava in Roma a una temperatura bassissima. Alla sorgente essa ha 7 in 8 gradi, e ora arriva a Roma con 11° benchè la sua condottura in ferro in più luoghi scoperta in piena campagna non possa certamente proteggerla come le grosse mura degli antichi acquedotti. Per ciò essi anche facevano gli acquedotti bassi, e li tenevano sotterra il più che potessero per conservare la frescura delle acque (Frontino).

Ma talora poteva accadere che l'acqua fosse meno fresca di sua natura onde occorresse rinfrescarla. È semplice e ingegnoso il modo da loro usato, quale troviamo praticato nell'acqua detta *Tepula* degli antichi. Quest'acqua fu portata a Roma molti anni prima di Augusto, e non si badò forse alle sue qualità, e si fece calcolo solo sulla sua vicinanza, onde si vede che più tardi nè conobbero l'inferiorità, e l'incomodo della sua temperatura elevata, e la corressero in un modo semplice ed ingegnoso.

Ma per risolvere questo problema fisico è mestieri risolvere prima il topografico, e fissare dove nascesse l'acqua suddetta, come pure le altre due colla quale avea delle relazioni, cioè la *Giulia* e la *Crabra*. Frontino così parla della *Tepula* (V. Front. Art. 8, pag. 36 ediz. di Poleni) = *Cn. Servilius Cae-*

pio et L. Cassius Longinus qui Ravilla appellatus est, censores anno post urbem conditam DCXXVII, M. Plautio Hypseo, Fulvio Flacco coss. Aquam quae vocatur Tepula, ex agro Lucullano, quem quidam tusculanum credunt, Romam et in Capitolium adducendam curaverunt . . . = Poscia Frontino indica l'origine di quest'acqua e dice = *Tepula concipitur via Latina ad X miliarium diverticulo euntibus ab Roma dextrorsus millium passuum II atque inde rivo suo in urbem perducebatur* (pag. 37).

Passa quindi a parlare dell'altra acqua vicina detta Giulia ed espone così la sua provenienza e condottura a Roma (Art. 9. pag. 39). =

Postea M. Agrippa aedilis post primum consulatum Imperatore Cesare Augusto II. L. Volcatio coss. anno post urbem conditam MCCXVIIII, ad milliarium ab Urbe XII via Latina euntibus ab Roma dextrorsus millium passuum duum alterius proprias vires collegit et Tepulae rivum intercepit (pag. 39) . . . *acquisitaeque ab inventore nomen Juliae datum est: ita tamen divisa erogatione ut maneret Tepulae appellatio . . . Praeter caput Juliae transfluit acqua quae vocatur crabra: Hanc Agrippa omisit seu quia improbaverat sive quia tusculanis possessoribus relinquendam credebat* ecc. =

Per lo scopo nostro è di prima necessità schiarire con precisione l' ubicazione delle sorgenti di queste acque, e perciò dobbiamo entrare in qualche discussione topografica.

A noi Frontino sembra chiarissimo, nel definire tali località, ma tuttavia troviamo che gli archeologi non ne compresero punto il senso e scambiarono in modo strano le denominazioni, e fu dato alla Giulia il nome di Tepula, e ai giorni nostri si è dato il nome di Tepula ad una meschina sorgente che nasce nella località detta il *Fico* presso la nuova via Latina che appena dà qualche oncia d'acqua alla villa Pallavicini.

Ma tutte queste questioni svaniscono coll'esame del testo di Frontino. Il testo citato ci dice quanto basta per vedere che la Giulia è indubitatamente quella che nasce presso Grottaferrata in locale detto comunemente gli Squarciarelli. Infatti sulla via latina il cui andamento è ora ben assicurato, abbiamo a Ciampino il miglio X° antico che è il IX moderno. E questo è un punto certo perchè ivi fu scoperta l'antica colonna milliaria X^a e ivi era la stazione *ad decimum* di cui vedonsi i ruderi. Inoltre da questo punto fino sopra Borghetto e più oltre fino sull'odierna vigna Cavalletti sopra al luogo detto il Fico, e fin dentro la valle della Molara, la via latina è perfettamente conosciuta e può dirsi se non tutta, almeno quà e là a grandi tratti scoperta, in modo che è impossibile pigliare equivoco. Anche l'anno scorso se ne sco-

prirono grandi tratti selciati e benissimo conservati. Fissato così il decimo miglio è facile trovare il XII°, e questo cade dopo il castello medioevale suddetto di Borghetto, presso al luogo ove si stacca dalla latina moderna la via che porta a Rocca di Papa. Ivi poco prima del bivio è il miglio XI moderno contato da porta S. Giovanni. L'antica Latina si staccava dall'Appia là ove ora è S. Cesario fuori della porta Capena, che resta un miglio intero più dentro il recinto della città moderna, e perciò le numerazioni migliarie delle vie moderne sono tutte diminuite di una unità.

L'antica via Latina nei pressi di Grottaferrata transita fra le vigne, e lo stacco del diverticolo dovea esser un poco più verso Roma che non è il bivio moderno. Onde esso cadendo oggi all'XI° moderno vien ad essere ivi il XII antico. Dalla biforcazione presente fino agli Squarciarelli abbiam un buon miglio e mezzo, onde contando dall'antica separazione la quale era alquanto più verso Roma abbiamo appunto l'ubicazione di Frontino che dice la sorgente al secondo miglio dentro il vico che sta a destra di chi parte da Roma. Colà pertanto sono le sorgenti degli Squarciarelli. Quest'*acqua adunque è il caput aquae Juliae.* Nella vigna Santovetti e altrove si sono trovate tracce di un vico, che và agli Squarciarelli e forse è quello di cui parla Frontino.

L'espressione *Caput* indica che ivi era il principio, e colla frase *vires* accenna che le sorgenti erano diverse, e che la Giulia si raccoglieva da più punti. Ora appunto ciò è la verità stessa presente, poichè anche adesso due sono le sorgenti principali che abbiamo in questo luogo. In faccia al lavatore degli Squarciarelli è il grosso capo che incanalato fa ora a piccola distanza girare le mole, e si valuta essa sola 150 litri al secondo. Non meno della metà di questa circa ne nasce in faccia al lavatore al lato sinistro della strada e questa è incanalata per uso del monastero di Grottaferrata, di varii particolari, e del paese stesso. Grosse costruzioni di scaglia di selce esistenti all'imbocco del canale della mola potrebbero essere avanzi degli antichi murati di Agrippa. Ma in questo stesso sito poco sotto al lavatore numerose polle sorgono dappertutto sicchè presto si fa un corpo capace di alimentare non solo il suddetto mulino, ma più sotto di muovere la cartiera con 300 litri almeno. Tale è il corpo d'acqua che ivi nasce in breve spazio e più sotto ha ancora qualche aumento. La temperatura di queste acque è di 10 in 11° centigradi anche l'estate.

Un altra particolarità importante è quella che aggiunge Frontino, che *praeter caput Juliae transfluit aqua quae vocatur Crabra.* Ora fra i cespugli che coprono la sponda della strada nuova in quel ritaglio di terreno che sta tra essa e la vecchia, io ho trovato gli avanzi di un acquedotto an-

tico, posto a livello superiore del moderno lavatore di 10 in 12 metri, e il cui andamento è diretto alle sorgenti attualmente esistenti superiormente presso il fosso de'Ladroni, donde proviene l'acqua di Villa Conti e l'Algidosia portata ora a Frascati. Questo acquedotto sta appena 3 in 4 metri sotto allo sbocco delle suddette sorgenti, e non può ricevere l'acqua degli Squarciarelli perchè di molto ad esse superiore, e solo può ricevere le prefate sorgenti più alte. Asserisce Frontino che l'acquedotto della Crabra percorreva le ville Tusculane, la cui acqua era distribuita per turno ad ore e giorni fissati per ciascun utente. Ora trovasi realmente ricomparire questo acquedotto poco sopra la vigna del sig. Santovetti detta di Montione che è posta sul fondo di una grandiosa villa antica, e al casino di Carletti ove sono ampii serbatoi, non chè nella vigna del Sig. Passamonti ove transita la via Latina, e probabilmente è lo stesso canale che piegando sotto la macchia va a sortire non lungi da Loco Novo, ora del Seminario, ove si ammirano gli avanzi di un altra grandiosa villa, supposta di Lucullo ove trovasi una vasta piscina circolare. Il livello de' serbatoi è in tutte inferiore alla crabra. Quest'acqua, dice Frontino che era spesso usata dai fontanieri per supplire la Giulia, tentati a ciò dalla comodità del luogo. Ora questo è ben naturale che accadesse per la piccola distanza che come abbiamo detto passava tra il capo della Giulia e detto acquedotto, e per la maggiore altezza della Crabra.

Stabilito così il capo della Giulia sarà più facile fissare l' origine della Tepula. Dice Frontino, (loco citato) che la Tepula nasce sul diverticolo che spiccasi al X.° miglio a destra di chi parte da Roma. Il Decimo miglio è come dicemmo a Ciampino: ivi realmente è un diverticolo che volta a destra e dopo non lungo tratto insinuasi entro *la valle Marciana* e vi si biforca in molti modi. In questa valle non sono altre sorgenti che quelle dell' acqua attualmente detta *Preziosa*.

Il Canina sospettò già che questa fosse la Tepula, ma non seppe darne prova decisiva, però i caratteri fisici e topografici ne danno una prova sicura.

Quest'acqua ha per vena principale una grossa polla che esce con certa forza in mezzo al campo, in una specie di bulicame a capo di un canneto. Per tutta l'estensione di questo che è un 200 metri circa sorgono molte altre polle che tutte poi si riuniscono in un fosso che ora va a metter capo nella marrana, ove corre l'acqua di Grottaferrata già Giulia. La distanza da Ciampino pel viottolo suddetto che attraversa la detta valle Marciana (che è un pretto cratere vulcanico), è appunto un due miglia circa. Entro un tal raggio di 2 miglia da Ciampino a destra della Latina non sono altre acque di qualche

entità. Quindi la ubicazione corrisponde benissimo al testo di Frontino. Quando io la visitai, la quantità dell'acqua verso il mezzo del suddetto canneto era tale da formare un rivo, che sbarrato da una tavola faceva stramazzo libero lungo un metro e mezzo con due centimetri circa sul ciglio della tavola. Ma questo ciglio era assai irregolare, e la tavola era là posta a caso senza idea di farne la misura. Si valutò a occhio un 25 litri per secondo un 100 oncie misura dell' acqua Paola. Ma non era tutta. Onde il corpo d'acqua totale è ancora rispettabile.

Ma vi è una circostanza che suggella la sua identità e non era conosciuta finora. Questa è la temperatura. Esplorata questa in inverno si trovò esser 16 in 17.° centig. mentre quella dell'aria era solo 8° gr. cent. Ora questa temperatura fa che la sembri veramente *tiepida* (specialmente in confronto della Giulia che è di 10 in 11°) e che riesca grassa e disgustosa al palato, non dovendo esser l'acqua potabile più calda di 13 in 14°. Quindi il nome giustamente datole. Forse anticamente era anche più calda di qualche grado che al presente, per la sua maggior vicinanza alle fasi vulcaniche di cui è un debole residuo.

Che la *Tepula* sia quella oggi detta *Preziosa* è confermato da ciò che dice Frontino sulla natura delle sue sorgenti. *Huius aquae* (tepulae) *fontes nulli sunt: venis quibusdam constabat quae interceptae sunt in Julia* (pag. 122, Art. 68). E realmente anche ora, se ne togliamo la prima polla, anch' essa assai diffusa che esce fra i sassi pei crepacci del suolo, non vi è alla sua testa una fonte, nè un corpo d'acqua ben deciso, ma una moltitudine di vene sparpagliate. La *Preziosa* anch'oggi si scarica nel canale della Marrana di Grottaferrata, e le due acque escono unite per la slabbratura del cratere. Il canale comune poco dopo si perde e là dove lo traversa la via moderna di Frascati si nasconde sotterra in contrada che dicesi appunto di *Acqua sotterra*, non lungi dalla villa antica detta oggi de'*Centroni*: essa fa poco sopra una caduta. Questo canale sotterraneo deve essere l'antica forma, e cercando più sù della caduta si troverebbe la sua continuazione.

Nel corso antico di queste due acque si nota una curiosa particolarità di cui parla in più luoghi Frontino ed è questa. La tepula da principio veniva per un canale tutto suo proprio dalla sorgente fino alla piscina limaria del VI.° miglio e quindi continuava per canale isolato fino a Roma portandovi CCCC quinarie. Questo canale si vede ancora a Porta Maggiore e a Porta S. Lorenzo interposto a quello della Marcia sulle cui arcuazioni è portato, e sotto quello della Giulia, in tutto e pertutto come è descritto da Frontino. Or bene quando fu allacciata la Giulia fu troncato il canale della Te-

pula dalla sorgente fino alla piscina, e dessa fu introdotta nel nuovo canale della Giulia e mista con essa dentro la condottura per lungo tratto entrava nella suddetta piscina comune.

All'entrare della tepula nel canale comune essa dovea esser misurata, perchè nell'uscire dalla piscina si prendeva all'incile una quantità della mista pari a quella che era entrata , ed era dalla piscina inviata nel canale suo primitivo che la portava a Roma.

Questa complicazione, prima di miscuglio e poi di separazione, è chiaramente indicata da Frontino ove dice (pag. 39. *Art.* 9). Agrippa *Tepulae rivum intercepit* conservando però nella erogazione il nome di Tepula *ita tamen divisa erogatione ut maneret Tepulae appellatio.* E a pag. 66 dice anche più chiaramente = *Una autem earum . . . . Tepula* (*quae intercepta sicut supra demonstravimus rivo Juliae accesserat, nunc a Piscina ejusdem Juliae modum accipit ac proprio canali et nomine venit*) e descrive i loro acquedotti separati per cui venivano a Roma, in basso la Marcia, in mezzo la Tepula, in cima la Giulia. E in fine dove a pag. 122 art. 68 dice della Tepula = *Hujus aquae fontes nulli sunt venis constabat quae interceptae sunt in Julia.*

Ora si domanda perchè una si strana operazione. Abolire il canale della tepula già esistente, introdurla invece nel canale della Giulia, poi separarla di nuovo misurandone altrettanta all' uscir dalla piscina per mandarla nel suo antico canale ! Una separazione reale e fisica era impossibile dopo il miscuglio, eravi dunque un' altra ragione di far questo lavoro, giacchè sarebbe stata cosa molto più semplice conservar l' acquedotto già esistente, e nel nuovo ricever solo la Giulia. Perchè inutilizzare in parte soltanto un acquedotto già esistente ?

Per me la ragione è assai semplice. La tepula era scarsa e calda. In Roma però si sentiva questo difetto; la Giulia era quasi il doppio (649 quinarie al capo) e assai fresca : la temperatura di questa poteva correggere il difetto di quella, e aversi così un acqua a giusto grado di freschezza. Se la temperatura della Giulia era $10^\circ \frac{1}{2}$ allora come adesso, e la tepula $16^\circ \frac{1}{2}$ essendo poco più della metà dell'altra, nè veniva una temperatura media comune di 12 in 13.° che è proprio la più opportuna. Per fare un buon miscuglio non bastava farlo nella piscina soltanto, per ciò si esigeva un lungo tragitto e questo fu fatto dentro il condotto della Giulia andando dalle sorgenti della *Tepula* alla piscina che è circa sei miglia.

D'altra parte gli utenti in Roma erano definiti e doveano riavere la loro acqua ; rinfrescata sì, ma averla tutta. Quindi la necessità della 2ª misura

da farsi alla piscina per introdurne nello speco e portarne in città ai castelli la debita quantità legale come spiega bene Frontino.

Si capisce da ciò quanta cura avessero gli antichi non solo per aver acqua ma per averla fresca; e come vi supplissero artificialmente in caso che la natura non li favorisse. Nè la *Tepula* è la sola che ci richiami a queste considerazioni. Plinio delle due acque *Vergine* e *Marcia* dice la prima migliore pel bagno (*melior tactu*) la 2ª per bere (*haustu*) (1). Quale era la ragione di ciò ? Non la trovo se non nel grado di temperatura. La Vergine ha ancora adesso 14 in 15° anche nell'inverno. Ora in questa stagione un bagno a 15° non è spiacevole anzi sembra tiepido, e l'acqua Vergine spesso in inverno si vede fumare e sappiamo che la gioventù romana andava al primo dell' anno a lavarsi nel lavacro di Agrippa presso le sue terme che era alimentato da quest'acqua.

Ma la *Marcia* pel bagno è troppo fredda avendo 9 a 10° (2). Nerone che volle bagnarsi nelle sue sorgenti ne contrasse un malore che fu vicino a portarlo al sepolcro, e che fu attribuito alla vendetta dei Numi per aver polluto l'origine dell'acqua sacra alle ninfe: ma non fu altro che un pericoloso raffreddore che contrasse per la sua imprudenza nel prendere quel bagno troppo freddo, probabilmente in estate.

Ecco dunque che con pochi dati termometrici possiamo capire certe pratiche degli antichi, e benchè essi non avessero termometro, nullameno non erano meno perspicaci a conoscere il grado di temperatura dovuto e più utile alle acque.

Conchiudo questo tema con un altra pratica curiosa degli antichi. Le persone dedite al lusso, bevevano l'acqua bollita, e poi raffreddata con neve, non però sciolta in essa, ma messale d'intorno. Questa pratica usata in corte, dovea avere una ragione, e questa pare a me che fosse di spogliar l'acqua de' sali calcari che essa deponeva bollendo per la perdita dell'acido carbonico. Questo facevasi a quanto pare anche coll'acqua di palazzo che era la Claudia; onde si rileva che essi aveano capito che quell'acqua avea molto carbonato di calce, e facevano questa operazione per ispogliarnela. La Claudia e la Marcia però sono simili chimicamente, onde si conclude che gli antichi conobbero il carattere incrostante della Marcia di cui oggi si lagnano gli

(1) Plin. H. N. L. XXXI c. 25.

(2) Presso la sorgente io trovai 8° ½: gli ingegneri della Marcia nel 26 Maggio 1875 nel serbatoio di Arsoli ai 26 Maggio 1871 trovarono 9° alle 10 ant. E in Roma alle 5 pom. dello stesso giorno trovarono 11° c. essendo l'aria a 25° all'ombra, il che prova che nel viaggio essa aquista 2° circa, ma è da avvertire che il tubo di ferro che la porta a Roma è in molti punti affatto scoperto ed esposto al sole, onde al tempo degli antichi in cui era più protetta dovea venire molto più fresca.

utenti. Ciò però non la fece dichiarare nociva, come realmente non lo è, e come ha dimostrato la commissione governativa che di ufficio l'ha analizzata. Che anche l'antica Marcia fosse incrostante si rileva dallo strato di alabastro che trovasi al fondo del suo acquedotto presso S. Pastore ove attraversa la via Prenestina. L'acqua Giulia tra gli altri pregi ha quello di non fare incrostazioni, e di esser un poco ferruginosa, perchè esce dalle lave vulcaniche e filtra pei tufi carichi di ferro. Sarebbe questa un acqua opportunissima da recarsi in Roma, per la sua vicinanza, freschezza, e salubrità. Il Canina avea già fatto questo progetto, e il realizzarlo non costerebbe grandi spese, potendosi la Marrana supplire ne' suoi servizi in Roma con acqua presa dall'Aniene, o in altro modo.

RETTIFICAZIONE DI ALCUNE LINEE CHE RISULTANO DALLA INTERSECAZIONE DI SUPERFICIE DI SECOND'ORDINE E QUADRATURA DI ALCUNE PORZIONI DI ESSE SUPERFICIE

NOTA

DEL PROF. MATTIA AZZARELLI

1. Il Chiarissimo Professore Monsignor Tortolini compianto nostro collega, onore di questo scientifico consesso, e decoro del Clero Romano, nell'ultimo suo lavoro che nella Sessione IV del 11 Giugno 1871 consegnava negli Atti di questa Pontificia Accademia dei Nuovi Lincei sotto il titolo = Intersecazione di una ellissoide con un cilindro ellittico = dopo di avere ottenuta la determinazione dell'arco elementare della linea d'intersecazione, sogginngeva = « L'integrale del secondo membro (§. 2, p. 4 dell'estratto) porge il » valore dell'arco s di questa curva, e non è riducibile ai trascendenti el- » littici. Questa riduzione potrebbe eseguirsi solamente in qualche caso par- » ticolare » = Dopo ciò ci proponiamo in questa breve nota, colla guida di quanto ci ha lasciato l' illustre professore, esaminare qualcuno di questi casi particolari, e di aggiungere quindi altre considerazioni e sviluppi sopra le intersecazioni di altre superficie del second'ordine.

2. Sia pertanto la ellissoide

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1 \qquad (1)$$

ove supporremo che i semi-assi soddisfino alla condizione

$$a > b > c,$$

ed un cilindro retto, il cui asse sia quello delle z, e che abbia per equazione

$$\frac{X^2}{A^2}+\frac{Y^2}{B^2}=1 \qquad (2)$$

Volendosi da noi la linea d'intersecazione di queste due superficie, dovremo porre

$$X=x\,, \quad Y=y,$$

onde le due equazioni coesistenti saranno

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1.$$

L'equazione del cilindro avvertiremo che può essere espressa ancora per le note equazioni circolari

$$x = A \cos\theta \; ; \quad y = B \,\text{sen}\, \theta \qquad (3)$$

per le quali troveremo dalla (1)

$$z = \pm c \sqrt{1 - \frac{A^2}{a^2} + \left(\frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2}\right) \text{sen}^2 \theta} \qquad (4)$$

Questa espressione della z ci fa conoscere che la linea d'intersecazione e simmetricamente posta rispetto il piano delle x, y: noi qui considereremo soltanto quel ramo di essa linea che sta al disopra di detto piano coordinato.

Per ottenere l'elemento dell'arco della linea d'intersecazione si differenzino le espressioni date dalle (3), (4) in funzione della variabile principale θ, e troveremo

$$dx = -A\, d\theta \,\text{sen}\, \theta \,; \quad dy = B\, d\theta \cos\theta \,; \quad dz = \frac{c\left(\frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2}\right) d\theta \,\text{sen}\, \theta \cos\theta}{\sqrt{1 - \frac{A^2}{a^2} + \left(\frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2}\right) \text{sen}^2 \theta}} \qquad (5)$$

le quali elevate al quadrato e sommate ci danno

$$ds^2 = \frac{d\theta^2 \left[L + M \,\text{sen}^2 \theta + N \,\text{sen}^4 \theta\right]}{P + Q \,\text{sen}^2 \theta} \qquad (6)$$

ove

$$L = \frac{B^2 (a^2 - A^2)}{a^2}$$

$$M = (A^2 - B^2)\left(1 - \frac{A^2}{a^2}\right) + \left(\frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2}\right)\left[B^2 + c^2 \left(\frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2}\right)\right]$$

$$N = \left(\frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2}\right)\left[A^2 - B^2 + c^2 \left(\frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2}\right)\right]$$

$$P = 1 - \frac{A^2}{a^2}$$

$$Q = \frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2}.$$

Per l'arco avremo

$$s = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \frac{\sqrt{L + M \operatorname{sen}^2\theta + N \operatorname{sen}^4\theta}}{\sqrt{P + Q \operatorname{sen}^2\theta}} \qquad (7)$$

Poniamo qui che sia $N = 0$: questa ipotesi dà luogo alla condizione

$$\left(\frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2}\right)\left[A^2 - B^2 + c^2\left(\frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2}\right)\right] = 0$$

la quale si verifica tanto per

$$\frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2} = 0 \qquad (8)$$

quanto per

$$A^2 - B^2 + c^2\left(\frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2}\right) = 0 \qquad (9)$$

e la (7) si muta nelle seguenti

per la (8) $s = \frac{1}{\sqrt{P}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sqrt{L + M \operatorname{sen}^2\theta}$, e per la (9) $s = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \frac{\sqrt{L + M \operatorname{sen}^2\theta}}{\sqrt{P + Q \operatorname{sen}^2\theta}}$. (10)

È chiaro che in ciascuna di queste due ipotesi per mezzo delle (8), (9) può determinarsi uno dei semi-assi della ellisse base del cilindro.

Poniamo ora che abbiano luogo simultaneamente le condizioni

$$M = 0, \quad N = 0 \qquad (11)$$

ed allora la (7) diventa

$$s = \sqrt{L} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{P + Q \operatorname{sen}^2\theta}} \qquad (12)$$

e per le (11) rimarranno determinati A, B quando sieno dati a, b, c, ovvero verranno determinati due qualunque dei semi assi a, b, c lorchè si conoscano quelli della base del cilindro.

Poniamo che abbia luogo

$$L = 0 \qquad (13)$$

allora la (7) si muta in

$$s = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \operatorname{sen}\theta \frac{\sqrt{M + N \operatorname{sen}^2\theta}}{\sqrt{P + Q \operatorname{sen}^2\theta}} \qquad (14)$$

e per la (13) avremo

$$a = A.$$

Se avessero luogo simultaneamente

$$L = 0, \quad M = 0 \qquad (15)$$

la (7) diverrebbe

$$s = \sqrt{N}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta \operatorname{sen}^2\theta}{\sqrt{P + Q\operatorname{sen}^2\theta}} \qquad (16)$$

e le (15) serviranno per assegnare due delle cinque quantità che contengono quando sieno note le altre tre.

Sieno ancora

$$L = 0\,, \quad N = 0 \qquad (17)$$

e la (7) diverrà

$$s = \sqrt{M}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta \operatorname{sen}\theta}{\sqrt{P + Q\operatorname{sen}^2\theta}} \qquad (18)$$

e le (17) ci faranno conoscere due dei cinque elementi che contengono quando sono noti gli altri.

3° Vediamo di eseguire ora le integrazioni in ciascuna delle considerate ipotesi.

a) Per integrare la prima delle (10) poniamo la condizione

$$L > 0, \quad M > 0$$

e nello stesso tempo si trasformi nella seguente

$$s = \sqrt{\frac{L+M}{P}}\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sqrt{1 - \frac{M}{L+M}\cos^2\theta}$$

e quindi si faccia

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \omega\,, \quad \text{e} \quad d\theta = -d\omega$$

e sarà, posto

$$\frac{M}{L+M} = k^2$$

$$s = \sqrt{\frac{L+M}{P}}\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\omega \sqrt{1 - k^2\operatorname{sen}^2\omega}$$

che è una funzione ellittica di seconda specie, dunque per la notazione di Legendre l'arco della linea d'intersecazione è dato da

$$s = \sqrt{\frac{L+M}{P}}\, E(\omega, k)$$

b) Per integrare poi la seconda delle (10) supporremo che sia

$$L > 0, \ M > 0, \ P > 0, \ Q > 0$$

e quindi la formola che dà l'arco sarà ridotta alla forma

$$s = \sqrt{\frac{L+M}{P+Q}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \frac{\sqrt{1 - k^2 \cos^2 \theta}}{\sqrt{1 - k_1^2 \cos^2 \theta}} \qquad (19)$$

nella quale $k < 1$, $k_1 < 1$ perchè

$$k^2 = \frac{M}{L+M} \quad , \quad k_1^2 = \frac{Q}{P+Q}$$

e posto anche quì

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \omega \ , \quad d\theta = -d\omega$$

si avrà

$$s = \sqrt{\frac{L+M}{P+Q}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\omega \frac{\sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \omega}}{\sqrt{1 - k_1^2 \operatorname{sen}^2 \omega}}. \qquad (20)$$

Si ponga

$$\operatorname{tang} \omega = m \operatorname{tang} \varphi \qquad (21)$$

ne risulta

$$\frac{\operatorname{sen}^2 \omega}{m^2 \operatorname{sen}^2 \varphi} = \frac{\cos^2 \omega}{\cos^2 \varphi} = \frac{1}{1 - (1 - m^2) \operatorname{sen}^2 \varphi}$$

e quindi

$$\operatorname{sen}^2 \omega = \frac{m^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}{1 - (1 - m^2) \operatorname{sen}^2 \varphi} \ ; \quad \frac{\cos^2 \omega}{\cos^2 \varphi} = \frac{1}{1 - (1 - m^2) \operatorname{sen}^2 \varphi} \ ;$$

ma dalla (21) abbiamo

$$d\omega = d\varphi \frac{\cos^2 \omega}{\cos \varphi} = \frac{d\varphi}{1 - (1 - m^2) \operatorname{sen}^2 \varphi}$$

Sostituendo nella (19) i trovati valori in funzione della nuova variabile φ otteniamo

$$s = \sqrt{\frac{L+M}{P+Q}} \int \frac{m \, d\varphi}{1 - (1 - m^2) \operatorname{sen}^2 \varphi} \sqrt{\frac{1 - (1 - m^2 + m^2 k^2) \operatorname{sen}^2 \varphi}{1 - (1 - m^2 + m^2 k_1^2) \operatorname{sen}^2 \varphi}} \qquad (22)$$

e ponendo ora la condizione

$$1 - (1 - k^2) m^2 = 0$$

dalla quale

$$m^2 = \frac{1}{1 - k^2}$$

che è sempre positiva, e perciò m reale: da essa ne dedurremo

$$1 - m^2 = -\frac{k^2}{1 - k^2} \; ; \quad 1 - m^2 + m^2 k_1^2 = \frac{k_1^2 - k^2}{1 - k^2}$$

e perchè è $k_1 < 1$, e $k_1 > k$ questo valore è sempre positivo e minore dell'unità.

Per questi valori l'arco sarà dato dalla formola

$$s = \frac{1}{\sqrt{1 - k^2}} \cdot \frac{\sqrt{L + M}}{\sqrt{P + Q}} \int \frac{d\varphi}{\left(1 + \frac{k^2}{1 - k^2} \operatorname{sen}^2 \varphi\right) \sqrt{1 - \frac{k_1^2 - k^2}{1 - k^2} \operatorname{sen}^2 \varphi}} \qquad (23)$$

e fatto per comodo di scrittura

$$\frac{k^2}{1 - k^2} = n^2 \; , \quad \frac{k_1^2 - k^2}{1 - k^2} = c^2$$

sarà ancora

$$s = \frac{\sqrt{L + M}}{\sqrt{1 - k^2} \sqrt{P + Q}} \int \frac{d\varphi}{(1 + n \operatorname{sen}^2 \varphi) \sqrt{1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

che è una funzione ellittica di terza specie di ampiezza φ, di modulo c e di parametro n onde

$$s = \frac{\sqrt{L + M}}{\sqrt{1 - k^2} \sqrt{P + Q}} \, \Pi\,(n, c, \varphi) \qquad (24)$$

Dunque l'arco della curva d'intersecazione del cilindro ellittico con una ellissoide nelle condizioni rappresentate dalle (8) e (9) è dato esattamente da una funzione ellittica di terza specie.

Per eseguire completamente questa determinazione dell'arco della curva a doppia curvatura è necessario riconoscere i limiti della nuova variabile. Ora quelli di ω sono 0 e $\frac{\pi}{2}$ e per questi valori la (21) ci dà egualmente

$$\varphi = 0, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

dunque per l'arco compreso tra questo limite abbiamo

$$s = \frac{\sqrt{L + M}}{\sqrt{1 - k^2} \sqrt{P + Q}} \, \Pi\,\left(n, c, \frac{\pi}{2}\right) \qquad (25)$$

Se poi fosse $k > k_1$ ripresa la espressione (22) in essa porremo la condizione

$$1 - m^2 + m^2 k_1^2 = 0$$

e quindi

$$m^2=\frac{1}{1-k_1^2}\ ,\quad 1-m^2=-\frac{k_1^2}{1-k_1^2},\ 1-m^2+m^2 k_1^2=\frac{k^2-k_1^2}{1-k_1^2}$$

e ponendo per comodo

$$\frac{k_1^2}{1-k_1^2}=n\ ,\quad \frac{k^2-k_1^2}{1-k_1^2}=c^2$$

ove $c<1$ perchè $k>k_1$ ma nel tempo stesso $k<1$, la (22) si muta in

$$s=\frac{\sqrt{L+M}}{\sqrt{1-k_1^2}\sqrt{P+Q}}\int\frac{d\varphi\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}}{1+n\operatorname{sen}^2\varphi}\ ;$$

$$\frac{\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}}{1+n\operatorname{sen}^2\varphi}=\frac{1}{(1+n\operatorname{sen}^2\varphi)\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}}-\frac{c^2\operatorname{sen}^2\varphi}{(1+n\operatorname{sen}^2\varphi)\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}}$$

ed essendo

$$c^2\operatorname{sen}^2\varphi=\frac{c^2}{n}(1+n\operatorname{sen}^2\varphi-1)$$

troveremo

$$\frac{\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}}{1+n\operatorname{sen}^2\varphi}=\frac{n+c^2}{n}\cdot\frac{1}{(1+n\operatorname{sen}^2\varphi)\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}}-\frac{c^2}{a}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}}$$

e quindi

$$s=\frac{\sqrt{L+M}}{\sqrt{1-k_1^2}\sqrt{P+Q}}\left[\frac{n+c^2}{n}\int\frac{d\varphi}{(1+n\operatorname{sen}^2\varphi)\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}}-\frac{c^2}{n}\int\frac{d\varphi}{\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\varphi}}\right]\quad (25)'$$

onde l'arco della curva d'intersecazione è dato da due funzioni ellittiche l'una di terza e l'altra di prima specie, avvertendo che anche qui i limiti sono

$$\varphi=0,\quad \varphi=\frac{\pi}{2}.$$

c) Passando ora alla integrazione della formola (12) si faccia in essa

$$\theta=\frac{\pi}{2}-\omega,\quad \text{e}\quad d\theta=-d\omega$$

ed ai limiti 0, $\frac{\pi}{2}$ di θ corrispondendo per ω i valori $\frac{\pi}{2}$, 0, avremo evidentemente

$$s=\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{P+Q}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\omega}{\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\omega}}\qquad (26)$$

essendo

$$c^2 = \frac{Q}{P+Q}.$$

Dunque l' arco della curva a doppia curvatura che risulta dalla intersecazione di un cilindro retto ed ellittico con una ellissoide nelle condizioni volute dalla (11) eguaglia quello di una determinata lemniscata Bernoulliana, perchè è dato l'uno e l'altro da una funzione ellittica di prima specie.

d) Per integrare la (14) poniamola prima sotto la forma seguente

$$s = \frac{\sqrt{M+N}}{\sqrt{P+Q}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \operatorname{sen}\theta \frac{\sqrt{1-k^2\cos^2\theta}}{\sqrt{1-k_1^2\cos^2\theta}} \qquad (27)$$

facendo per comodo

$$k^2 = \frac{N}{M+N} \; ; \; k_1^2 = \frac{Q}{P+Q}$$

Ora dovendo essere $k_1 \cos\theta < 1$ porremo, lorchè sia $k_1 > k$

$$k_1 \cos\theta = \operatorname{sen}\varphi, \quad \text{donde} \quad d\theta \operatorname{sen}\theta = -\frac{d\varphi\cos\varphi}{k_1}$$

e per l'arco avremo

$$s = -\frac{\sqrt{M+N}}{k_1\sqrt{P+Q}} \int d\varphi \sqrt{1-\frac{k^2}{k_1^2}\operatorname{sen}^2\varphi} \qquad (28)$$

e perchè a $\theta = 0$ corrisponde $k_1 = \operatorname{sen}\varphi_1$, cioè $\varphi_1 = \operatorname{arc.sen}(=k_1)$ e per $\theta = \frac{\pi}{2}$ risulta $\varphi = 0$, dunque la (28) diverrà

$$s = \frac{\sqrt{M+N}}{k_1\sqrt{P+Q}} \int_0^{\varphi_1} d\varphi \sqrt{1-\frac{k^2}{k_1^2}\operatorname{sen}^2\varphi} \qquad (29)$$

Dunque nella condizione rappresentata dalla (13) e quando sia $k_1 > k$ l'arco della curva d'intersecazione equivale a quello di una determinata ellisse, perchè l'uno è l'altro è rappresentato da una funzione ellittica di seconda specie.

Si supponga ora che il rapporto $\frac{k}{k_1}$ sia maggiore dell' unità, in tal caso faremo

$$\frac{k}{k_1}\operatorname{sen}\varphi = \operatorname{sen}\omega$$

e da questa

$$d\varphi = \frac{k_1}{k} \cdot \frac{d\omega\cos\omega}{\sqrt{1-\frac{k_1^2}{k^2}\operatorname{sen}^2\omega}}$$

e così la (28) si muta in

$$s=\frac{\sqrt{M+N}}{k_1\sqrt{P+Q}}\int\frac{d\omega\cos^2\omega}{\sqrt{1-\frac{k_1^2}{k^2}\operatorname{sen}^2\omega}}$$

dalla quale, dato il coseno pel seno, se ne deduce la seguente

$$s=\frac{\sqrt{M+N}}{k\sqrt{P+Q}}\int\left[\frac{k^2}{k_1^2}d\omega\sqrt{1-\frac{k_1^2}{k^2}\operatorname{sen}^2\omega}-\left(\frac{k^2-k_1^2}{k_1^2}\right)\frac{d\omega}{\sqrt{1-\frac{k_1^2}{k^2}\operatorname{sen}^2\omega}}\right] \quad (30)$$

onde l'arco della curva è dato dalla somma algebrica di due funzioni ellittiche l'una di prima e l'altra di seconda specie.

Se nella (27) si ponesse

$$k\cos\theta=\operatorname{sen}\omega$$

si troverebbero egualmente funzioni ellittiche di prima e seconda specie.

c) La integrazione della (16) non presenta difficoltà perchè messa sotto la seguente forma

$$s=\frac{\sqrt{N}}{\sqrt{P+Q}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\theta\operatorname{sen}^2\theta}{\sqrt{1-\frac{Q}{P+Q}\cos^2\theta}}$$

e fatto

$$\theta=\frac{\pi}{2}-\omega\,,\quad\frac{Q}{P+Q}=c^2$$

si ha

$$s=-\frac{\sqrt{N}}{\sqrt{P+Q}}\int\frac{d\omega\cos^2\omega}{\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\omega}}$$

che tenuto conto dei nuovi limiti si muta in

$$s=\frac{\sqrt{N}}{\sqrt{P+Q}}\left[\frac{1}{c^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\omega\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\omega}-\frac{1-c^2}{c^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\omega}{\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\omega}}\right] \quad (31)$$

onde anche in questo caso l'arco dipende da due funzioni ellittiche di prima e seconda specie.

f) Passiamo ora alla integrazione della formola (18) ponendola prima sotto la forma più comoda

$$s = \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{P+Q}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta \operatorname{sen}\theta}{\sqrt{1-k^2\cos^2\theta}}$$

ove

$$k^2 = \frac{Q}{P+Q}.$$

Questa funzione si muta in algebrica facendo

$$u = \cos\theta\,, \qquad d\theta \operatorname{sen}\theta = -du$$

e tenuto conto dei nuovi limiti 1, 0 avremo

$$s = \frac{\sqrt{M}}{k\sqrt{P+Q}} \int_0^1 \frac{k\,du}{\sqrt{1-k^2u^2}}$$

e quindi

$$s = \frac{\sqrt{M}}{k\sqrt{P+Q}} \text{Arc. sen } (=k)$$

onde quest'arco dipende dalla rettificazione dell'arco circolare.

4. Supponiamo ora che il cilindro a base ellittica si muti in un cilindro a base circolare di raggio r, in tal caso nelle espressioni di L, M, N, P, Q converrà porre $A = B = r$, e diverranno

$$L = \frac{r^2(a^2-r^2)}{a^2}$$

$$M = r^4\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\left[1 + c^2\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\right] = -r^4\left(\frac{a^2-b^2}{a^2b^2}\right)\left(1 - c^2\,\frac{(a^2-b^2)}{a^2b^2}\right)$$

$$N = r^4c^2\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)^2 = \frac{r^4c^2(a^2-b^2)^2}{a^4b^4}$$

$$P = 1 - \frac{r^2}{a^2}$$

$$Q = -\frac{r^2(a^2-b^2)}{a^2b^2}$$

e la (6) si muta in

$$ds^2 = \frac{r^2 d\theta^2\left[a^2b^4(a^2-r^2) - r^2(a^2-b^2)(a^2b^2+b^2c^2-a^2c^2)\operatorname{sen}^2\theta - c^2r^2(a^2-b^2)^2\operatorname{sen}^4\theta\right]}{a^2b^2\left[b^2(a^2-r^2) - r^2(a^2-b^2)\operatorname{sen}^2\theta\right]}.$$

Si prenda qui a considerare il caso particolare di $b = r$, avremo allora dopo alcune riduzioni

$$ds^2 = \frac{d\theta^2}{a^2 \cos^2\theta}\left[a^2r^2 - (a^2r^2 + r^2c^2 - a^2c^2)\,\text{sen}^2\,\theta - c^2(a^2 - r^2)\,\text{sen}^4\,\theta\right]. \quad (32)$$

Per semplificare il trinomio compreso tra la parentesi supponiamolo risultare da due fattori

$$(m + n\,\text{sen}^2\theta)\,(m + n_1\,\text{sen}^2\,\theta)$$

e dal confronto del prodotto che ne risulta col trinomio dato otteniamo le seguenti equazioni necsssarie e sufficienti per la determinazione delle quantità m, n, n_1, quali sono

$$m^2 = a^2r^2\ ;\ m\,(n + n_1) = -\,(a^2r^2 + r^2c^2 - a^2c^2)\ ;\ nn_1 = -\,c^2\,(a^2 - r^2)$$

dalle quali

$$m = ar$$

e quindi

$$n + n_1 = -\,ar + \frac{c^2\,(a^2 - r^2)}{ar}\quad ;\quad nn_1 = -\,c^2\,(a^2 - r^2)$$

che ci danno

$$n = -\,ar\quad ;\quad n_1 = \frac{c^2\,(a^2 - r^2)}{ar}$$

Sostituiti questi valori la (32) si muta in

$$ds^2 = \frac{d\,\theta^2}{a^2\cos^2\theta}\,(ar - ar\,\text{sen}^2\,\theta)\,\left(ar + \frac{c^2\,(a^2 - r^2)}{ar}\,\text{sen}^2\,\theta\right)$$

la quale si riduce a

$$ds = r\,d\theta\sqrt{1 + \frac{c^2\,(a^2 - r^2)}{a^2\,r^2}\,\text{sen}^2\,\theta}$$

ed integrando

$$s = r\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\,\theta\sqrt{1 + \frac{c^2\,(a^2 - r^2)}{a^2\,r^2}\,\text{sen}^2\,\theta}.$$

Se facciamo

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \omega,\ d\,\theta = -\,d\,\omega$$

ed avvertiamo che i nuovi limiti sono $\frac{\pi}{2}$, 0 per l'arco della curva otterremo

$$s = r\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\,\omega\sqrt{1 + \frac{c^2\,(a^2 - r^2)}{a^2\,r^2} - \frac{c^2\,(a^2 - r^2)}{a^2\,r^2}\,\text{sen}^2\,\omega}$$

ovvero

$$s = \frac{\sqrt{a^2c^2 + a^2r^2 - c^2r^2}}{a} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \frac{a^2c^2 - c^2r^2}{a^2r^2 + a^2c^2 - c^2r^2} \operatorname{sen}^2 \omega} \qquad (33)$$

che rappresenta una funzione ellittica di seconda specie: dunque quest'arco equivale a quello di una determinata ellisse.

È bene di notare che l'espressione di quest'arco si deduce immediatamente dalle equazioni della linea data in funzione della variabile principale angolare

$$x = r \cos\theta; \quad y = r \operatorname{sen}\theta; \quad z = \pm \frac{c\sqrt{a^2 - r^2}}{a} \cos\theta \qquad (34)$$

le quali differenziate forniscono

$$dx = -r\,d\theta \operatorname{sen}\theta; \quad dy = r\,d\theta \cos\theta; \quad dz = \pm \frac{c\sqrt{a^2 - r^2}}{a} d\theta \operatorname{sen}\theta$$

e quindi

$$ds^2 = \frac{d\theta^2}{a^2} \left(a^2r^2 + (a^2c^2 - c^2r^2) \operatorname{sen}^2\theta\right)$$

dalla quale si ricava la (33).

È pure da notarsi che la curva d'intersecazione in questa ultima ipotesi è piana, la quale cosa risulta dalle sue projezioni sopra i piani coordinati, perchè dalla prima e terza delle (34) abbiamo per la eliminazione di $\cos\theta$ la seguente

$$x = \frac{ar}{c\sqrt{a^2 - r^2}} z \qquad (35)$$

che rappresenta l'equazione di un piano che passa per l'origine delle coordinate ed è perpendicolare al piano coordinato delle z, x e col piano delle x, y forma un angolo φ pel quale abbiamo

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{c\sqrt{a^2 - r^2}}{ar}.$$

onde

$$\cos^2\varphi = \frac{a^2r^2}{a^2r^2 + a^2c^2 - c^2r^2}$$

e considerando in questo piano la linea d'intersecazione, è facile riconoscere che detta x, l'ascissa di un suo punto al quale corrisponda l'ordinata y, avremo per la sua determinazione le seguenti

$$x_1 \cos\varphi = r\cos\theta, \quad y = r \operatorname{sen}\theta$$

le quali ci danno per la eliminazione di θ

$$\frac{x_1^2 \cos^2 \varphi}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} = 1$$

che rappresenta una ellisse, i cui semi-assi sono

$$\sqrt{\frac{ar^2 + a^2c^2 - c^2r^2}{a^2}}\,,\ r.$$

5. Il Tortolini nella memoria richiamata al principio di questa nota determinava quella porzione di area della ellissoide che veniva limitata dalla intersecazione di un cilindro ellittico retto avente per asse quello delle z: noi procureremo invece di assegnare l'area del medesimo cilindro compresa tra il piano coordinato delle x, y e la linea d'intersecazione.

Supponiamo a questo fine che sieno x, y, z le coordinate di un punto qualunque della curva d'intersecazione, avremo le tre equazioni

$$x = \mathrm{A} \cos\theta;\quad y = \mathrm{B} \operatorname{sen}\theta;\quad z = c\sqrt{1 - \frac{\mathrm{A}^2}{a^2} + \left(\frac{\mathrm{A}^2}{a^2} - \frac{\mathrm{B}^2}{b^2}\right)\operatorname{sen}^2\theta}:$$

ora rappresentato per ds l'elemento dell'arco ellittico corrispondente alle coordinate x, y avremo

$$ds = d\theta \sqrt{\mathrm{B}^2 + (\mathrm{A}^2 - \mathrm{B}^2)\operatorname{sen}^2\theta}.$$

Dopo ciò rappresentiamo con $d\mathrm{C}$ l'elemento dell'area del cilindro, sarà

$$d\mathrm{C} = z\,ds$$

e quindi

$$d\mathrm{C} = c\,d\theta \sqrt{\mathrm{B}^2 + (\mathrm{A}^2 - \mathrm{B})\operatorname{sen}^2\theta}\ \sqrt{1 - \frac{\mathrm{A}^2}{a^2} + \left(\frac{\mathrm{A}^2}{a^2} - \frac{\mathrm{B}^2}{b^2}\right)\operatorname{sen}^2\theta} \tag{35}$$

per integrare la quale porremo

$$\operatorname{tang}\theta = m \operatorname{tang}\varphi\ ;\quad d\theta = m\,d\varphi \frac{\cos^2\theta}{\cos^2\varphi}$$

e quindi

$$\frac{\operatorname{sen}^2\theta}{m^2\operatorname{sen}^2\varphi} = \frac{\cos^2\theta}{\cos^2\varphi} = \frac{1}{1 - (1 - m^2)\operatorname{sen}^2\varphi}$$

dalle quali primieramente

$$d\theta = \frac{m\,d\varphi}{1 - (1 - m^2)\operatorname{sen}^2\varphi}$$

e poi

$$d\,C = \frac{mc\,d\varphi}{1-(1-m^2)\,\text{sen}^2\varphi}\sqrt{(B^2-[B^2(1-m^2)-m^2(A^2-B^2)]\,\text{sen}^2\varphi} \tag{36}$$
$$\times\sqrt{\left(1-\frac{A^2}{a^2}\right)-\left[\left(1-\frac{A^2}{a^2}\right)(1-m^2)-m^2\left(\frac{A^2}{a^2}-\frac{B^2}{b^2}\right)\right]\text{sen}^2\varphi}$$

Se qui poniamo la condizione

$$\left(1-\frac{A^2}{a^2}\right)(1-m^2)-m^2\left(\frac{A^2}{a^2}-\frac{B^2}{b^2}\right)=0$$

troveremo

$$m^2=\frac{b^2(a^2-A^2)}{a^2(b^2-B^2)}$$

e per questo valore il coefficiente del quadrato del seno nell'altro radicale diventa

$$B^2(1-m^2)-m^2(A^2-B^2)=B^2\left(1-\frac{A^2b^2(a^2-A^2)}{B^2a^2(b^2-B^2)}\right)$$

e così avremo per la (36)

$$d\,C=\frac{B\sqrt{a^2-A^2}.\,mc\,d\varphi}{a\,[1-(1-m^2)\,\text{sen}^2\varphi]^2}\sqrt{1-\left[1-\frac{A^2b^2(a^2-A^2)}{B^2a^2(b^2-B^2)}\right]\text{sen}^2\varphi} \tag{37}$$

la quale nella sua integrazione dipende da funzioni ellittiche quando sia

$$A^2b^2(a^2-A^2)<B^2a^2(b^2-B^2)$$

che se avesse luogo la contraria ipotesi porremo allora

$$B^2(1-m^2)-m^2(A^2-B^2)=0$$

dalla quale

$$m^2=\frac{B^2}{A^2}$$

ed il coefficiente del quadrato del seno nell'altro radicale diverrà

$$\left(1-\frac{A^2}{a^2}\right)(1-m^2)-m^2\left(\frac{A^2}{a^2}-\frac{B^2}{b^2}\right)=\left(1-\frac{A^2}{a^2}\right)\left[1-\frac{B^2a^2(b^2-B^2)}{A^2b^2(a^2-A^2)}\right]$$

ove, in tale ipotesi, il binomio entro parentesi è minore dell'unità, e l'elemento dell'area diverrà

$$d\,C=\frac{B\sqrt{a^2-A^2}.\,mc\,d\varphi}{a\,[1-(1-m^2)\,\text{sen}^2\varphi]^2}\sqrt{1-\left[1-\frac{B^2a^2(b^2-B^2)}{A^2b^2(a^2-a^2)}\right]\text{sen}^2\varphi}$$

la cui integrazione dipende sempre da funzioni ellittiche.

Se tra i semi-assi A, B, a, b regnasse la relazione

$$\frac{A^2}{a^2} - \frac{B^2}{b^2} = 0$$

la (35) si muta in

$$dC = \frac{c}{a}\sqrt{a^2 - A^2}.\, d\theta \sqrt{B^2 + (A^2 - B^2)\operatorname{sen}^2\theta}$$

e fatto qui

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \omega \;, \quad d\theta = -d\omega$$

avremo

$$dC = -\frac{Ac}{a}\sqrt{a^2 - A^2}.\, d\omega \sqrt{1 - \frac{A^2 - B^2}{A^2}\operatorname{sen}^2\omega}$$

ed avvertendo ai limiti $\frac{\pi}{2}$, 0 avremo

$$C = \frac{Ac}{a}\sqrt{a^2 - A^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sqrt{1 - \frac{A^2 - B^2}{A^2}\operatorname{sen}^2\omega}$$

e così l'area del cilindro compresa tra il piano delle x, y e la linea d'intersecazione dipende da una funzione ellittica di seconda specie, cioè dalla rettificazione di una determinata ellisse.

6. Suppongasi ora un paraboloide di rivoluzione intorno l'asse delle z,

$$x^2 + y^2 = 2pz \qquad (1)$$

ed un cilindro ellittico che abbia per asse quello stesso delle z

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ovvero

$$x = a\cos\varphi \;, \; y = b\operatorname{sen}\varphi \qquad (2)$$

essendo φ l'angolo fatto coll'asse x dal raggio vettore che dal centro è diretto al punto x, y.

In questo esercizio noi non ci occuperemo che della determinazione dell' arco della linea d' intersecazione, e della superficie paraboloidica e cilindrica compresa tra il piano delle x, y e la linea d'intersecazione, mentre chi amasse conoscere le proprietà di questa linea d'intersecazione potrà consultare una dotta memoria del ch. professore Tortolini inserita nel tomo V degli annali di Matematica pura ed applicata, che ha per titolo = Sopra la curvatura di alcune linee prodotte dalla intersecazione di due superficie di secondo grado = pag. 317 e seguenti.

Dalla coesistenza delle (1), (2) abbiamo

$$x = a\cos\varphi \;;\; y = b\,\mathrm{sen}\,\varphi \;;\; z = \frac{1}{2p}(a^2\cos^2\varphi + b^2\,\mathrm{sen}^2\,\varphi)$$

le quali differenziate ci danno

$$dx = -a\,d\varphi\,\mathrm{sen}\,\varphi \;,\; dy = b\,d\varphi\cos\varphi \;;\; dz = \frac{e^2}{p}\,d\varphi\,\mathrm{sen}\,\varphi\cos\varphi$$

e quindi

$$ds^2 = d\varphi^2\left(a^2\,\mathrm{sen}^2\,\varphi + b^2\cos^2\varphi + \frac{e^4}{p^2}\,\mathrm{sen}^2\,\varphi\cos^2\varphi\right)$$

che si riduce alla seguente

$$ds = \frac{d\varphi}{p}\sqrt{b^2p^2 + e^2(e^2+p^2)\,\mathrm{sen}^2\,\varphi - e^4\,\mathrm{sen}^4\,\varphi} \qquad (3)$$

Per ridurre questa espressione a dipendere da integrali ellittici principieremo col decomporre la quantità sotto il radicale in due fattori di secondo grado, e perciò porremo

$$b^2p^2 + e^2(e^2+p^2)\,\mathrm{sen}^2\,\varphi - e^4\,\mathrm{sen}^4\,\varphi = (m + n\,\mathrm{sen}^2\,\varphi)(m - n_1\,\mathrm{sen}^2\,\varphi)$$

che per la determinazione di m, n, n_1 ci dà le seguenti

$$m = b^2p^2 \;;\; m(n - n_1) = e^2(e^2+p^2) \;,\; nn_1 = e^4$$

dalle quali

$$m = bp$$

$$n = \frac{e^2}{2bp}\left[e^2 + p^2 + \sqrt{(e^2+p^2)^2 - 4b^2p^2}\right] \;;\; n_1 = \frac{e^2}{2bp}\left[e^2 + p^2 - \sqrt{(e^2+p^2)^2 - 4b^2p^2}\right]$$

che sono ambedue reali quando fra gli elementi b, e, p regni la relazione

$$e^2 + p^2 > 2bp$$

e quando fosse

$$e^2 + p^2 = 2bp$$

potremo determinare uno dei tre elementi noti che sieno gli altri due, ed in questa ipotesi si avrà sempre

$$n = n_1 = e^2.$$

Se poi avesse luogo la relazione

$$e^2 + p^2 < 2bp$$

i valori di n, n_1 risulterebbero immaginari: ma allora porremo

$$b^2p^2 + e^2(e^2+p^2)\,\mathrm{sen}^2\,\varphi - e^4\,\mathrm{sen}^4\,\varphi = (m + n\,\mathrm{sen}^2\,\varphi)(m_1 - n\,\mathrm{sen}^2\,\varphi)$$

che ci dà le seguenti

$$mm_1 = b^2p^2 \; ; \quad n(m_1 - m) = e^2(e^2 + p^2) \; , \quad n^2 = e^4$$

e quindi

$$n = e^2$$

$$m_1 = \tfrac{1}{2}\left[-(e^2+p^2) + \sqrt{(e^2-p^2)^2 + 4b^2p^2}\right] ; \quad m = \tfrac{-1}{2}\left[(e^2+p^2)^2 + \sqrt{(e^2+p^2)^2 + 4b^2p^2}\right]$$

onde m, m_1 sono reali. Ora da queste espressioni risultando che il valore numerico di m è sempre maggiore di e^2, il fattore $m + n \operatorname{sen}^2 \varphi$ è negativo sempre, e perciò ds è immaginario: dunque non considereremo che la sola prima decomposizione in fattori di secondo grado.

Dopo ciò avremo, ritenendo per comodo i simboli reali m, n, n_1:

$$ds = \frac{d\varphi}{p} \sqrt{(m + n \operatorname{sen}^2 \varphi)(m - n_1 \operatorname{sen}^2 \varphi)} \qquad (4)$$

e posto, come altrove

$$\operatorname{tang} \varphi = \alpha \operatorname{tang} \theta$$

ne risulterà per la (4)

$$ds = \frac{\alpha \, d\theta}{p\left[1-(1-\alpha^2)\operatorname{sen}^2\theta\right]^2} \sqrt{\left[m-m(1-\alpha^2)\operatorname{sen}^2\theta+n\alpha^2\operatorname{sen}^2\theta\right]\left[m-m(1-\alpha^2)\operatorname{sen}^2\theta-n_1\alpha^2\operatorname{sen}^2\theta\right]}$$

ovvero

$$ds = \frac{a \, d\theta}{p\left[1-(1-\alpha^2)\operatorname{sen}^2\theta\right]^2} \sqrt{\left[m-(m(1-\alpha^2)-n\alpha^2)\operatorname{sen}^2\varphi\right]\left[m-(m(1-\alpha^2)+n_1\alpha^2)\operatorname{sen}^2\varphi\right]} \qquad (5)$$

e posta la condizione

$$m - m\,\alpha^2 - n\,\alpha^2 = 0 \qquad \text{risulta} \qquad \alpha^2 = \frac{m}{m+n}$$

e così la (5) diventa

$$ds = \frac{m\,\alpha\, d\theta}{p\left[1 - \dfrac{n}{m+n}\operatorname{sen}^2\theta\right]} \sqrt{1 - \frac{n-n_1}{m+n}\operatorname{sen}^2\theta} \qquad (6)$$

E pei valori che rappresentano m, n, n_1 essendo

$$n - n_1 < m + n$$

l'arco della curva d'intersecazione si riduce a dipendere le funzioni ellittiche (1).

(1) Vedi il trattato elementare delle funzioni ellittiche di P. F. Verhulst pag. 30 e seguenti.

Supponiamo un caso particolare e precisamente quello nel quale sia $p = b$, in questo caso i valori di m, n, n_1 diverranno

$$m = b^2 \ ; \ n = \frac{e^2}{2b^2}\left(a^2 + \sqrt{a^4 - 4b^4}\right) \ ; \ n_1 = \frac{e^2}{2b^2}\left(a^2 - \sqrt{a^4 - 4b^4}\right)$$

i quali saranno reali quando sia

$$a > b\sqrt{2}$$

che se avesse luogo $a = b\sqrt{2}$, avremmo allora

$$m = b^2, \quad n = \frac{a^2e^2}{2b^2}, \quad n_1 = \frac{a^2e^2}{2b^2},$$

e la (6) si muterebbe in

$$ds = \frac{m\alpha\, d\theta}{b\left[1 - \frac{n}{m+n}\operatorname{sen}^2\theta\right]^2} \qquad (7)$$

Per integrare questa funzione si ponga

$$d.\frac{\operatorname{sen}\theta\cos\theta}{1 + a\operatorname{sen}^2\theta} = d\theta\left(\frac{\cos^2\theta - \operatorname{sen}^2\theta - a\operatorname{sen}^2\theta}{(1 + a\operatorname{sen}^2\theta)^2}\right)$$

e perchè

$$\cos^2\theta - \operatorname{sen}^2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$

sarà pure

$$d.\frac{\operatorname{sen}\theta\cos\theta}{1 + a\operatorname{sen}^2\theta} = 2\frac{d\theta\cos^2\theta}{(1 + a\operatorname{sen}^2\theta)^2} - \frac{d\theta}{1 + a\operatorname{sen}^2\theta}$$

la quale si muta ancora nella seguente

$$\tfrac{1}{2}\, d.\frac{\operatorname{sen}\theta\cos\theta}{1 + a\operatorname{sen}^2\theta} = \left(1 + \frac{1}{a}\right)\frac{d\theta}{(1 + a\operatorname{sen}^2\theta)^2} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{a}\right)\frac{d\theta}{1 + a\operatorname{sen}^2\theta}$$

$$\tfrac{1}{2}\,.\frac{\operatorname{sen}\theta\cos\theta}{1 + a\operatorname{sen}^2\theta} = \left(\frac{a+1}{a}\right)\int\frac{d\theta}{(1 + a\operatorname{sen}^2\theta)^2} + \left(\frac{a+2}{2a}\right)\int\frac{d\theta}{1 + a\operatorname{sen}^2\theta}$$

Per la pronta integrazione dell'ultimo termine si ponga esso sotto la seguente forma

$$\int\frac{d\theta}{1 + a\operatorname{sen}^2\theta} = \int\frac{\frac{d\theta}{\cos^2\theta}}{1 + (a+1)\operatorname{tang}^2\theta} = \frac{1}{\sqrt{a+1}}\operatorname{Ar\,tang}\left(= \sqrt{a+1}\,.\operatorname{tang}\theta\right)$$

dunque avremo

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{\operatorname{sen}\theta\cos\theta}{1+a\operatorname{sen}^2\theta}=\frac{a+1}{a}\int\frac{d\theta}{(1+a\operatorname{sen}^2\theta)^2}+\frac{a+2}{2a\sqrt{a+1}}\text{ Arc. tang }(=\sqrt{a+1}\,.\,\operatorname{tang}\theta)\quad(8)$$

dalla quale si ricava l'integrale cercato (7) facendo le opportune sostituzioni.

7. Per determinare la porzione dell'area del cilindro a base ellittica compresa tra il piano delle x, y e la linea d'intersecazione si consideri il punto della base di coordinate x, y, cioè

$$x=a\cos\varphi\,,\quad y=b\operatorname{sen}\varphi$$

alle quali corrisponde la z dataci dall'equazione

$$2pz=a^2\cos^2\varphi+b^2\operatorname{sen}^2\varphi$$

che per la differenziazione ci danno l'elemento dell'arco ellittico espresso da

$$ds=d\varphi\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\varphi+b^2\cos^2\varphi}.$$

Si rappresenta con dk l'elemento dell'area cilindrica, sarà evidentemente

$$dk=z\,ds\qquad(1)$$

nella quale fatte le debite sostituzioni avremo per l'area elementare espressa in funzione della ampiezza φ la seguente:

$$dk=\frac{d\varphi}{2p}(a^2\cos^2\varphi+b^2\operatorname{sen}^2\varphi)\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\varphi+b^2\cos^2\varphi}$$

ed integrando fra i limiti $0, \frac{\pi}{2}$

$$k=\frac{1}{2p}\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\,(a^2\cos^2\varphi+b^2\operatorname{sen}^2\varphi)\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\varphi+b^2\cos^2\varphi}\qquad(2)$$

E per ridurre questa funzione a dipendere da funzioni ellittiche si faccia

$$\varphi=\frac{\pi}{2}-\omega\,,\quad d\varphi=-d\omega$$

ed avremo

$$k=\frac{ab^2}{2p}\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\omega\,(1-h^2\operatorname{sen}^2\omega)\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\omega}$$

ove

$$h^2=\frac{a^2-b^2}{b^2}\,,\quad c^2=\frac{a^2-b^2}{a^2}:$$

e da questa

$$k=\frac{a^2b}{2p}\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\omega\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\omega}-\frac{ab^2h^2}{2p}\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\omega\operatorname{sen}^2\omega\sqrt{1-c^2\operatorname{sen}^2\omega}\qquad(3)$$

Ora il primo termine del secondo membro è una funzione ellittica di seconda specie, e per la trasformazione che abbiamo eseguita nel paragrafo antecedente, il secondo termine dipende da funzioni ellittiche di prima e seconda specie: dunque l'area ricercata dipende soltanto da trascendenti ellittici delle due specie indicate.

8. Immaginiamo un cono ellittico il cui centro sia all'origine delle coordinate, ed abbia per asse quello delle z, la sua equazione sarà

$$z^2 = \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} \qquad (1)$$

ove α, β tengono il luogo delle tangenti trigonometriche degli angoli α, β che le generatrici del cono esistenti sopra i piani coordinati zx, zy formano coll' asse delle z: sia poi un cilindro ellittico il cui asse sia quello stesso del cono e la base abbia per semi-assi a, b onde per una ampiezza qualunque φ sia

$$x = a\cos\varphi\,, \quad y = b\,\mathrm{sen}\,\varphi \qquad (2)$$

e per la coesistenza delle (1), (2) sarà

$$z^2 = \frac{a^2}{\alpha^2} - \left(\frac{a^2}{\alpha^2} - \frac{b^2}{\beta^2}\right)\mathrm{sen}^2\varphi$$

e quindi

$$\mathrm{d}x = -a\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{sen}\,\varphi;\ \mathrm{d}y = b\,\mathrm{d}\varphi\cos\varphi;\ \mathrm{d}z = \frac{-\left(\frac{a^2}{\alpha^2} - \frac{b^2}{\beta^2}\right)\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{sen}\,\varphi\cos\varphi}{\sqrt{\frac{a^2}{\alpha^2} - \left(\frac{a^2}{\alpha^2} - \frac{b^2}{\beta^2}\right)\mathrm{sen}^2\varphi}} \qquad (3)$$

Avvertiamo fino da ora che se fra gli elementi a, b, α, β avesse luogo la relazione

$$\frac{a^2}{\alpha^2} - \frac{b^2}{\beta^2} = 0$$

la linea d'intersecazione sarebbe piana e disposta parallelamente al piano delle x, y, perchè per qualunque valore di φ risulterebbe

$$z = \pm\frac{a}{\alpha} = \pm\frac{b}{\beta}.$$

Ora quadrando e sommando le (3) ne risulta

$$ds^2 = d\varphi^2 \left[a^2 \operatorname{sen}^2\varphi + b^2 \cos^2\varphi + \frac{\left(\frac{a^2}{\alpha^2} - \frac{b^2}{\beta^2}\right)^2 \operatorname{sen}^2\varphi \cos^2\varphi}{\frac{a^2}{\alpha^2} - \left(\frac{a^2}{\alpha^2} - \frac{b^2}{\beta^2}\right)\operatorname{sen}^2\varphi}\right]$$

dalla quale si trae

$$ds = d\varphi \frac{\sqrt{L + M \operatorname{sen}^2\varphi + N^2 \operatorname{sen}^4\varphi}}{\sqrt{P + Q \operatorname{sen}^2\varphi}} \qquad (4)$$

nella quale

$$L = \frac{a^2 b^2}{\alpha^2}$$

$$M = \frac{a^2 e^2}{\alpha^2} - \left(\frac{a^2}{\alpha^2} - \frac{b^2}{\beta^2}\right)\left(b^2 - \frac{a^2}{\alpha^2} + \frac{b^2}{\beta^2}\right)$$

$$N = \left(\frac{a^2}{\alpha^2} - \frac{b^2}{\beta^2}\right)\left(e^2 + \frac{a^2}{\alpha^2} - \frac{b^2}{\beta^2}\right)$$

$$P = \frac{a^2}{\alpha^2}$$

$$Q = \frac{a^2}{\alpha^2} - \frac{b^2}{\beta^2}.$$

L'espressione analitica che dà l'arco (4) è simigliante a quella che abbiamo ottenuta (§. 2) per la linea d'intersecazione del cilindro ellittico una ellissoide, e perciò anche questa non può ridursi a funzioni ellittiche se non in alcuni casi particolari : quì però crediamo opportuno notare che non può aver luogo veruna delle ipotesi

$$L = 0, \quad o \quad P = 0.$$

Poniamo pertanto che sia

$$N = 0$$

la quale può verificarsi tanto per

$$\frac{a^2}{\alpha^2} - \frac{b^2}{\beta^2} = 0 \qquad (5)$$

quanto per

$$e^2 + \frac{a^2}{\alpha^2} - \frac{b^2}{\beta^2} = 0. \qquad (6)$$

Nel caso della (5) la (4) si riduce alla forma

$$ds = d\varphi . \frac{\sqrt{L + M \operatorname{sen}^2 \varphi}}{\sqrt{P}} \qquad (7)$$

ed abbiamo veduto che la linea e piana.

Nel caso della (6) dei quattro elementi che la compongono può determinarsene uno quando sono noti gli altri tre, e la (4) si muta in

$$ds = d\varphi \frac{\sqrt{L + M \operatorname{sen}^2 \varphi}}{\sqrt{P + Q \operatorname{sen}^2 \varphi}} \qquad (8)$$

che si riduce a dipendere da funzioni ellittiche, essendo la medesima forma della (14) (§. 2).

Quando si avesse simultaneamente

$$M = 0, \quad N = 0,$$

nel quale caso dati due dei quattro elementi a, b, α, β si assegnano gli altri due, la (4) prende la forma

$$ds = \sqrt{L} . \frac{d\varphi}{\sqrt{P + Q \operatorname{sen}^2 \varphi}} \qquad (9)$$

che facilmente si muta in funzione ellittica.

9. Per calcolare la superficie conica compresa tra il piano delle x, y e la curva d'intersecazione col cilindro a base ellittica, s'immagini un piano meridiano che guidato per l'asse z formi col piano z, x l'angolo φ, e guidato quindi altro piano infinitamente prossimo formerà col medesimo piano coordinato l'angolo $\varphi + d\varphi$, e sulla superficie del cono otterremo un unghia infinitesima, e nella ellisse base del cilindro un settore egualmente infinitesimo. Dopo ciò sul raggio vettore corrispondente all' azimut φ si prenda una porzione variabile di lunghezza ρ, ed immaginando che questa acquisti un incremento $d\rho$, avremo l'area elementare di second'ordine $\rho \, d\rho \, d\varphi$, che è la proiezione sul piano delle x, y dell'area $d^2 k$ situata sull'unghia del cono, e rappresentato per γ l'angolo che la normale al cono nel punto x, y, z, cui corrisponde la superficie $d^2 k$, forma coll'asse z avremo la relazione

$$d^2 k = \frac{\rho \, d\rho \, d\varphi}{\cos \gamma} \qquad (1)$$

Ora per avere il valore di $\cos \gamma$ in funzione delle coordinate e quindi della variabile principale φ riprendasi la nota formola

$$\cos\gamma = \frac{f'_z}{\sqrt{f'^2_x + f'^2_y + f'^2_z}} \qquad (2)$$

ed essendo nel caso presente

$$f(x, y, z) = \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} - z^2 = 0$$

ne dedurremo

$$f'_x = \frac{2x}{\alpha^2}\ ;\ f'_y = \frac{2y}{\beta^2}\ ;\ f'_z = -2z$$

e quindi

$$\cos\gamma = \frac{-z}{\sqrt{\frac{x^2}{\alpha^4} + \frac{y^2}{\beta^4} + z^2}}$$

Quì il segno negativo ci dimostra che la normale al cono forma angolo ottuso colle z positive, onde considerando il suo supplemento prenderemo

$$\cos\gamma = \frac{z}{\sqrt{\frac{x^2}{\alpha^4} + \frac{y^2}{\beta^4} + z^2}}$$

Dopo ciò noteremo che l'angolo $d\varphi$ contenuto nella (1) è il differenziale dell'angolo che il raggio vettore r della ellisse base forma coll' asse delle x, e quest'angolo è differente dall'angolo chiamato ampiezza e che nella ellisse corrisponde al punto x, y estremo di r ed in funzione del quale si sogliono esprimere le coordinate x, y. Ciò avvertito si dica θ tale ampiezza, avremo evidentemente

$$x = r\cos\varphi\ ;\quad x = a\cos\theta$$

dunque

$$\cos\varphi = \frac{a\cos\theta}{\sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\,\mathrm{sen}^2\,\theta}}\ ,\quad \mathrm{sen}\,\varphi = \frac{b\,\mathrm{sen}\,\theta}{\sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\,\mathrm{sen}^2\,\theta}}$$

e quindi

$$\mathrm{tang}\,\varphi = \frac{b}{a}\,\mathrm{tang}\,\theta$$

che differenziata ci dà facilmente

$$d\varphi = \frac{b}{a}\cdot\frac{d\theta}{1 - c^2\,\mathrm{sen}^2\,\theta}$$

nella quale al solito

$$c^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}.$$

Ora essendo per la (1)

$$d^2 k = \frac{\rho \, d\rho \, d\varphi \sqrt{\frac{x^2}{\alpha^4} + \frac{y^2}{\beta^4} + z^2}}{z}$$

ed espressa in funzione dell'ampiezza θ prenderà la forma

$$d^2 k = \frac{b}{a} \cdot \rho \, d\rho \cdot \frac{d\theta}{1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \theta} \frac{\sqrt{\frac{a^2}{\alpha^2}\left(1 + \frac{1}{\alpha^2}\right) \cos^2\theta + \frac{b^2}{\beta^2}\left(1 + \frac{1}{\beta^2}\right) \operatorname{sen}^2\theta}}{\sqrt{\frac{a^2}{\alpha^2} \cos^2\theta + \frac{b^2}{\beta^2} \operatorname{sen}^2\theta}}$$

e perchè le variabili ρ, θ sono indipendenti, ed i limiti di ρ sono 0 ed r, e quelli dell'ampiezza θ sono 0, e $\frac{\pi}{2}$ quando si voglia la quarta parte della superficie, così avremo

$$k = \frac{b}{a} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^r \rho \, d\rho \cdot \frac{d\theta}{1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \theta} \cdot \frac{\sqrt{\frac{a^2}{\alpha^2}\left(1 + \frac{1}{\alpha^2}\right) \cos^2\theta + \frac{b^2}{\beta^2}\left(1 + \frac{1}{\beta^2}\right) \operatorname{sen}^2\theta}}{\sqrt{\frac{a^2}{\alpha^2} \cos^2\theta + \frac{b^2}{\beta^2} \operatorname{ssn}^2\theta}}$$

dalla quale, fatta l'integrazione rispetto ρ e sostituito il valore di r^2 si deduce

$$k = \frac{ab}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \frac{\sqrt{\frac{a^2}{\alpha^2}\left(1 + \frac{1}{\alpha^2}\right) \cos^2\theta + \frac{b^2}{\beta^2}\left(1 + \frac{1}{\beta^2}\right) \operatorname{sen}^2\theta}}{\sqrt{\frac{a^2}{\alpha^2} \cos^2\theta + \frac{b^2}{\beta^2} \operatorname{sen}^2\theta}} \qquad (4)$$

che facilmente si riduce a dipendere dalle solite funzioni ellittiche.

Se il cono è circolare, essendo allora $\alpha = \beta$, la (4) si muta in una formola semplicissima, la quale ci dà

$$k = \frac{\pi ab}{4} \sqrt{1 + \frac{1}{\alpha^2}}$$

e se per α si pone la quantità che rappresenta, cioè tang. α avremo

$$k = \frac{\pi ab}{4 \operatorname{sen} \alpha},$$

e quando anche il cilindro sia a base circolare sarà

$$k = \frac{\pi\, ab}{4 \operatorname{sen}^2 \alpha},$$

che è quale si ha dalla geometria elementare.

10. Per determinare ora la superficie cilindrica compresa tra il piano delle x, y e la curva d'intersecazione col cono abbiamo la formola

$$\mathrm{d} C = z\, \mathrm{d} s \qquad (1)$$

nella quale $\mathrm{d}s$ è l'elemento dell'arco della ellisse, e z l'ordinata corrispondente del cono onde per le denominazioni stabilite avremo

$$\mathrm{d} C = \mathrm{d}\theta \sqrt{[b^2 + (a^2 - b^2) \operatorname{sen}^2 \theta] \left[\frac{a^2}{\alpha^2} - \left(\frac{a^2}{\alpha^2} - \frac{b^2}{\beta^2}\right)\right] \operatorname{sen}^2 \theta} \qquad (2)$$

Per trasformare questa formola in funzioni ellittiche si ponga

$$\operatorname{tang} \theta = m \operatorname{tang} \omega$$

dalla quale dedotti i valorl di $\mathrm{d}\theta$, $\operatorname{sen}^2 \theta$ in funzione della nuova variabile θ otterremo per la (2)

$$\mathrm{d}C = \frac{m\, \mathrm{d}\omega}{[1 - (1 - m^2) \operatorname{sen}^2 \omega]^2} \sqrt{\left[b^2 + [e^2 m^2 - b^2 (1 - m^2)] \operatorname{sen}^2 \theta\right] \left[\frac{a^2}{\alpha^2} - \left(\frac{a^2}{\alpha^2}(1 - m^2) + m^2 \left(\frac{a^2}{\alpha^2} - \frac{b^2}{\beta^2}\right)\right) \operatorname{sen}^2 \omega\right]} \quad (3)$$

ove posta la condizione

$$\frac{a^2}{\alpha^2} - m^2 \frac{a^2}{\alpha^2} + m^2 \frac{a^2}{\alpha^2} - m^2 \frac{b^2}{\beta^2} = 0$$

si ha

$$m^2 = \frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot \frac{a^2}{b^2}$$

e quindi, per $\alpha > \beta$,

$$1 - m^2 = \frac{\alpha^2 b^2 - \beta^2 a^2}{\alpha^2 b^2}, \quad e^2 m^2 - b^2 (1 - m^2) = -b^2 \left(\frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2}\right)$$

onde la (3) si cangia in

$$\mathrm{d} C = \frac{abm\, \mathrm{d}\omega}{\alpha [1 - (1 - m^2) \operatorname{sen}^2 \omega]^2} \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2}\right) \operatorname{sen}^2 \omega} \qquad (4)$$

la quale si trasforma in funzioni ellittiche.

Se il cono è circolare, abbiamo allora

$$m = \frac{a}{b}, \quad 1 - m^2 = -\frac{e^2}{b^2}$$

e la (3) si ridurrà a

$$dC = \frac{a^2 \, d\omega}{\alpha \left[1 + \frac{e^2}{b^2} \operatorname{sen}^2 \omega\right]^2}$$

che è di forma simigliante a quella ottenuta al (§. 6) e perciò integrabile col medesimo processo.

Se in fine è circolare anche il cilindro, la (5) sarà ridotta a

$$dC = \frac{a^2}{\alpha} d\theta$$

e per la quarta parte dell'area

$$C = \frac{\pi a}{2} \cdot \frac{a}{\tan g \alpha},$$

come dagli elementi è noto.

11. Prendiamo a considerare in fine due cilindri circolari e retti, e disposti per modo che l'uno abbia per asse quello delle z, onde la sua base sia sul piano delle x, y; e l'altro abbia per asse quello delle y, essendo la sua base sul piano delle x, z. Detto R il raggio del primo cilindro ed r quello del secondo, per un loro punto comune nella linea d'intersecazione, avremo le due

$$x^2 + y^2 = R^2 \; ; \quad x^2 + z^2 = r^2 \qquad (1)$$

dalle quali

$$y^2 - z^2 = R^2 - r^2$$

onde la projezione della linea d'intersecazione è una iperbole equilatera la quale taglia l'asse delle y ad una distanza dall'origine che è data da

$$y = \pm \sqrt{R^2 - r^2}.$$

Essendo x, y, z le coordinate di un punto qualunque della linea d' intersecazione è chiaro che x, y sono i cateti di un triangolo rettangolo l'ipotenusa del quale è R onde detto φ l'angolo fatto da questo coll' asse delle x, avremo

$$x = R \cos \varphi, \quad y = R \operatorname{sen} \varphi$$

e quindi dalla equazione del cilindro orizzontale si deduce

$$z = \pm \sqrt{r^2 - R^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}$$

e queste tre equazioni danno un punto qualunque della curva e perciò ne sono le sue equazioni.

Differenziandole avremo

$$dx = -R\,d\varphi \operatorname{sen}\varphi \;;\; dy = R\,d\varphi\cos\varphi \;;\; dz = \frac{\pm R^2\,d\varphi \operatorname{sen}\varphi\cos\varphi}{\sqrt{r^2 - R^2\operatorname{sen}^2\varphi}}$$

e per l'elemento della curva troveremo

$$ds = R\,d\varphi\sqrt{\frac{r^2 - R^2\operatorname{sen}^4\varphi}{r^2 - R^2\operatorname{sen}^2\varphi}} \qquad (2)$$

la quale non è riducibile alle consuete funzioni ellittiche. Però se poniamo il caso che i due cilindri sieno di eguale raggio ne risulta allora

$$ds = R\,d\varphi\sqrt{1 + \operatorname{sen}^2\varphi}$$

nella quale fatto

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \omega \;,\; d\varphi = -d\omega$$

si ha

$$ds = -R\,d\omega\sqrt{1 + \cos^2\omega} = -R\sqrt{2}.\,d\omega\sqrt{1 - \tfrac{1}{2}\operatorname{sen}^2\omega} \qquad (3)$$

la quale è una funzione ellittica di seconda specie di modulo eguale a 45° gradi, e s'integra per archi di una lemniscata Bernoulliana.

12. Il calcolo dell'area della porzione cilindrica compresa tra il piano delle x, y e la linea d' intersecazione col cilindro che ha per asse quello delle z è facile, perchè

$$dC = z\,ds$$

ove

$$z = \sqrt{r^2 - R^2\operatorname{sen}^2\varphi}$$

dunque sarà

$$dC = Rr\,d\varphi\sqrt{1 - \frac{R^2}{r^2}\operatorname{sen}^2\varphi} \qquad (4)$$

Per determinare questo integrale avvertiremo che per tutti i valori di φ deve essere sempre $\frac{R^2}{r}\operatorname{sen}^2\varphi < 1$, così potremo stabilire

$$\frac{R}{r}\operatorname{sen}\varphi = \operatorname{sen}\omega$$

dalla quale

$$d\varphi = \frac{\frac{r}{R}\,d\omega\cos\omega}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}\operatorname{sen}^2\omega}}$$

e fatte le sostituzioni nella (4) abbiamo

$$dC = Rr\frac{c\,d\omega\cos^2\omega}{\sqrt{1-c^2\,\text{sen}^2\,\omega}}$$

la quale si trasforma nella seguente

$$dC = Rr\left[\frac{c\,d\omega}{\sqrt{1-c^2\,\text{sen}^2\,\omega}} - \frac{1}{c}\,\frac{d\omega\,c^2\,\text{sen}^2\,\omega}{\sqrt{1-c^2\,\text{sen}^2\,\omega}}\right.$$

ma essendo

$$c^2\,\text{sen}^2\,\omega = 1 - (1 - c^2\,\text{sen}^2\,\omega)$$

sarà pure

$$dC = Rr\left[\left(c - \frac{1}{c}\right)\frac{d\omega}{\sqrt{1-c^2\,\text{sen}^2\,\omega}} + \frac{1}{c}\,d\omega\sqrt{1-c^2\,\text{sen}^2\,\omega}\right]$$

ed integrando

$$C = Rr\left[\frac{1}{c}\int d\omega\sqrt{1-c^2\,\text{sen}^2\,\omega} - \frac{1-c^2}{c}\int\frac{d\omega}{\sqrt{1-c^2\,\text{sen}^2\,\omega}}\right] + \text{Cost.}$$

Qui dobbiamo avvertire che per avere i limiti della integrazione è d'uopo riprendere l'equazione di relazione

$$\text{sen}\,\varphi = \frac{r}{R}\,\text{sen}\,\omega$$

e quindi essendo per la variabile primitiva

$$\varphi = 0, \quad \text{e} \quad \varphi = \text{Arc. sen}\left(=\frac{r}{R}\right)$$

per l'altra ω risulteranno

$$\omega = 0, \quad \text{ed} \quad \omega = 1;$$

dunque

$$C = Rr\left[\frac{1}{c}\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\omega\sqrt{1-c^2\,\text{sen}^2\,\omega} - \left(\frac{1-c^2}{c}\right)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\omega}{\sqrt{1-c^2\,\text{sen}^2\,\omega}}\right]. \quad (5)$$

Dunque l'area cilindrica dimandata dipende da due funzioni ellittiche l'una di prima specie e l'altra di seconda; ossia della rettificazione di una determinata lemniscata Bernoulliana, e da quella di una ellisse pure determinata.

13. La quadratura della porzione di area del cilindro che ha per asse quello delle y, e che è compresa tra il piano delle z, x e la curva d'intersecazione è data da

$$dC_1 = y\,ds \qquad (6)$$

essendo ds l'elemento dell'arco circolare di raggio r, e detto α l'angolo che coll'asse delle z forma il raggio che va al punto x, z sarà

$$x = r \operatorname{sen} \alpha, \quad z = r \cos \alpha$$

e perciò

$$y = \sqrt{R^2 - r^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}$$

e perchè

$$ds = r\, d\alpha$$

avremo per la formola della quadratura

$$dC = Rr.\, d\alpha \sqrt{1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}$$

che integrata tra i limiti 0, $\frac{\pi}{2}$ avremo

$$C_1 = Rr \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\alpha \sqrt{1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \alpha} \qquad (7)$$

Dunque quest' area dipende da una funzione ellittica di seconda specie, ossia della rettificazione di una determinata ellisse.

Se i cilindri fossero di eguale raggio le formole (5), (7) si muterebbero nelle seguenti

$$C = r^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\omega \cos \omega = r^2$$

$$C_1 = r^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\alpha \cos \alpha = r^2$$

Onde queste porzioni di superficie oltre essere eguali sono ancora esattamente quadrabili.

FLORULA DEL COLOSSEO

(COMUNICAZIONE X^a)

DELLA SIG.^a CONTESSA ELISABETTA FIORINI-MAZZANTI

Caprifogliacee

Lonicera implexa. Bert. Fl. It. v. 2.° p. 559.
Glaberrima; caule ramosissimo; rami intrigati e volubili; foglie perennanti, coriacee, glauche al disotto, inferiori distinte, ovato oblunghe, acute; mediane perfoliate; superiori orciolato-connate; fiori sessili, rosei verticillati, grato olenti. *Lonicera balearica Fior. in Giorn. de lett. di Pisa an.* 1828.

Sotto le arcate del 2° e 3.° ordine, in estate.

Viburnum tinus Seb. Enum. p. 80.
Foglie sempre verdi ovato-oblunghe, intiere, opache; fiori cimosi bianchi, odorosi; bacca ovata, uniloculare, monosperma.

Arboscelli sporgenti dalle vetuste mura, fioriti nella maggior parte dell'anno.

Sambucus nigra Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 118.
Arborescente; foglie opposte, brevissimo-peduncolate; impari pennate; foliole ovate, acute, serrate; cime 5 partite lungo peduncolate; fiori bianchi; bacca globosa, matura nero-sanguigna.

Eretto sulle vetuste mura degli ordini superiori; fiorisce in primavera.

Rubiacee

Galium aparine Seb. Enum. p. 46.
Caule flaccido, ramosissimo, retrorso-aculeato-scabro; peduncoli semplici, bifidi; frutti ispidissimi, globoso-didimi; setole all'apice uncinate. Annuo.

In primavera infra l'erbe del 1.° ordine.

Galium tricorne. Bert. Flor. It. V. 2. p. 124.
Caule debole, e semplice, angoli retrorso aculeolati; foglie oblanceolate,

lineare-acute, retrorso cigliato-spinolose; peduncoli ascellari, triflori; frutto globoso-didimo, minutamente granulato. *Valantio spuria Seb. et Maur. prodr. Flor. Rom.* p. 80.

Abita come sopra.

Galium mollugo. Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 79.

Caule dell'antecedente, minore, flaccido, e ramoso; foglie quasi 8, oblungo-obovate, apice rotondato-mucronulate, margine minuto-spinuloso-ciliato; pannocchia capillare, patente, abbreviata; petali-breve-aristati; frutto ovoideo, didimo glabro.

Presso al podio infra l'erbe.

Galium murale. Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 80.

Cauli filiformi ramoso-decombenti, glabri; foglie verticillate 4–6 lineare-lanceolate, acuto-mucronulate, margine cigliato-scabre; fiori estrascellari bini, brevissimo-pedunculati, dopo l'antesi deflessi; frutti oblunghi, ispidi.

Sulle mura esterne del podio, copioso in primavera.

Valantia muralis. Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 99.

Cauli tenui, cespitosi decombenti; foglie obovato-ottuse; peduncoli brevissimi, triflori, nel frutto incrassati; corolle bianco-verdognole, lobi acuti; frutti biancastri quadri-corni; corno dorsale fimbriato all'apice.

Abita e fiorisce come l'antecedente.

Sherardia arvensis. Seb. et Maur. prod. Fl. Rom. p. 99.

Cauli decombenti; foglie 4–6 lanceolato–lineari, mucronulate glabre; fiori fascicolati, piccoli, terminali; corolle imbutiformi, carnee.

Infra l'erbe degli ambulacri in primavera.

CHENOPODIACEE

Chenopodium album. Seb. Enum. p. 35.

Cinereo-farinoso; caule eretto solcato-striato-ramoso; foglie rombeo-ovate, cuneate alla base, all'apice ottuse, od acute, e tutte sinuato-dentate; glomeruli fioriferi e spigati in densa eretta pannocchia disposti; peduncoli eretti approssimati; calici fruttiferi chiusi; semi nitidi, sotto lente tenue punteggiati.

Frequente negli erbosi dell'anfiteatro.

Il Chenopodium hybridum, e il *Chenod. vulvaria*, riportati dal Sebastiani non ho punto rinvenuti; e quasi dubiterei non essere che diverse apparenze del *Chenopodium album*.

Amarantacee

Amaranthus blitum. Seb. Enum. p. 24.

Glaberrimo; caule eretto, solcato, rami patuli, ascendenti ; foglie rombeo-ovate, undulate, apice retuso-mucronate; glomeruli quasi terni, ascellari.

Tra l'erbe dell'Anfiteatro in maggio.

Amaranthus patulus Bert. Fl. It. v. 10, p. 198.

Caule eretto, angolato-solcato, peloso-scabro; foglie alterne, lungo-peziolate, da cuneata base rombeo-ovate, retuse, granulato-scabre; spighe terminali, ed ascellari composite; estrema lungo-nutante; brattee all'apice subulato-aristate, quasi spinescenti, del perigonio più lunghe. *Amaranthus retroflexus. Seb. Enum* ?

Vive come sopra.

Amaranthus retroflexus. Bert. v. 10. p. 191.

Caule scabro, elato, foglie rombeo-ovate, superiormente oblunghe, retuse, mucronulate, margine minto crenulato, granuloso-scabre; spighe composte, terminale allungata, densa, e crassa; brattee quine lanceolato-lineari, lungo acuminato-aristate; semi-lenticolari, nitidi, e neri.

Vive come sopra.

Amaranthus prostratus. Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 328.

Caule prostrato, gracile , ramoso ; foglie rombeo-ovate, superiori rombeo-lanceolato-retuse; cuspidate; fiori disposti in ispiga terminale , e in glomeruli ascellari, brevi e densi; brattee quasi lineari, brevemente aristate; seme nitido, e nero.

Copiosamente prostrato sull'arena, in tutta estate.

Papaveracee

Papaver rhoeas. Seb. Enum. p. 61.

Cauli e peduncoli patentemente setolosi; foglie pinnatifide, od incise ; la-

cinie serrate, calice ispido, peli patuli; stigma multiradiato; capsula abbreviata, glabra subrotonda, ovata (varia il colore dei petali in coccineo, carneo, bianco ecc.).

Comune in tutto l'Anfiteatro.

SOLANACEE

Solanum nigrum. Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 97.

Pubescente; caule inerme, nudo, rami angolati; foglie ovato–ottuse, sinuato-dentate; corimbi estrafogliacei; fiori cernui; corolla rotata bianca, fondo verde giallognolo; peduncoli in ultimo deflessi; bacche globose, nella maturità nere.

Copioso in primavera e in estate tra l'erbe degli ambulacri dell' arena.

PIOMBAGGINEE

Plumbago europea. Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 94.

Perenne; caule crbaceo eretto ramosissimo; foglie superiori ovato-lanceolato-sessili, base sagittato-amplessicauli, tutte scabre; margine denticolato-glanduloso; fiori terminali, spiga breve; brattea terna, intermedia maggiore; corolle violacee.

In estate sugli ordini daccanto ai muri.

PARONNICHIEE

Polycarpon tetraphyllum. Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 92.

Triandro, caule diffuso–prostrato; foglie cauline verticillato–quaterne, oblungo–obovate; ramee bine opposte; stipole e brattee minute bianco–scariose; corimbi–scarsiflori; fiori piccoli; sepali a margine bianco–membranaceo acuti dei petali piccoli e bianchi più lunghi.

Pianticella umile, prostrata sul suolo dell'arena durante l'estate.

OLMACEE

Ulmus campestris. Seb. et Maur. prodr. Fl. Rom. p. 108.

Frutice; foglie ovate, duplicato-serrate, scabre; lacinie perigoniali cigliate; samare oblungo-obovate, bifide.

Tra le rovine dei piani superiori.

(*Continua*)

UN NUOVO METODO PER LA DETERMINAZIONE DELLA TEMPERATURA DEL SOLE

NOTA

DEL PROF. TITO ARMELLINI

La enorme differenza nei risultati ottenuti su la temperatura del Sole, mi ha indotto a studiare un metodo diverso , e per quel che io credo nuovo; pel quale il risultato venga sottratto all'influenza di quelle ipotesi, che pur troppo ammettono qualche controversia, in ordine alla loro applicazione nel caso di elevate tempèrature.

Ma primieramente m'è duopo avvertire, che io non mi accingo ad investigare la temperatura assoluta del Sole; ma sibbene la termometrica, quella cioè che manifesterebbe un termometro portato sul Sole.

Ciò premesso, sembrami che la determinazione del calore solare possa ridursi al seguente problema.

PROBLEMA. *Determinare la temperatura incognita* (x) *di una sorgente calorifica* (S) *per mezzo della temperatura* (T) *che manifesta un termometro* (B) *esposto a quella radiazione, e collocato ad una distanza* (D) *dalla medesima.*

Per giungere alla soluzione di questo problema, si osservi che la temperatura (T) del corpo riscaldato (B) dovrà dipendere, tanto dalla distanza (D) della sorgente calorifica (S), quanto dalle perdite dovute al suo proprio raggiamento: però supponendosi che il corpo suddetto (B) sia collocato nel vuoto, onde non abbiano luogo le perdite per conduzione di calorico.

Chiamasi (R) la perdita dovuta al raggiamento. È evidente che tra le dette quantità (T, X, D, R), dovrà risultare l'equazione

$$T = \frac{x}{D^2} - R. \qquad (1)$$

La perdita (R) dovuta al raggiamento è poi dipendente , e però funzione della differenza della temperatura (T) sopra quella dell'ambiente, che diremo (θ), nel quale è collocato il corpo (B): onde sarà

$$R = f(T - \theta) \qquad (2)$$

Quindi

$$T = \frac{x}{D^2} - f(T - \theta) \qquad (3)$$

Nella (3) facendo $T = \theta$, sarà

$$f(T - \theta) = 0;$$

e però

$$T = \frac{x}{D^2}; \qquad (4)$$

e finalmente

$$x = T. D^2. \qquad (5)$$

Dopo ciò è chiaro che tutto l'artificio consiste, nel ricercare per via di tentativi quella temperatura (θ) dell'ambiente che dia la differenza $(T - \theta) = 0$.

Passiamo ora ad applicare tali principii alla determinazione della temperatura del Sole.

Prescindiamo primieramente dalle perdite dovute all'assorbimento dell'atmosfera.

Però si ponga un termometro (B) affumicato nel centro d' una sfera a doppia parete, nel cui spazio interparietale si faccia passare una corrente d'aria calda a temperatura (θ), denotata da altro termometro (B'), analogamente a quanto fu già fatto dal Professor Waterston nelle Indie e dal ch. P. Secchi in Roma.

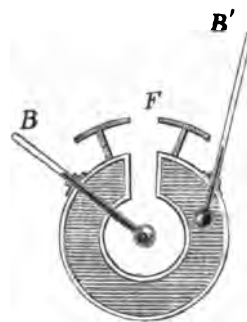
Aperto il foro (F) si esponga il termometro (B) al raggiamento solare, e si noti la temperatura (T) in cui questa si stabilisce.

Si troverà $(T > \theta)$: proseguasi quindi ad accrescere il calore dell'aria nell'inviluppo sferico, portandola successivamente a temperature sempre crescenti $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \ldots)$, cui nel termometro (B) risponderanno successivi aumenti nelle sue temperature, che diverranno (T_1, T_2, T_3). Tra gli eccessi di temperatura poi, cioè tra le differenze

$$T_1 - \theta_1, \quad T_2 - \theta_2, \quad T_3 - \theta_3 \ \ldots$$

si verificherà

$$T_1 - \theta_1 > T_2 - \theta_2 > T_3 - \theta_3 \ \ldots$$

Si giungerà finalmente con tentativi a trovare una temperatura (θ_n) dell'ambiente, cui corrisponda nel termometro (B) esposto alla radiazione solare una temperatura (T_n) tale, che sia

$$T_n - \theta_n = 0$$

È evidente, che una tale temperatura (T_n) è quella, che indica la temperatura del Sole, diminuita per la mera legge delle distanze; prescindendo dalla perdita dovuta all'assorbimento atmosferico; della quale terremo conto in appresso.

Se non che, dalle esperienze istituite dal Waterston potrebbe arguirsi, che questo valore di (θ_n) dovrebbe essere grandissimo; e perciò l'apparecchio non potrebbe prestarsi ad ottenere, ed indicare una così elevata temperatura.

In tal caso mi sembra, che col seguente semplicissimo artificio potrebbe eliminarsi una tale difficoltà dell'esperimento.

Esso consiste nel ridurre la temperatura del raggiamento; ponendo a profitto l' assorbimento dell' acqua, o d' un altro liquido, anche meno diatermano di questa. Perciò si obblighi la radiazione solare ad attraversare un tubo (MN) ripieno di liquido assorbente; la cui temperatura si mantenga costante, inviluppando il tubo medesimo di ghiaccio contenuto in altro tubo M' N', e stabilendo con un apparecchio idraulico la circolazione del fluido pel tubo medesimo.

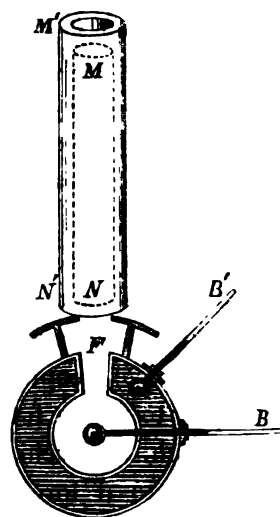
Sarà quindi necessario stabilire il coefficiente d'assorbimento dovuto alla natura del liquido, ed alla lunghezza del tubo che esso riempie. Però mantenendo il termometro (B) nella nostra sfera ad una temperatura costante (t) si noti la temperatura (t'), in cui lo pone il libero raggiamento solare.

Quindi mantenendo la nostra sfera alla stessa temperatura (t) si esponga il termometro (B) al raggiamento del Sole, che però abbia attraversato il tubo (M N). È evidente che in questo la radiazione infievolita per l' assorbimento patito eleverà il termometro ad una temperatura (t'') e sarà, (t'') $< t'$.

Quindi la differenza ($t' - t''$) è dovuta all' assorbimento fatto dal liquido: Onde si determinerà il rapporto

$$\frac{t' - t''}{t'};$$

il quale stabilisce il coefficiente di assorbimento, che chiameremo (m): sarà dunque

$$\frac{t' - t''}{t'} = m. \qquad (6)$$

Stabilito il quale coefficiente, passeremo alla determinazione della temperatura del Sole nel modo seguente.

Si riscaldi la sfera; e per via di tentativi, si porti a quella medesima temperatura (θ), a cui giunge permanentemente il suo termometro centrale (B) quando sia esposto alla radiazione solare, dopo che ha attraversato lo strato del liquido assorbente nel tubo (MN). Trovata questa temperatura (θ), per passare a quella corretta della perdita dovuta all'assorbimento del liquido, chiamandola (θ'), questa si determinerà moltiplicando la (θ) pel valore inverso del coefficiente (m) d'assorbimento. Sarà dunque

$$\theta' = \frac{\theta}{m} = \frac{t'}{t' - t''}\,\theta \qquad (7)$$

Il qual valore di (θ') stabilisce la temperatura del Sole sulla Terra, corretta dalle perdite dovute al raggiamento.

È inoltre necessario tener conto della perdita dovuta all'assorbimento dell'atmosfera, il quale ritenuto, secondo Pouillet di 0, 5; ed appellando (θ'') il valore della temperatura del Sole sulla Terra, se non vi fosse atmosfera, sarà

$$\theta'' = \frac{10}{5} \cdot \theta' = 2\,\theta' = \frac{2\,t'}{t' - t''}\,\theta. \qquad (8)$$

Donde, con la legge dei quadrati passando alla determinazione della temperatura (T) del Sole, questa sarà stabilita dalla

$$T = \frac{2\,t'}{t' - t''}\,D^2 \cdot \theta \qquad (9)$$

La mancanza d'istrumenti in cui verso, m'impedisce di venire all'applicazione esperimentale della esposta teoria; però mi rivolgo ai fisici che dispongono di mezzi e di apparecchi, affinchè tentino questo esperimento; il quale, mentre si fonda sopra una teoria che non ammette eccezione, non sembra poi che presenti alcuna vera difficoltà pratica.

SOPRA LA RELAZIONE FRA I MASSIMI E MINIMI DELLE MACCHIE SOLARI E LE STRAORDINARIE PERTURBAZIONI MAGNETICHE

(COMUNICAZIONE V.ª)

DEL P. G. S. FERRARI

Seguendo il metodo da noi finora tenuto intorno all'esame accurato della correlazione strettissima che passa fra i fenomeni solari e le perturbazioni straordinarie magnetiche siamo giunti all'anno 1872 il quale segna il limite del massimo nel numero delle macchie che suol mantenersi per circa tre anni, come rilevasi dalle nostre osservazioni dal 1859 fino al presente e per il periodo di un secolo, dalla curva tracciata dal Loomis che abbiamo pubblicato nella 1ª comunicazione. Egli è però che anche con quest'anno corrisponde il massimo delle straordinarie e fortissime perturbazioni che sono sedici, mentre nel 1873 non se ne avranno che tre.

Prima però di entrare secondo l'usato ne'particolari di questo studio stimo della più grande importanza a luminosa conferma di questa materia e delle precedenti conclusioni generali dedotte dalle sole nostre osservazioni de'fenomeni solari e magnetici il riprodurre quì almeno in parte, e per ciò che riguarda principalmente le perturbazioni magnetiche, il quadro comparativo pubblicato dal Prof. Heis nei Resoconti dell' Accademia delle Scienze di Parigi (1° semestre 1872, pag. 1070–74) dal quale rilevasi a colpo d'occhio la simultaneità delle perturbazioni magnetiche che accompagnano le aurore boreali ed australi dei due emisferi. Omettendo per brevità, almeno in gran parte, ciò che spetta la simultaneità delle aurore nei due emisferi ci limiteremo soltanto alla simultaneità delle straordinarie perturbazioni magnetiche fra Roma e Melbourne nell'Australia (1) quantunque le due regioni si trovino in circostanze opposte e quanto alla latitudine e quanto alle stagioni. Questa simultaneità evidentemente dimostra come siffatti fenomeni non dipendono da cause locali, le quali al più potranno modificarli in parte, sibbene voglionsi ripetere da una causa unica e sì potente da estendere tanto largamente il suo influsso sopra così lontane

(1) L'Osservatorio astronomico e fisico di Melbourne è situato a $9^h\ 30^m\ 34^s$ Est di Longitudine da Parigi; ed a 37° 49′ 55″ di latitudine australe.

parti del globo e con tanta celerità. Or questa causa ove meglio potrassi trovare se non nel sole?

Il quadro citato dell'Heis si estende dal Gennaio del 1870 fino alla metà di Luglio del 1871 e comprende conseguentemente l'epoca della massima attività solare e magnetica come abbiamo veduto nelle precedenti comunicazioni.

SIMULTANEITA' DELLE PERTURBAZIONI MAGNETICHE FRA ROMA E MELBOURNE

1870

EMISFERO BOREALE	EMISFERO AUSTRALE
Gennaio 3, 4. Perturbazioni magnetiche a Roma. Aurore boreali in Inghilterra, Francia ed Italia.	3. 4. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Marzo 22. Perturbazioni magnetiche a Roma, Arbor in Inghilterra, Stonyhurst, York.	21. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Aprile 23. Perturbazioni magnetiche a Roma. Aurora a Papenbourg.	23. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Maggio 20. Perturbazioni magnetiche a Roma ed a Monaco di Baviera. Brillante aurora boreale a Münster, Mannheim, Parigi e Londra.	20. Perturbazioni magnetiche e debole aurora australe a Melbourne.
Giugno 13, 14, 16 e 17. Perturbazioni magnetiche a Roma.	13, 14, 16 e 17. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Luglio 5, 28. Perturbazioni magnetiche a Roma.	5. 28. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Agosto 3. Perturbazioni magnetiche a Roma.	3. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Agosto 7. Perturbazioni magnetiche a Roma. Aurora boreale ad Upsala.	7. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Agosto 19. Perturbazioni magnetiche a Roma. Aurora boreale a Münster, e Dülmen.	19. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Agosto 20. Perturbazioni magnetiche a Roma. Aurora boreale a Münster, Groningen, Lipsia, Upsala, Oesel.	20. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Agosto 21. Perturbazioni magnetiche a Roma. Aurora boreale a Volpeglino presso Tortona.	21. Psrturbazieni magnetiche a Melbourne.
	22. Aurora australe a Melbourne.
Agosto 23. Perturbazioni magnetiche a Roma.	23. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Settembre 24. Aurora boreale in Danimarca, in Germania ed in Austria, a Londra e in Italia. Perturbazioni magnetiche a Roma.	24. Aurora australe a Melbourne alle 9h pom. e brillante alle 11h. Parturbazioni magnetiche.
Ottobre 1. Perturbazioni magnetiche a Roma. Aurora boreale in Vestfalia, in Inghilterra, ad Upsala.	1. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Ottobre 15. Perturbazioni magnetiche a Roma. Aurora boreale ad Upsala.	15. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Ottobre 24. Perturbazioni magnatiche fortissime a Roma. Brillante aurora in Germania, nella Russia, in Inghilterra, nella Turchia, nella Grecia e nella Sicilia.	24. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Novembre 8. Perturbazioni magnetiche a Roma. Aurora boreale nella sera a Schlewig (9h 15m Ovest da Melbourne).	9. Stupenda Aurora australe dalla mezzanotte fino al mattino - Melbourne.
Novembre 22. Perturbazioni magnetiche a Roma. Aurora boreale in Inghilterra.	22. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Novembre 25. Perturbazioni magnetiche a Roma. Aurora boreale in Inghilterra.	25. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.

1871.

Febbraio 4. Perturbazioni magnetiche a Roma.	4. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Febbraio 9. Perturbazioni magnetiche a Roma. Aurora boreale ad Upsala.	9. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Febbrajo 13. Perturbazioni magnetiche a Roma e Moncalieri. Aurora boreale a Roma (3^h ant.) Hernosand, Upsala, America settentrionale, ed Inghilterra.	13. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Marzo 23. Perturbazioni magnetiche fortissime a Roma. Aurora boreale in Westfalia, Wolgast ad Upsala, Cleves, Thursö.	23. Perturbazioni magnetiche fortissime a Melbourne. Magnifica aurora australe veduta a Melbourne, Sidney, Hobart-Town.
Aprile 9, 10 ed 11. Perturbazioni magnetiche a Roma. Il 9 e 10 Aurora boreale in Germania ed in Italia.	10. 11, 12. Perturbazioni magnetiche fortissime a Melbourne. Aurora australe chiarissima alle 5^h 6^m ant. il 12.
Aprile 17, 18. Perturbazioni magnetiche fortissime a Roma. Aurora boreale magnifica il 17 nella Russia, il 18 Aurora a Firenze, Moncalieri, Palermo, in Germania ed in Inghilterra.	17, 18, 19. Perturbazioni magnetiche fortissime a Melbourne. Il 17 Aurora australe magnifica.
Aprile 24. Perturbazioni magnetiche fortissime a Roma. Aurora boreale il 24 e 25 ad Upsala ed Oesel.	24. 25. Perturbazioni magnetiche a Melbourne.
Aprile 28 e 29. Perturbazioni magnetiche a Roma. Il 29 Aurora boreale ad Upsala.	29. Perturbazioni magnetiche ad Aurora australe a Melbourne.

In questo quadro comparativo, come già facemmo notare, non si sono esposte se non quelle correlazioni di simultaneità che spettano principalmente alle perturbazioni magnetiche; chè troppo lungo sarebbe stato il riprodurre quelle che appartengono alle aurore boreali ed australi, e solo di alcune si è fatta menzione.

Ma da questo solo saggio apparisce la verità di quanto dicemmo nella 1ª comunicazione, che cioè tal genere di fenomeni è di tale natura che anche le osservazioni di un luogo sono sufficienti a generalizzare le conclusioni, poichè in realtà, sebbene di queste sole si parli, si tratta delle osservazioni de'luoghi ancor più lontani sebbene non se ne faccia particolare menzione. Una prova di ciò l'abbiamo ancora in quest'anno 1872 che stiamo per sottoporre ad esame, poichè come esporremo a suo luogo, essendoci pervenute le osservazioni magnetiche dell'Habana fatte nell'osservatorio del Collegio di Belen della nostra Compagnia e tradotte in curve, vedremo anche per queste una perfetta simultaneità per ciò che spetta le straordinarie perturbazioni delle quali soltanto noi ci occupiamo in questo nostro lavoro.

Quantunque lo scopo precipuo di questi studi sia il far rilevare la correlazione fra i massimi e minimi delle macchie solari e le straordinarie perturbazioni magnetiche, pure non intendiamo con ciò di escludere la correlazione che esiste fra i fenomeni solari e magnetici con quelli delle aurore boreali, correlazione già sospettata da Franklin, da Halley e da Wargentin

nel 1750, e dimostrata dall'Arago, dal De la Rive e dall'Hansteen; anzi, come già facemmo notare più volte nelle precedenti comunicazioni, e specialmente vedrassi nella presente, moltissime di queste perturbazioni sono di *carattere aurorale* e quanto alle leggi di queste perturbazioni, che possiam chiamare aurorali, piacemi di riprodurle più estesamente colle parole stesse del P. Egidi già nostro collega all'Osservatorio e che leggonsi nel suo dotto opuscolo intorno all'aurora elettrica del 4 Febbraio 1872, della quale parleremo a suo luogo (1).

Queste leggi adunque dedotte da quindici anni di esperienze, sono le seguenti:
« 1.° Escursione esagerata nel declinometro, come nota il De la Rive, ov-
» vero, aumento in declinazione.
» 2.° Forte diminuzione d'intensità orizzontale, secondo che dice pure il
» sig. Hansteen e colle stesse particolarità che egli osserva.
» 3.° Aumento della componente verticale.
» Vi è però da notare che la variazione dell'intensità orizzontale è sempre la
» più sensibile, e ordinariamente la calata del bifilare viene improvvisa dopo che
» alcuni giorni è andata salendo, sembra quasi che la scarica dell'aurora venga
» in seguito di una carica successiva nella quale l'intensità orizzontale va sempre
» aumentando ». Come facemmo notare nella prima comunicazione ciò avviene generalmente a mano a mano che va aumentando od il numero delle macchie, o l'estensione della superficie perturbata dopo un'epoca di calma relativa sulla superficie solare. « Finalmente, prosegue l'Egidi, nella compo-
» nente verticale e negli inclinometri l'aumento è spesso equivalente, cioè
» la variazione diurna è interrotta da oscillazioni che mostrano la tendenza
» all'aumento.
» Non vi è una bella aurora senza queste perturbazioni nei nostri stru-
» menti; ma avviene però che si abbiano non di rado tali perturbazioni,
» ed anche assai forti, senza che poi riceviamo notizia di alcuna aurora sia
» boreale sia australe. Tuttavia ciò non fa difficoltà: primieramente perchè
» non è raro il caso che l'apparizione aurorale sia velata dalla luce del
» giorno o del plenilunio; in secondo luogo perchè può avvenire o in ore
» od in luoghi che non sia osservata; finalmente perchè può essere anche
» stata osservata, senza che ce ne giunga la nuova se non dopo assai tempo ».
Fin quì l'Egidi.

Premesse queste considerazioni veniamo secondo l'usato all'esame dei sin-

---

(1) Studi sull'Aurora elettrica del 4 Febbrajo 1872. Memoria del P. Giovanni Egidi d. C. d. G., pag. 40 e 41.

goli periodi di attività sulla superficie solare nel decorso dell'anno 1872 e delle corrispondenti straordinarie perturbazioni magnetiche.

Dall'aspetto generale della curva de'massimi e minimi del numero giornaliero delle macchie e che pubblicammo nella 1ª comunicazione, apparisce un andamento ben più uniforme nelle diverse alternative che vengono a formare i vari periodi e non si scorge in quest'anno come nel precedente quell'onda maggiore che veniva a sovrapporsi alle minori dei singoli periodi. Ciò era un manifesto indizio della diminuita attività sulla superficie solare sebbene anche in quest'anno; perciò che riguarda il numero assoluto delle macchie, si ha una cifra pressochè uguale a quella del 1871 cioè di 292. Esaminando però i valori che esprimon le aree di superficie perturbata è notevole la diminuzione per questo anno 1872. Infatti, mentre nel 1871 all'epoca del massimo assoluto i valori della superficie perturbata superavano i duecento e i trecento millimetri quadrati giungendo perfino in un sol giorno a 383^{mmq}, in quest'anno una sol volta giunsero a 289^{mmq} ed un'altra a 214^{mmq}, ma d'ordinario i massimi assoluti si tennero ben più bassi superando rare volte i 120 o 130 millimetri quadrati.

Dal semplice aspetto della curva esprimente il numero delle macchie e delle loro alternative di massimi e minimi essa dividesi naturalmente in quindici principali periodi, non tenendo conto delle minori fluttuazioni di una o due macchie che formano come tante ondicelle minori sulle più grandi di ciascun periodo. Ora volendo ottenere la stessa divisione in periodi prendendo per limiti di ciascun periodo i due minimi corrispondenti al principio ed al fine di ciascuno di essi espressi in millimetri quadrati secondo la curva delle aree di superficie perturbata si ottiene appuntino lo stesso numero annuale di quindici principali periodi; cosicchè, come già notammo nelle precedenti comunicazioni, è indifferente il seguire l'uno e l'altro di questi due metodi, e soltanto in qualche caso particolare ed a spiegare qualche apparente anomalia si deve far ricorso alla curva delle aree anzichè a quella che esprime unicamente il numero delle macchie. Una piccola differenza si trova talora nei minimi rispetto al giorno, potendo una sola macchia quanto all'area corrispondere a parecchie più piccole, ma in generale sono concordi i due metodi.

Già fino dall'ultima decade del Dicembre del 1871 era venuta assai diminuendo l'attività sulla superficie solare tanto rispetto al numero delle macchie quanto rispetto al valore dell'area di superficie perturbata. I magneti eziandio vennero restringendo assai le loro escursioni e le perturbazioni an-

cora divennero assai mediocri. Questo stato di cose si mantenne per quasi tutte le due prime decadi del mese di Gennaio del 1872 col valore medio di 5 o 6 macchie sulla superficie solare senza esagerata escursione, cosicchè questo 1° periodo fu un periodo di assai debole attività e durò dall'1 al 15 Gennaio, se si consideri l'andamento dell'area di superficie perturbata, la quale non superò nel suo massimo i 77^{mmq} ed il giorno 2 era appena di 11^{mmq}, e di 31^{mmq} il giorno 15. Così trascorse il 1° periodo, nel quale si ebbe soltanto una mediocre perturbazione nel bifilare il giorno 7.

Il 2.° periodo corre dal 15 Gennaio al 20 Febbraio con un massimo principale dal 28 al 3 di Febbraio che fu seguito dalla magnifica aurora boreale del 4 non mai veduta a memoria d'uomo nelle nostre basse regioni, ed intorno alla quale tanto si studiò e si scrisse in quei giorni dagli scienziati. In questo periodo crebbe, relativamente alla precedente calma, l'attività sulla superficie solare, tanto per ciò che riguarda il numero assoluto delle macchie che giunse il 3 di Febbraio al numero di 11, quanto principalmente allo stato interno di attività nelle medesime come rilevasi chiaramente dalle osservazioni spettroscopiche che giornalmente venivansi facendo dal P. Secchi. Da queste pertanto rilevasi come verso la metà del mese di Gennaio l'orlo del sole tutto quanto era assai vivo ed a punte, e varie eruzioni tanto all'Est che all'Ovest mostravano la crescente attività del medesimo; a queste eruzioni secondo l'usato corrispondevano i gruppi e le macchie che nascevano o tramontavano, ed il 21 l'area di superficie perturbata era salita dai 31^{mmq} del giorno 15, a 160^{mmq} ed il gruppo (n.° 21) erasi assai sviluppato. Questo aumento di attività mentre era in sul diminuire fu accompagnato da una forte perturbazione magnetica nel bifilare il quale era dal 20 al 24 venuto salendo secondo il solito. Il 27 ricominciò più gagliarda l'attività con vive eruzioni corrispondenti ad un vasto gruppo (n.° 29) che comparsa il 28 si sviluppò grandemente ne'dì seguenti. L'area di superficie perturbata giunse il 28 a 171^{mmq} e si mantenne fino al giorno 3 di Febbraio oscillante fra i 131 e 156 millimetri quadrati (1). Intanto dopo la perturbazione del 25 il bifilare venne continuamente salendo ed aumentossi d'assai l'escursione diurna del verticale, così pure il numero delle macchie e dei gruppi era salito il giorno 3 Febbraio ad undici, valore relativamente assai grande e quel che è da notarsi ottenuto rapidissimamente in pochi giorni il che era indizio manifesto

(1) Come facemmo nelle precedenti comunicazioni, è da notarsi che il valore lineare di 1^{mm}, 08 equivale ad un raggio equatoriale terrestre cioè a 6377776 metri! Il disco solare adoperato in queste ricerche ha una superficie di millimetri quadrati 46352, 5.

della grande attività che erasi nuovamente manifestata sulla superficie solare dopo la relativa calma di circa 40 giorni.

Quand'ecco che nella sera del giorno 4 si ebbe lo stupendo spettacolo di un aurora polare tanto magnifica, quanto a memoria d'uomo non erasi da noi veduta. Riguardo alle osservazioni fatte sopra di essa, ai ragguagli che ne sono venuti di fuori, alla sua estensione grandissima, tanto che fu veduta nell'Emisfero australe all'isola *Mauritius*, all'isola della *Riunione* ed in *Australia*, con altre particolarità, non possiamo stenderci in questa memoria, e però rimettiamo i lettori a quanto fu di quei giorni stampato dai dotti. Da quanto però abbiamo detto fin quì intorno allo stato di attività sulla superficie solare apparisce manifestamente che lo spiegarsi che fece l'aurora in tutta la sua pompa che fu tra il 4 ed il 5 non coincide con un massimo d'attività nel sole la quale era di 94^{mmq} di area perturbata il 4 ed il 5 era di 76^{mmq} cioè ordinaria. Pur tuttavia essa seguì immediatamente parecchi giorni di attività più grande. Colpito da questo fatto il Ch. P. Egidi nella sullodata sua memoria intorno a questo fenomeno (pag. 51-52) soggiungeva: « donde possiamo conchiudere che quantunque in media a maggiore attività » solare rispondano più numerose e belle le aurore, pure ciò non si veri- » fica per l'attività giornaliera tale quale apparisce dalle protuberanze e » dal numero e grandezza delle macchie: il che forse può mostrare non es- » sere l'attività solare la causa immediata di tal fenomeno, nè per correnti » elettriche, nè per influsso che porti immediatamente nell'atmosfera la mo- » dificazione aurorale ». Fin quì egli.

Ora ci sia permesso di quì richiamare alla mente quanto dicemmo nelle precedenti comunicazioni intorno alla correlazione de'fenomeni solari e magnetici, e come apparisce dalla curva che li dimostra, che cioè siffatta correlazione non vuolsi prendere rigorosamente quanto alla data del giorno in tutti i casi (quantunque, come apparisce ancor dalla curva, ciò accada comunemente) sibbene vuolsi prendere approssimativamente; e che vi voglia un certo periodo di tempo per preparare in certo modo la perturbazione finale, il fatto è indubitato per centinaia di esempi, quantunque non se ne possa ancora assegnare la vera cagione. Anzi esaminando l'andamento del bifilare il quale col suo alzarsi successivo mostrava l'aumento e come la carica dell'intensità orizzontale magnetica, qual meraviglia che la sua *scarica*, ossia la repentina diminuzione della medesima accada appunto allorchè cessa la causa che avea prodotto quell'eccessivo aumento nella medesima, ossia quando già cominciava a diminuire l'attività sulla superficie solare? Nello

stato attuale della scienza sopra questa meteria non possiamo ancora definitivamente asserire se l'attività solare sia causa diretta o solo indiretta de'fenomeni magnetici, ma che da essa questi dipendano, il fatto è troppo manifesto da potersi porre menomamente in dubbio solo perchè non conoscasi il modo della loro azione. Ma di ciò tratterassi nuovamente al termine di queste ricerche.

Com'era dunque da aspettarsi, all'apparire dell'aurora e durante il grandioso fenomeno, veramente straordinaria fu la perturbazione in tutti i magneti e tanto estese furono le loro escursioni che uscirono tutti di scala compresovi il declinometro che pure e il più inerte. Il carattere inoltre della loro perturbazione fu manifestamente l'*aurorale* che abbiamo poco innanzi descritto, corrispondendo cioè alla calata del bifilare la salita del verticale. Fù poi sì forte questa *tempesta magnetica* che gli strumenti continuarono a risentirsene ancora per due giorni consecutivi sebbene si andassero disponendo a riprendere il loro stato normale. All' ampiezza poi della discesa corrispose, sebbene gradatamente, la salita del bifilare, e la sua escursione diurna veniva a formare una serie di onde minori che sovrapponevansi all'onda maggiore. Il verticale per opposito all'ampiezza della salita faceva corrispondere quella della discesa non senza varie fluttuazioni e spostamenti orari nell'ore tropiche; e solo il giorno 10 potè considerarsi come veramente normale.

A conferma del fin qui detto riproduciamo il quadro esprimente lo stato di attività sulla superficie solare, già pubblicato dal P. Egidi nella memoria sopraccitata, epperò scevro da ogni idea preconcetta intorno a questa materia.

Data		Macchie Superficie totale	Protuberanze Num°	Superficie	Facole Estensione in gradi
Gennaio	11	49·6	13	495	107°
	12	74·7	12	274	136
	13	55·8	17	475	109
	14	44·2	13	274	93
	15	60·4	21	546	80
	17	58·2	13	397	87
	18	37·0	..	...	...
	20	91·6	17	482	95
	21	116·1	13	398	93
	22	84·3	14	412	85
	23	51·0	..	...	...
	27	51·6	16	650	89
	28	85·5	..	...	...
	29	119·0	14	413	80
	30	104·2	15	445	40
	31	134·8	..	...	...
Febbraio	1	147·9	12	349	114
	2	138·2	11	278	92
	3	124·1	13	516	101
	4	93·4	13	500	97
	5	79·9	15	508	68
	6	113·5	15	376	73
	7	86·4	14	545	71
	8	95·5	..	...	...
	11	208·5	..	...	...
	12	102·7	13	435	39
	13	78·2	..	...	...
	14	38·9	5	162	50
	16	41·0	13	408	72

Da quest'epoca fino al giorno 20 andò successivamente diminuendo ed il numero delle macchie e la superficie perturbata, le eruzioni però corrispondenti alle varie macchie furono assai vive e variate specialmente il 17 ed il 20. In questo dì si ebbe una forte perturbazione anch'essa di carattere aurorale, l'escursione del bifilare però non superò le 25 divisioni, e le 15 quella del verticale. Questa perturbazione corrisponde al minimo nella curva delle macchie e la quantità di area perturbata non era che di 25^{mmq}. Sarebbe del genere di quelle che abbiamo chiamato come di ristabilimento di equilibrio magnetico, se pure non fu connessa con una grande macchia che ne'dì seguenti divenne un gruppo esteso (n.° 47) e che andò assai crescendo e cangiando forme, indizio della sua grande attività interiore. E così si chiuse il 2.° periodo che fu assai singolare pel fatto della grande aurora elettrica colla quale per dir così si chiuse il massimo del periodo decennale o undecennale del 1871.

Il 3.° periodo si estende dal 20 Febbraio al 14 Marzo considerando i valori dell'area perturbata, ovvero l'11 prendendo il numero delle macchie. Dal minimo del giorno 20 che fu di 25^{mmq} al massimo di questo periodo fu rapidissimo il passaggio, sia che si consideri l'aumento nel numero delle macchie che salirono da 4 a 9, sia che si consideri specialmente l'area di superficie perturbata la quale il 24 era di 127^{mmq}, il 26 di 196^{mmq}; il 28 di 217^{mmq}, che fu il massimo assoluto di questo breve periodo. Fu questo l'effetto del passaggio di due vasti gruppi (nn. 47 e 52) sopra il disco solare i quali furono accompagnati da vive eruzioni e che nei loro strani cangiamenti di forma mostravano una grandissima attività nel loro interno. Ed ecco che il giorno 2 si ebbe una fortissima perturbazione magnetica anch'essa di carattere aurorale ed essendo accaduta di giorno si manifestò unicamente dall'aspetto del cielo il quale era tutto messo a cirri aurorali caratteristici. È questo a cagion d'esempio il caso d'un'aurora boreale evidentissima, della quale però non si danno notizie appunto perchè inosservata. Grande però era stata l'agitazione nei magneti ancor ne'dì precedenti e specialmente il 23 Febbraio si ebbe una discreta perturbazione dello stesso carattere. A mano a mano però che si andavano accostando all'orlo ovest i due sopraddetti gruppi sia per l'effetto della prospettiva sia per la diminuita attività, dal giorno 1.° di Marzo in cui si avevano 100^{mmq} di superficie perturbata, questa venne rapidamente diminuendo, tanto che il 5 era ridotta a 28^{mmq}, l'11 a 12^{mmq} ed il 14 a soli 4^{mmq}, non essendovi sul sole che 6 piccoli pori o punti di nessuna importanza. Essendo però dopo la forte perturbazione del 2 salito oltre misura il bifilare,

piuttosto ristretto nella sua escursione diurna, ne'giorni 7 ed 8 divenne esagerato e calante di 23 divisioni e tanto esso quanto il verticale furono assai irregolari e più o meno perturbati fino al giorno 11. Questa perturbazione corrispose al 2.° minimo di questo periodo secondo il consueto.

Il 4.° periodo va dai 14 Marzo fino ai 10 di Aprile, considerando ed il numero delle macchie e quello che esprime l'area di superficie perturbata. Il suo massimo principale si ebbe il giorno 29 con 150^{mmq} di superficie perturbata ed il 2.° minimo al suo termine, cioè agli 8 Aprile con 31^{mmq}. Questo periodo fu cagionato per la massima parte dal ritorno delle principali macchie del periodo precedente e conseguentemente fu minore in esso l'intensità delle perturbazioni magnetiche. Pur tuttavia dal 14 al 22 il numero delle macchie salì da 2 a 10, fra le quali molte nuove col ritorno di due nucleari del periodo precedente con viva eruzione sopra una di esse il 19, giorni in cui i magneti cominciarono a perturbarsi e continuò la perturbazione ne'dì segnenti a mano a mano che andava crescendo l'area di superficie perturbata. Da quest'epoca fino alla fine del mese i magneti divennero esagerati ma specialmente larghissimo divenne il verticale ed irregolarissimo il bifilare. Il 28 era salita a 130^{mmq} l'area di superficie perturbata il barometro saliva con giornata bellissima e vento regolare dopo la forte depressione de'giorni innanzi, e si ebbe una forte perturbazione magnetica specialmente nel declinometro e nel verticale che furono assai esagerati ma restando nelle ore tropiche. Il verticale ebbe l'escursione diurna di 25 divisioni e di 15 fù quella del declinometro. Un'aurora boreale fu vista la sera del 29 a Pietroburgo continuando sempre l'esagerazione nei magneti. Da quest' epoca fino àgli otto di Aprile andò successivamente diminuendo l'area di superficie perturbata principalmente per effetto di prospettiva, il numero delle macchie però non discese come ne'periodi precedenti e continuarono le eruzioni ed i getti vivissimi ai due orli del sole indizio che l'attività proseguiva. Il giorno 10 poi tre gruppi apparvero improvvisamente sul sole, forse formatisi il dì precedente in cui non potè farsi l'osservazione pel cielo coperto, due di essi nel centro ed il terzo presso l'orlo ovèst. Dai cangiamenti di forma e dal loro aumentare ne'dì seguenti appariva manifesta la grande attività interiore dei medesimi che dovea per certo essere accompagnata da vive eruzioni, che duravano presso del loro tramonto il giorno 16, ed ecco che il giorno 10 si ebbe una fortissima e veramente straordinaria perturbazione magnetica, sebbene ne'dì precedenti e specialmente i giorni 1, 3 e 9, i magneti fossero più o meno perturbati. Questa fu di carattere decisamente aurorale, e l'ampiezza

dell'escursione nel bifilare fu di 66 divisioni e di 24 quella del verticale. Per questi stessi giorni leggonsi nel Bullettino internazionale di Parigi gli annunzi delle corrispondenti aurore boreali; il giorno 1 ad Alessandria e Volpeglino, il 3 a Moncalieri, il 9 e il 10 luce aurorale a Moncalieri e grande aurora polare al Nord dell'Europa in Francia. L' 11 seguita la forte perturbazione con aurora boreale a Pietroburgo.

E quì cade opportuno il notare come quantunque dall'aspetto della curva delle macchie e delle aree apparisca una diminuzione nell'attività apparente del sole pure essa continuava in realtà, e manifestavasi dall' ampie escursioni de' magneti e dalle perturbazioni che assai forti proseguirono nella 2ª decade accompagnate dalle aurore boreali.

Con queste pertanto incomincia il 5º periodo che si estende fino ai 12 del mese di Maggio e fu esso pure un periodo di discreta attività sulla superficie solare. In esso e nei seguenti non si veggono più quelle grandi alternative nel numero delle macchie che osservansi nell' anno precedente, sibbene vi si scorge una maggiore regolarità, ed i soprassalti che pur vi sono distano fra di loro a brevissimi intervalli. Indizio si è questo che le macchie si vennero a distribuire con maggiore uniformità tutto all' intorno sul disco solare mentre in addietro trovavansi aggruppate piuttosto sopra un emisfero che sopra l'altro. Egli è perciò, come rilevasi dalla curva, che le perturbazioni straordinarie non vengono a collocarsi con eguale esattezza come per l'innanzi avveniva all'epoca delle grandi alternative, pur nondimeno esse accadono generalmente all'epoca dei diversi gradi d'intensità sia nel numero relativo delle macchie sia in quello dell'area di superficie perturbata. Venendo pertanto ad alcuni particolari, come dicemmo, collo svilupparsi dei nuovi gruppi e la perturbazione del 10 proseguirono i magneti ad essere esagerati e forti perturbazioni si ebbero il 15, 16, e 17 essendo salita l'area di superficie perturbata dai 31^{mmq} del giorno 8, a 116^{mmq} il 16, mantenendosi fino al 30 sempre superiore a questo valore col massimo di 141^{mmq} il giorno 26. Questa costanza nell'aumentata attività manifestossi nell'aumento dell'escursione diurna nei magneti, ma singolarmente nel verticale il quale per tutto il mese oscillò fra le 15 e le 20 divisioni di escursione ogni giorno. Il bifilare non fu assai esagerato però si mantenne assai alto per tutto questo periodo, indizio dell'aumento nell'intensità orizzontale della forza magnetica. Per questo stesso periodo si osservarono dal Ch. P. Secchi continui getti e continue eruzioni per ogni macchia al suo nascere o tramontare, come sempre suole avvenire, confermandosi così sempre più l'intimo legame di connessione

e dipendenza fra questi fenomeni. Il giorno 30 col tramontare dei maggiori gruppi l'area di superficie perturbata discese da 118^{mmq} del 28 a soli 56^{mmq}; però il giorno 2 di Maggio era già risalita a 108^{mmq} ed il 3 a 122^{mmq}. Assai vive eruzioni si manifestarono sui due lembi orientale ed occidentale del sole in relazione delle grandi macchie nucleari che rinascevano o tramontavano ed i magneti continuavano ad essere larghi, con leggera perturbazione il 4 e 5 e fortemente perturbati dal 7 al 10 pel passaggio di grandi macchie nucleari con vive eruzioni, mantenendosi l'area di superficie perturbata in tutto questo periodo fra i 107 ed il 132 millimetri quadrati. Il giorno 7 erano 5 le macchie nucleari assai belle. Dal 7 al 10 nelle successive perturbazioni il bifilare discese di 28 divisioni ed il 9 l'escursione diurna del verticale fu di 25 divisioni. La sera del 9 nel Nord dell' Italia fu veduta l'aurora boreale. La perturbazione durò ancora l'11 ed il 12 ed un poco ancora anche il 13 cioè fino al terminare del periodo. Il minimo del 12, fu di 60^{mmq} con 6 macchie nucleari sul sole.

Il 6.° periodo si estende da quest'epoca fino ai 4 di Giugno, ed in esso fu continua l'attività solare essendoci sempre sul sole or sette or nove macchie e tutte in gran movimento all'intorno con vive eruzioni che le accompagnavano, quindi è che il bifilare andò sempre alzandosi dal 12 al 21, ed in pari tempo erano larghi il declinometro e il verticale. Il giorno 22 poi si ebbe una stranissima perturbazione generale ne'magneti e da questo giorno fino al 30 sono state più o meno perturbate le oscillazioni diurne degli strumenti. L'aspetto delle perturbazioni era manifestamente di carattere aurorale epperò il ch. P. Egidi conchiudeva la sua rivista di questo mese dicendo: « non può essere a meno che non vi sia stata qualche aurora elettrica, ma non ne abbiamo avute ancora informazioni ». Ed infatti le informazioni giunsero, tanto che io, ritornato allora all' osservatorio dopo quattro anni di assenza, cominciava così la rivista meteorologica e magnetica del mese di Giugno del 1872: « A complemento della rivista dello scorso mese facciamo osservare come le forti perturbazioni magnetiche che accaddero nell' ultima decade del medesimo furono accompagnate da fenomeni aurorali e ricevemmo dal Ch. P. Denza una bella lista dei medesimi dalle quali rilevasi che durante la fortissima perturbazione del 22 che proseguì il 23 e si estese fino a Parigi e Lisbona si vide il cielo rossiccio e fosforescente a Mondovì. Ne'giorni susseguenti poi, ne' quali gli strumenti furono più o meno perturbati si ebbe il 25 la luce aurorale a Messina, con grande alone solare ad Aosta e Moncalieri; il 27 una luce aurorale a Vicenza; ed a Genova, il

29 luce aurorale a Vicenza e a Volpeglino con aloni solari e parelii a Torino e a Moncalieri. Il massimo di questo periodo si ebbe il 1° di Giugno con 119^{mmq} di superficie perturbata e tre gruppi estesi sul sole con altre quattro macchie minori. Il 2 Giugno formaronsi tre nuove macchie all'Est due delle quali improvvise mentre tramontavano le precedenti. Nel pomeriggio pertanto e nella notte del 3 cominciò una fortissima perturbazione magnetica notata ancora a Parigi con chiarore aurorale all'Est di Stockolm accompagnata da forti pioggie nella notte. Al mattino del dì seguente risale il barometro ma continua la perturbazione la quale durò fino al mattino del 5. Questa perturbazione oltre alla zona burrascosa che dal SE al NO attraversò l'Europa fu accompagnata nelle due sere del 4 e 5 da un'aurora boreale veduta a Parigi ».

Quello però che vi è di singolare in questa perturbazione si è che essa agì ancora sugli strumenti magnetici dell' osservatorio del Collegio di Belen della nostra Compagnia all'Habano nell'isola di Cuba la di cui latitudine è di 23° 8′ 14″, 5 al Nord e la sua longitudine è di 6^h 19^m 23^s, 1 all'ovest del meridiano del Collegio Romano. Ivi l'escursione del bifilare fu alquanto minore ed il suo minimo accadde il 3 circa alle 6^h pom. del tempo locale cioè a dire circa un 20 minuti dopo il mezzodì in tempo locale di Roma, quando cioè cominciava da noi la discesa del bifilare che ebbe il suo minimo assoluto al mattino del giorno 4. Questo fatto, dietro ciò che abbiamo veduto intorno alla coincidenza colle perturbazioni dell'Australia non ci reca più meraviglia ma non cessa per questo di essere meno importante a sempre maggiore conferma di quanto abbiamo detto nelle precedenti comunicazioni.

Cominciando da quest'epoca la pubblicazione delle curve magnetiche e meteorologiche di quell'Osservatorio che possiede il meteorografo del Ch. P. Secchi e ne ha pubblicate le curve grafiche, ne'seguenti periodi prenderemo ad esame le singole perturbazioni avvenute colà in correlazione colle nostre; il perchè quì faremo punto, per non essere di soverchio prolissi, e nella seguente comunicazione daremo il seguito de'fenomeni solari e magnetici per quest'anno 1872 e di quelli del 1873 nel quale sensibilmente viene diminuendo l'attività solare insieme e magnetica, dal che sempre più apparirà manifesta la intima connessione di questi fenomeni, ancora per brevi intervalli, se pur non bastassero a provarlo i fatti che abbiamo esposto finora.

DEL LIMITE DELLA VISIBILITA' NEL MICROSCOPIO

MEMORIA

DEL SIG. CONTE ABATE FRANCESCO CASTRACANE

Nella pratica del microscopio, che da non pochi anni vado impiegando allo studio delle Diatomee, e delle loro delicatissime strie, più volte giunse a mia notizia, che dai fisici i più distinti e della maggiore autorità si riguardasse teoricamente vano l'attendere e impossibile l'ottenere dal microscopio la risoluzione di taluni dettagli strutturali nelle Diatomee stesse, i quali rimanevano a sfidare l'abilità dei migliori costruttori, e la paziente e solerte industria degli osservatori. Però, essendo io del numero di questi, e nello adoperarmi a ritrarre a mezzo della fotografia i più delicati organismi e tutte quelle delicatissime Diatomee, le quali in ragione dei loro minimi dettagli vengono adoperate come *tests*, mi dovetti avvedere di tempo in tempo, che le pretese Colonne di Ercole avevano pure ad ogni tanto da venire spostate più lontano; e di ciò ebbi prova nel principio del 1869, quando avendo avuto a gentile prestito dal Sig. Giorgio Normann uno dei prodigiosi vetri di Nobert, presentante trenta gruppi o fasci di linee parallele da più in più dense, fino a portare la divisione del millimetro diviso in 3544 parti, ad onta che fino a quell'epoca il trentesimo gruppo fosse universalmente riguardato irrisolvibile, e realmente fosse irrisoluto, pure a grande mia soddisfazione mi fu dato distinguere separate e discriminare quelle quasi impercettibili strie. Mi trovavo esitante e dubbioso in tale apparente disaccordo fra le viste teoriche dei fisici di maggiore autorità ed il risultato della mia esperienza, cosicchè rimanevo anzioso di leggere e meditare l'esposizione di quelle teorie, per riconoscere se realmente si pretendesse da quelle dichiarare impossibile, quanto la pratica fosse al caso di vittoriosamente dimostrare positivamente ottenuto, risultando provata la necessità ineluttabile di modificarle. Ci giunse pertanto opportunissimo nello scorso marzo il fascicolo LXXXVII del *Monthly Microscopical Journal*, nel quale viene riportato il discorso presidenziale dell' illustre micrografo Sig. Sorby, noto specialmente per i suoi lavori sull'applicazione dell'analisi spettrale alle ricerche microscopiche. In quello con ottimo intendimento prendesi a trattare della relazione fra il limite della forza del microscopio e l'ultima molecola della materia organica e della inorganica. Ap-

parirà a ciascuno quanto un tale argomento sia interessante, e come sia eminentemente filosofico, assegnando esso il giusto valore alle deduzioni, che in ogni ramo di storia naturale possono trarsi delle osservazioni microscopiche. In pari tempo con il maggior mio vantaggio io mi vedevo riportato dalla più competente autorità, il sunto della teoria emessa dall'eminente fisico professore Helmoltz, nella quale si ha la dimostrazione fino al giorno d'oggi meglio escogitata di quanto attualmente può dirsi, ed è riconosciuto per ultimo limite del microscopio. L'essermi io da lungo tempo adoperato nel richiedere a quel prezioso istrumento di osservazione quanto più se ne poteva attendere, e (dirò ancora), l'averne io ottenuto non pochi belli risultati, mi hanno persuaso della opportunità di trattare l'argomento con riassumere le idee dei Sigg. Sorby ed Helmoltz, aggiungendovi quanto mi ha dato l'esperienza, e ciò non ad altro scopo che di sottoporre il tutto al giudizio di quelle somme autorità, non che a quanti altri si occupano del microscopio e delle leggi fisiche della luce; rimettendo al loro supremo giudizio il riconoscere se da quanto finora abbiamo possa ritenersi che il microscopio abbia detto la sua ultima parola, e se la ricevuta teoria non debba essere ancora rivista, e in qualche punto modificata.

In altra occasione io parlai del limite della visibilità per i minutissimi oggetti, e ricordai come sia sentenza dei migliori moderni fisiologi che il limite subjettivo di quella, ossia quel limite, il quale viene determinato dalla facoltà di percezione per parte della retina dell'occhio dipende dalla maggiore o minore dimensione dei bastoncelli, ossia dei così detti coni percipienti, i quali con la loro fronte l'uno all'altro appressata costituiscono la superficie della retina, cosicchè intanto un oggetto, o una forma qualunque può essere percepita dalla retina, in quanto che l'oggetto stesso sia di tale dimensione, che l'immaginetta, la quale viene a formarsi per l'incrociamento dei raggi a traverso la lente dell'occhio, possa simultaneamente colpire almeno due dei suddetti bastoncelli, o coni, o elementi percipienti, che si vogliano dire. In quella occasione riferii ancora, come l'esperienza avesse dimostrato, che il limite della visibilità per parte dell'occhio di persona sana, e dotata di buona vista normale siasi determinato dal ch. professore Thury di Ginevra a $\frac{1}{10}$ di millimetro, benchè io abbia sperimentalmente riconosciuto come questo limite in me sia notevolmente più spinto, avendo provato che posso arrivare a distinguere l'intervallo fra due linee distanti tra loro $\frac{6}{100}$ di millimetro. Ma che che ne sia della teoria fisiologica della percezione delle immagini per parte dell'occhio disponente semplicemente della sua naturale facoltà, noi abbiamo da ri-

portare la nostra attenzione alla visione degli oggetti minimi, in quanto questa può ottenersi dal nostro organo visivo con il potente aiuto del microscopio. Sotto tale riguardo, quando l'oggetto venga osservato (come il più spesso accade) a luce trasmessa, ossia per trasparenza, intanto un oggetto può rimanere visibile (come ottimamente definisce il Sorby) in quanto che esso, o assorbe abbastanza dell'istessa luce da fare che vi sia un tale contrasto con il campo generale, perchè l'occhio lo riconosca, o esso deve essere di tale forma e di tale potere rifrangente in relazione al circostante mezzo da curvare i raggi della luce, che passano presso il contorno, fuori della direzione del fascio trasmesso, per modo da dare origine ad un sufficiente definito oscuro profilo.

Ma nel parlare del limite della visibilità nell'uso del microscopio abbiamo da supporre, che l'oggetto sia di per sè stesso visibile, se pure non venga da fonte esterna ostacolo alcuno alla sua percezione; quindi non intendiamo occuparci del lato fisiologico della questione, ma semplicemente della parte istrumentale. Però in tale ricerca noi profitteremo della valevole scorta dell'illustre micrografo Sig. Sorby, e di quella del ch. Professore Helmoltz, la cui autorità in simile materia è da tutti riconosciuta come la più competente. Questi a buon diritto osserva, che la visibilità di un minimo oggetto il più spesso non dipende tanto dalla sua dimensione quanto dalla suscettibilità dell'occhio ad apprezzare la minima differenza nella intensità della luce. Se questo si riconosce sempre vero, lo è poi in particolar modo quando l'oggetto è osservato per trasparenza a luce diretta e trasmessa. Così non v'è chi ignori quanto riesca meno sensibile il dettaglio strutturale di un *Pleurosigma angulatum* preparato al balsamo di Canadà, di quello che quando (come il più spesso si usa) è preparato a secco. Nell'un caso e nell'altro la visione si fa per il diverso grado di deviazione dei raggi luminosi nel traversare uno strato che a luogo a luogo presenta uno strato di diversa spessezza, e di diverso potere refrangente. Quindi è che essendo tanto più lontano l'indice di rifrazione della silice da quello dell'aria che non lo sia l'indice della materia silicea (della quale consta la valva di quella Diatomea) da quello del balsamo di Canadà, rimane facile l'intendere come ne risulti notevolmente più agevole lo scorgere nettamente i minimi dettagli alla superficie delle valve di Diatomee preparate a secco ed in cellula vuota, di quello che quando le stesse ritrovinsi immerse ed incorporate in uno strato di balsamo. Avevo pertanto ben ragione io, quando ad apprezzare la bontà di un microscopio consigliavo dare la preferenza alle valve di Diatomee immerse nel balsamo, come per l'appunto è della così detta *test-plate* di Möller, nella quale trovansi disposte in una linea

venti diverse Diatomee scelte a rappresentare in serie i diversi gradi di difficoltà, che vengono presentati dai minutissimi elementi strutturali delle Diatomee. Così pure non raramente avviene a chi si occupa in osservazioni microscopiche molto delicate, e specialmente a chi si adopera nelle ricerche delle finissime forme saline delle Diatomee, che talvolta, quanto sulle prime non si scorse, riconoscesi ad un momento dopo fedelmente spiegato innanzi gli occhi. Questo non di rado accade nell'esame di raccolte marine, specialmente con le lievissime valve degli *Asterolampra* ed *Asteromphalos*, e *Ryzosolenia*, e con le tenuissime forme dei *Chetoeros* e dei *Bacteriastrum*, e ciò per l'estrema esilità e conseguente trasparenza di quelle, che conglutinate nello strato resinoso del balsamo appena fanno deviare i raggi trasmessi che le illuminano, così che l'impressione risultante dall'immagine dell'oggetto nella retina dell' occhio è appena sensibile. Questo poi in particolar modo mi avvenne quando io tentai ottenere la risoluzione delle linee negli estremi gruppi del *test* di Nobert. Quando la difficoltà di risoluzione sentivasi enormemente aumentata dalla estrema finezza degli ultimi fasci di quelle portentose strie, spesso mi si affacciava il sentimento della sfiducia, e dello scoramento in sormontare l'enorme difficoltà, ritenendo impari a quella i mezzi artificiali e naturali, dei quali disponevo. Nel riposare la vista con la disposizione di spirito di uno, che a suo marcio dispetto sente di non potere vincere una difficoltà, riportando pure di nuovo il mio occhio al microscopio, quale non fu la mia maraviglia e gratissima sorpresa nel vedere, che senza avere più oltre modificato la luce e la distanza focale, il mio occhio era colpito dalla immagine di quelle minutissime linee , che prima non arrivai ad onta di qualunque sforzo, a vedere disperandone interamente. E questo servirà a dimostrare quanto relazione e influenza abbia pure nelle più difficili prove del microscopio la parte subbiettiva dell'osservatore non solo per la capacità organica e strutturale del suo occhio, alla quale già si fece allusione, ma ancora e forse più per la educazione dell'occhio, ad ottenere la capacità a percepire alcune minime differenze di luce e di ombre, le quali contribuiscono alla formazione della immagine e dei suoi minimi dettagli; la quale educazione si acquista penosamente con l'esercizio, mediante lo stato di sanità dell'occhio, e la condizione di relativo vigore dell'organo visivo, eccitato da lavoro moderato, e non oppresso da eccessiva fatica.

Tutto questo, per quanto grandemente influisca nelle ricerche più delicate, e nelle estreme prove del microscopio, può troppo difficilmente essere tenuto a calcolo, come quello che enormemente si complica in ragione dei molti fat-

tori che vi influiscono; e più in ragione del diverso grado, secondo il quale quella influenza viene esercitata da ciascuno in ogni caso particolare. Meno ribelle ad una adeguata calcolazione riescirà il lato strumentale della questione, come quello che può essere ad ogni istante controllato dalle leggi fisiche, e in particolar modo da quelle dell'ottica. Ed è di questo per l'appunto che in più special modo si occuparono l'Helmoltz, e il Sorby studiandosi di determinare per mezzo dell'applicazione delle leggi fisiche e della Diottrica quale sia l'ultimo limite possibile del potere risolvente nel microscopio. Quando si sottopone all'istromento un oggetto, o forma qualunque da illuminare per trasparenza, noi vediamo nel lucido campo di quello che è rischiarato dai raggi riflessi dello specchio disegnarsi la figura dell'oggetto per mezzo della parziale minorazione della luce, che più o meno viene assorbita dall'oggetto stesso in ragione della sostanza, della quale consta, e in relazione della sua spessezza, densità, trasparenza e colore, così che la luce viene nel suo tragitto parzialmente assorbita, e l'immagine risultante corrisponde esattamente alla forma dell'oggetto, rappresentandolo con una immagine oscura in campo chiaro, e dicesi *immagine di assorbimento*. Se poi l'oggetto, che si è preso ad esaminare a mezzo del microscopio, vada distinto nella sua superficie da minime particelle strutturali, come accade delle valve delle Diatomee, e delle plumule o squamme di taluni insetti, la facoltà per la quale il microscopio mette l'osservatore in condizione di distinguere e discriminare quelle minime particelle l'una dall'altra è detta *forza di risoluzione*, e *risolvere* dicesi l'apprezziazione che si fa degli intervalli che li dividono, e tale atto ci dà la certa nozione della individualità reale di ciascun punto o granulo, e di ciascuna stria o linea.

Secondo il professore Helmoltz la *forza di risoluzione* nel microscopio, vale a dire la discriminazione delle minime particelle strutturali, che ad eguali minimi intervalli presentansi in una data superficie di oggetto sottoposto all'esame di detto istrumento, ha il suo limite, il quale viene determinato dalla interferenza dei raggi, che illuminano attraversando l'oggetto stesso. Un pennello di luce o un fascio di raggi, il quale nel suo tragitto incontra un ostacolo, è costretto deviare dal suo cammino nella parte, che non viene respinta e riflessa indietro, e questo ne determina la decomposizione, la quale viene espressa dalla presenza di talune frange, ossia dal succedersi a minime distanze di linee alternativamente oscure e lucide, le quali sono la ripetizione di quelle linee o profilo, che determinò la deviazione di raggi dalla primiera direzione. Se gli spazi o intervalli fra queste così dette *frange di interferenza*,

siano a tale distanza da far collimare le linee lucide con ogni serie di punti, e con ciascuna stria dell' oggetto in esame in modo da sovrapporre esattamente, è evidente che in tale caso la serie di punti, e le strie ne rimarranno obliterate, e il microscopio per quanto possa essere eccellente e perfetto, e qualunque pure sia l'abilità dell'osservatore, non arriverà mai a rivelare la presenza di quei minimi dettagli. Partendo da questo dato l'illustre professore, stabilito prima come il limite di vera e distinta visione dipende dall' angolo di divergenza della luce che entra nell'obbiettivo del microscopio, e dalla larghezza dell'onda luminosa, esprime la teoria nella seguente formola algebrica, chiamando

δ = la distanza delle linee o punti
α = l'angolo di divergenza
λ = la larghezza dell'onda luminosa,

quindi stabilisce la seguente equazione, la quale dovrà esprimere l'ultimo limite della visione nel microscopio, ossia il limite della sua forza di risoluzione

$$\delta = \frac{\lambda}{2 \operatorname{sen} \alpha}.$$

Da questa equazione chiaramente risulta quanto nell'uso del microscopio sia l'importanza dell'ampiezza dell'angolo di apertura dell'obiettivo, mentre « *l'an-* » *golo di divergenza*, come bene definisce il Sorby, *è equivalente ad una* » *metà del vero angolo di apertura, quando sia illuminato da un egualmente* » *largo pennello di luce* ». Però è noto a tutti gli ottici pratici quanta sia la difficoltà tecnica in combinare un obiettivo della massima possibile apertura angolare, la quale deve sempre essere proporzionale alla lunghezza focale del medesimo obiettivo. Nè questo basta a limitare il potere risolvente del microscopio, il quale, oltre che viene limitato dalle condizioni fisiche della luce e dalla divergenza del fascio dei raggi illuminatori, dipende ancora naturalmente dal migliore aggiustamento focale, e dalla perfetta correzione delle lenti, le quali condizioni dalla formula di Helmoltz vengono supposte *teoricamente ed assolutamente perfette*.

Nell' applicare pertanto la formola di Helmoltz per determinare il limite della visibilità nel microscopio, ossia la minima dimensione percettibile degli intervalli eguali esistenti fra le diverse serie di punti, o le diverse linee o strie, che distinguono la superficie di qualsiasi oggetto da esaminare con il potente aiuto di perfetto microscopio, il ch. sig. Sorby nel citato suo discorso presidenziale indirizzato alla reale società microscopica di Londra indica la

larghezza dell'onda luminosa dei raggi estremi e medio dello spettro in frazione di pollice inglese, come appresso :

Per il raggio rosso estremo . . . . . . $\frac{1}{37850}$

Per il raggio di mezzo . . . . $\frac{1}{46180}$

Per il raggio violetto estremo . . . . $\frac{1}{60470}$

ed in pari tempo dà una tabella da esso calcolata per diversi angoli di divergenza notevolmente differenti tra loro, la quale tabella indica approssimativamente i limiti di divergenza dei diversi raggi, che possono essere ammessi da obiettivi, i quali però non siano ad immersione. Ecco la suindicata tabella a frazioni di pollice inglese; la quale tabella per maggiore facilità è stata espressa in numeri rotondi i più prossimi a quelli dati realmente dal calcolo

	60°	97°	120°	150°	180°
Raggio rosso estremo	$\frac{1}{87000}$	$\frac{1}{55000}$	$\frac{1}{64000}$	$\frac{1}{71000}$	$\frac{1}{74000}$
Raggio di mezzo	$\frac{1}{46000}$	$\frac{1}{69000}$	$\frac{1}{80000}$	$\frac{1}{89000}$	$\frac{1}{92000}$
Raggio violetto estremo	$\frac{1}{60000}$	$\frac{1}{90000}$	$\frac{1}{504000}$	$\frac{1}{116000}$	$\frac{1}{120000}$

Il ch. Autore avverte, che la suddetta tabella è calcolata per obbiettivi a secco, mentre per quelli costruiti sul principio della immersione è provato, che ad eguale apertura angolare hanno il loro limite circa ai tre quarti delle suaccennate grandezze; valé a dire, che a pari apertura l'obiettivo ad immersione può arrivare a distinguere degli intervalli di tre quarti più piccoli dei minimi distinguibili con un obiettivo a secco. E questo desidero si tenga bene in mente, dovendo in appresso presentarsi occasione di doverlo ricordare, e di dedurne qualche conseguenza. Naturalmente l'ingrandimento del microscopio da adoperarsi nella risoluzione di quelle minime particelle dovrà essere in rapporto della loro picciolezza, adoperando i maggiori ingrandimenti con gli estremi minimi dettagli; però si dovrà per altra parte ricordare, che l'impiego delle maggiori amplificazioni con particolarità strutturali non tanto minute, riesce meno opportuno, implicando all'aumento delle dimensioni delle immagini dei dettagli l'esagerazione ancora dei difetti di quelle immagini.

Le maggiori aperture angolari formano il pregio e la prima qualità più imperiosamente reclamata a risolvere e definire le serie di punti o le linee, che a minimi intervalli si succedono alla superficie di taluni oggetti, come

le valve delle Diatomee, quantunque gli obbiettivi dotati di così grande apertura angolare possano riescire (e di frequente realmente riescano) men buoni nell'esame di altre specie di organismi. Ma la qualità della migliore definizione in un dato sistema di lenti dipende non meno da altre circostanze, mentre, oltre all'influenza disturbante che può avere origine dai fenomeni d'interferenza dipendenti dalla natura della luce, abbiamo di sopra ricordato quanto grande parte abbia nel risultato la capacità naturale e l'acquisita dell'occhio dell'osservatore, e quanto dipenda ancora dalla perfetta disposizione e manifattura dell'istrumento. Per le quali considerazioni a buon diritto il Sorby per procedere a concretare qualche conclusione astrae dalla capacità dell'organo visivo dell'osservatore, e dalla sua pratica abilità, e suppone avere per le mani un microscopio *teoricamente perfetto*. Partendosi pertanto da tal punto di vista esso stabilisce, che un obbiettivo a secco non potrà mai arrivare a rendere visibili degli intervalli minori di $\frac{1}{80000}$ di pollice, il che equivale approssimativamente a $\frac{1}{3200}$ di millimetro. E seguitando ad applicare i dati della tabella riportata di sopra, il ch. Autore fa vedere, che le frange dovute al raggio estremo rosso impedirebbero la percezione degli intervalli, che misurassero $\frac{1}{94000}$, come quelli di $\frac{1}{94000}$ non potrebbero essere resi visibili dal raggio più luminoso dello spettro, che è quello di mezzo, e solamente l'uso se fosse possibile del raggio violetto estremo potrebbe lasciare distinguere linee distanti l'una dall'altra di $\frac{1}{110000}$, mentre le più brevi onde di questo raggio oblitererebbero quegli intervalli, che misurassero $\frac{1}{120000}$ di pollice.

Tale è la teoria del limite della visione microscopica, nel caso però che si tratti non della visione di un solo punto isolato, ma bensì allora che si richieda dall'esame microscopico la percezione certa e netta di serie di punti o della successione di strie o linee eccessivamente ravvicinate. Le speculative dottrine del professore Helmoltz vennero per tal modo riassunte e confermate dalla competentissima autorità del sig. Sorby. Sarei pertanto troppo temerario, se io oscuro e modesto micrografo osassi entrare in simili discussioni teoriche con scienziati di tanta rinomanza. Però la lunga pratica del microscopio acquistata nell'adoperare quell'istrumento di osservazione nello studio di quelli organismi, i quali per eccellenza ne richiedono le più efficaci combinazioni, credo possa autorizzarmi a portare in mezzo il risultato della mia esperienza, e ciò non ad altro scopo che di assoggettare il tutto al giudizio di quei sommi, affinchè riconoscano se l'esperienza realmente conferma l'esposta teoria, o se invece non debbasi riconoscere la necessità di qualche modificazione alla teoria stessa, cosicchè si debba ritenere, che anche allo stato in cui si trova,

il microscopio non abbia ancora detto la sua ultima parola. E difatti, la necessità di confrontare la teoria con la pratica fu spontaneamente riconosciuta dal sig. Sorby, il quale su la testimonianza di Helmoltz ci riferisce come Dippel abbia da reiterate esperienze trovato che il limite della vera risoluzione delle strie di Nobert si arresti al $\frac{1}{90000}$, il che precisamente sarebbe dentro i limiti di visione del raggio di mezzo dello spettro con la più grande apertura angolare. Oltre di questo l'illustre professore tedesco spiegherebbe come Stinde abbia potuto ritrarre in un fotogramma della *Surirella Gemma* delle linee, le quali si dicono essere ad intervalli di $\frac{1}{100000}$ di pollice nel riflesso che, come nella fotografia il raggio attivo è l'estremo violetto dello spettro, nel quale ha luogo il massimo attinismo, questo raggio avendo l'onda più breve, ne consegue che precisamente quello sia il raggio, il quale può arrivare a risolvere e definire spazi così eccessivamente ristretti. A tutto questo però avrei da aggiungere qualche riflessione. E prima di tutto mi sia permesso osservare, che la misura data per le linee (che certamente sono le longitudinali) della *Surirella Gemma* ritengo che sia esageratamente minore del vero. Le valve di quella interessante specie costituiscono un *test* molto rigoroso, non tanto per la minutezza dei suoi dettagli, quanto per il rilievo di quelle, rendendosi per tale ragione difficile l'illuminarle convenientemente con raggi obliqui. Però per quanto sia difficile il vederne perfettamente disegnate le divisioni longitudinali, o (a parlare con più rigorosa esattezza) per quanto possa rimanere arduo il distinguere nettamente la forma degli sferoidi, che costituiscono l'elemento strutturale di quella Diatomea, si hanno nell'istesso ordine di organismi diversi altri tipi, che sorpassano quella in finezza e difficoltà, come la *Frustula Saxonica*, la *Nityschia curvula* e l' *Amphipleura pellucida*, le quali non presentano neppure esse una divisione, che arrivi alla finezza attribuita alla *Surirella Gemma*. Questa pertanto non fu ritratta a mezzo della fotografia soltanto da Stinde, che oltre alle diverse magnifiche prove avutene dall'insigne micrografo americano colonnello Woodward, fu ancora superbamente ritratta dal dottore Gustavo Fritsch di Berlino, ed io stesso ne ottenni una figura ritraente i più piccoli dettagli dalla preparazione al balsamo, detta *test-plate* dell'esimio preparatore Möller: però non potrei calcolare il numero di quelle divisioni a più di 3000 al millimetro, che corrisponderebbero a 75000 al pollice inglese, e quindi l'intervallo sarebbe di un quarto più grande della misura indicata. Tale esagerata indicazione a mio credere procede dall'uso di alcuni micrografi di calcolare il numero delle minutissime strie sulla base del confronto del micrometro oculare, il quale processo (come

in altra occasione osservai in seguito di esperienza fattane) riesce tanto più fallace quanto maggiore sia il numero di quelle minutissime parti per un dato spazio, e quindi più difficile la stima. All'istessa causa vuolsi attribuire l'enorme numero di strie che i sigg. Sollitt e Harrison calcolarono per l'*Amphipleura pellucida* a 130000 al pollice inglese, ciò che corrisponderebbe approssimativamente a 5200 al millimetro, il quale numero concordemente si riconosce da tutti, che ad onta dei più grandi progressi del microscopio nè si è arrivato a vedere, nè forse vi si arriverà mai.

Ma se la determinazione del numero delle strie nelle Diatomee più fine e più difficili può essere soggetta a contestazione, non lo può certamente essere quella delle minime lineette, che vengono tracciate sul vetro del portentoso diamante della famosa macchina a dividere di Nobert. Nelle sue preparazioni di *linee-test* il Nobert ha saputo tracciare linee delicatissime disposte e distribuite in fasci da più in più serrati; finchè ha saputo tracciarne ad intervalli così estremamente piccoli da sorpassare in finezza le strie delle più difficili e fine Diatomee. In tale caso noi siamo fatti certi del rapporto degli intervalli delle strie componenti ciascun fascio con il millimetro, il quale rapporto fu finalmente spinto nelle ultime preparazioni distinte in 19 gruppi o fasci fino a $\frac{1}{4430}$ del millimetro. Il professore Helmoltz nel riportare il giudizio di Dippel, il quale dichiara non essere possibile l'ottenere la vera risoluzione di quelle maravigliose strie più oltre del gruppo distribuito a intervalli di $\frac{1}{75000}$ di pollice, corrispondente a linee 3600 al millimetro, fa intendere non essere giunto a sua notizia, che il sopracitato colonnello Woodward abbia potuto ottenere ancora la risoluzione del 19.° gruppo, della quale risoluzione si ha non dubbia prova nella riproduzione fotografica più volte fattane. Questo illustre micrografo con la generosità e singolare gentilezza che lo distingue, fino dal 1873 nel mandarmi numerosi saggi dei suoi fotogrammi in illustrazione a interessanti lavori istologici, e in riproduzioni di Diatomee, e dei diversi *tests*, volle ancora mandarmi le immagini fotografiche delle suddette linee di Nobert comprensivamente al famoso 19.° gruppo. Nelle diverse riproduzioni specialmente di quest'ultimo gruppo rimase evidente avere avuto luogo delle difrazioni, le quali produssero numerose frange d'interferenza, che ci rendono incerti nel determinare dove precisamente incomincino le vere strie, e dove seguano le spurie. È incontrastabile, che se non si conoscesse *a priori* l'esistenza e il numero di quelle delicatissime linee, si esiterebbe assai nel determinarlo, se pure ci si potesse pervenire. E tale osservazione cade più specialmente in acconcio con la prima immagine del 19.° gruppo, che il Wood-

ward ritrasse con l'ingrandimento di 1100 diametri da un obbiettivo di $\frac{1}{16}$ di pollice di foco, il quale con sistema ad immersione era stato costruito da Powell e Lealand. Però questa immagine amplificata a 2800 diametri permette contare le 57 strie, che si avevano nella preparazione originale, quantunque delle ondulazioni o meglio un periodico ingrossamento di ciascuna linea dia prova (a mio credere) di una direzione viziosa nella obliquità del raggio, il quale è stato incidente invece che doveva dirigersi normale al gruppo o fascio delle linee. Questi fotogrammi sono stati ottenuti con ingrandimento definitivo di 2500 diametri per mezzo di un obbiettivo ad immersione di $\frac{1}{18}$ di foco costruito dal celebre ottico americano Tolles. Se queste immagini fossero giunte a cognizione del professore Helmoltz non so se non lo avrebbero persuaso ad applicare diversamente, se non a modificare, la sua teoria. Da quelle immagini è autenticamente dimostrato che il microscopio quale è al presente, e con tutti gli inevitabili suoi difetti può definire e risolvere $\frac{1}{112519,96}$ di pollice inglese, che esattamente corrisponde a $\frac{1}{4430}$ di millimetro, quantunque vogliasi riconoscere, che questo risultato è raggiunto dalla fortunata combinazione della coincidenza esatta delle frange dovute all'interferenza dei raggi con le minutissime linee del suddetto gruppo.

Che se vogliasi dire che un tale risultato non si può ottenere altrimenti che dall'applicazione dei processi fotografici al microscopio, in quanto che allora non è che il raggio estremo violetto che agisce, il quale è precisamente quello che ha l'onda più corta, pure con questo rimarrà dimostrato, che dunque il limite della visione nel microscopio va più oltre di quanto gli si vorrebbe assegnare come ultimo limite. In altra circostanza io parlai della utilità dell'applicazione della fotografia al microscopio, e nel dimostrarne l'opportunità diceva, sentirmi « persuaso che *per lo meno* quella (la fotomicrografia) avrebbe dovuto ritrarre quanto può essere percepito dall'occhio applicato » alla estremità del microscopio nella osservazione diretta ». E questo io deducevo dalla circostanza dell'essere l'immagine fotografica una immagine rigorosamente unica come quella, che è prodotta da un solo raggio elementare dello spettro, essendo gli altri raggi esclusi da un vetro di cobalto, che nella mia pratica pongo nel mezzo del tragitto della luce; ed il raggio rosso, che in parte accompagna il violetto, non avendo azione alcuna, non esiste per la fotografia. Ma oltre tale riflesso il professore Helmoltz ed il Sorby opportunamente mi ricordano, come il raggio violetto estremo, nel quale risiede il massimo di energia attinica o chimica, è ancora quello, che ha l'onda più breve; e perciò è adatto a fare percepire l'immagine di dettagli così

minuti, che non potrebbero mai essere manifestati da qualsiasi altro raggio. Godo pertanto, che mi venga per tal modo somministrato nuovo argomento ad inculcare la utilità dell'applicazione dei processi fotografici al microscopio, risultando dimostrato con quanto si è detto, che non solamente la fotomicrografia ha l'immenso vantaggio di poter moltiplicare agevolmente le immagini autentiche degli organismi microscopici, ma di più la sua pratica viene a costituire un delicatissimo mezzo a spingere più oltre l'efficacia e la portata del microscopio nelle più difficili ricerche.

Ma non è soltanto la fotomicrografia, che possa raggiungere la risoluzione del 19.° gruppo delle linee di Nobert, lasciando così distinguere $\frac{1}{112519,96}$ parte del pollice. Nella Sessione VI del 28 maggio 1872, Anno XXVI dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei, avendo l'onore di parlare = Sulla risoluzione delle linee di Nobert e sui progressi della fotomicrografia = narrai come eccitato dal vedere le belle e fortunate prove del ch. Woodward, ritraenti quelle arciminutissime linee, anche io mi sentissi stimolato a cimentarmi nella difficilissima prova. In quella occasione esposi come dopo lunghi e pazienti tentativi giungessi pure felicemente a distinguere con illuminazione artificiale quelle minime lineette, le quali nel loro successivo ravvicinarsi nelle serie dei diversi gruppi parevano sfidare l'efficacia dei miei mezzi. Dissi pure allora come l'istesso felice risultato fosse da me ottenuto con tre diversi obiettivi ad immersione, dei quali disponevo, cioè con il N.° 10 di Hartnack, VII di Gundlach, e 10 di Nachet. Non è dunque soltanto con il raggio violetto estremo (che solo agisce nella fotografia), che si possa dal microscopio rendere visibili tanto minimi intervalli, mentre li ho potuti nettamente distinguere nella osservazione diretta a luce bianca. Nè mi rimane alcun dubbio di potermi essere illuso, avendo reso testimonio della cosa qualche mio amico, e perchè potei bene accorgermi quando mi si presentarono le linee spurie in luogo delle vere.

Però se può da taluno rivocarsi in dubbio la genuinità delle linee da me vedute, e fatte vedere ad altri, trattandosi di cosa interamente subbiettiva, eguale dubbio non rimarrà nè potrà rimanere in quelle, che veggonsi fedelmente ed esattamente figurate nel fotogramma da me ottenuto del 19.° gruppo, che in quella occasione io feci con un obiettivo fotomicrografico appositamente costruttomi da Gundlach, il quale fotogramma ebbi allora il piacere d'inviare con una scelta d'immagini di Diatomee al Colonnello D.r Woodward per il Museo medico dell'armata degli Stati Uniti. Quel gentilissimo e distinto micrografo mi indirizzava con sua lettera del 25 ottobre 1872 una giusta

osservazione, la quale però faceva nascere il dubbio, se le strie che delineavansi nella immagine del 19.° gruppo fossero vere o spurie; e questo rimaneva tanto più difficile a chiarire, in quanto che la negativa, dalla quale era tratta, come era la più soddisfacente per la finezza e decisione, altrettanto era male riescita al punto di vista fotografico, essendo estremamente velata. Il D.r Woodward mi scriveva, che nella mia fotografia il numero delle linee appariva inferiore a quello da esso ottenuto nelle sue prove : alla quale osservazione io risposi , che anche nella mia negativa il numero delle linee era certo minore a 57, ma che questo dipendeva dall'essermi io servito per originale di un altra preparazione, nella quale i fasci avevano minore ampiezza, conservando però l'istesso rapporto degli intervalli, come ne faceva fede lo scritto inciso al diamante a lato della preparazione. Se non che non potendo confermare la verità della mia risposta con misurare la larghezza del gruppo nella preparazione, non essendo questa più in mie mani, mi si affacciò alla mente altra prova da potere con sicurezza decidere, se quelle linee siano vere o spurie. Tale metodo consiste nel misurare (come ho realmente fatto) a mezzo di oculare micrometrico a punte variabili (che in seguito confrontavo con micrometro obiettivo) la distanza delle linee, quale poi si divide per il numero dei diametri di ringrandimento, ed il quoziente deve coincidere con l'intervallo originale della preparazione. Tale prova ha il vantaggio di astrarre dalla difficoltà di fare la numerazione delle linee, rimanendo sempre malagevole il precisare quale sia l'ultima linea vera, e quale la prima spuria. Questa prova eseguita su la negativa mi ha completamente accertato non essermi male apposto in riguardo alla genuinità delle linee da me riprodotte.

Ma in rapporto alla impressione fotografica da me ottenuta, ritraente esattamente figurate e distinte le finissime lineette del 19.° gruppo, v'è da notare una circostanza abbastanza interessante, su la quale desidero richiamare l'attenzione del professore Helmoltz, e dell'esimio sig. Sorby, affinchè abbiano da giudicare, se il risultato da me ottenuto sia in accordo con la loro teoria, o se invece questa non debba essere in qualche parte modificata. Fu già ricordato quanta sia l'influenza dell'ampiezza dell'angolo di apertura nella efficacia degli obiettivi, e nella loro maggiore o minore forza di risoluzione dei minimi dettagli. Parmi facile l'intendere, che stante la maggiore rifrangenza dell'acqua per i raggi luminosi sopra quella dell'aria, quando negli obiettivi così detti ad immersione una goccia di acqua s' interponga fra la lente di fronte, e la preparazione, quell'obiettivo potrà raccogliere ed introdurre raggi di maggiore obliquità di quello che possa aver luogo in un obiettivo a secco, nel quale fra la lente di fronte e l'oggetto si frappone invece uno strato di

aria. Quindi con molto buon diritto è stato stabilito nella determinazione dell'estremo limite di visibilità del microscopio, che quel limite per gli obbiettivi ad immersione a pari condizione sarà circa di $\frac{1}{4}$ inferiore a quello degli obbiettivi a secco, cioè, quelli potranno arrivare a fare visibili delle particelle di $\frac{1}{4}$ più piccole di quelle che può giungere a mostrare uno di questi. Ma l'obbiettivo fotomicrografico di $\frac{1}{15}$ di pollice tedesco (zoll) di foco, costruitomi da Gundlach, che servì a produrre il fotogramma del 19.° gruppo è per l'appunto un obbiettivo a secco, così che credo sia fuor di dubbio, che io sia fino ad ora il solo, il quale abbia ottenuto simile risultato, mentre le immagini fotografiche dell'istesso gruppo avute dal Woodward (come già si disse) si ottennero da due ottimi obbiettivi ad immersione dei celebri ottici Powell e Lealand di Londra, e Tolles di Boston. Se dunque quel gruppo presenta intervalli di $\frac{1}{112520}$ di pollice, se un obiettivo ad immersione a parità di perfezione può distinguere e risolvere intervalli più piccoli che un obiettivo a secco sembrerebbe ne dovesse logicamente seguire, che, se l'obiettivo a secco di Gundlach è arrivato a definire nettamente quell'intervallo corrispondente a $\frac{1}{4430}$ di millimetro, un obbiettivo ad immersione in eguali condizioni potrebbe pervenire a risolvere $\frac{1}{112520}$ di pollice inglese, cioè un millimetro diviso in 5626 circa.

Mi si potrà domandare da alcuno : quale dunque potrà riguardarsi ultimo limite della portata del microscopio nella sua forza di definizione ? Privo qual sono di cognizioni adeguate delle leggi sulla costituzione fisica della luce, e nella impossibilità di rendermi esatto conto dei fenomeni di interferenza, e delle circostanze che le diminuiscono, o le mettono in evidenza, non sono assolutamente al caso di potermi pronunziare su tal punto. Solamente io dirò, che quando mi accinsi alla risoluzione delle linee di Nobert con l'osservazione diretta, quantunque abbia dovuto lungamente adoperarmi con ogni più fino artifizio per arrivare alla definizione certa del 19.° gruppo, così che se mi fossi subito accinto all'esame di quello isolatamente ne avrei per certo disperato; pure arrivato a distinguere nettamente quelle arcifinissime linee, io mi sentiva ancora nella persuasione di poter fare qualche passo più oltre. Ho sempre augurato mi si presentasse occasione di avere l'assistenza di alcun fisico di alto valore, il quale potesse diligentemente considerare le circostanze della mia pratica tanto negli esercizi fotomicrografici, quanto nella osservazione diretta al microscopio con le diverse modificazioni nella direzione della luce, e con l'impiego della illuminazione rigorosamente monocromatica ottenuta dalla decomposizione di un raggio solare a mezzo del prisma. È difficile che un fisico teorico si sia mai dato il fastidio di ripetere e tentare quelle mille

combinazioni diverse, che un dilettante passionato come me ha potuto adoperare con costanza per più anni; così che forse il fisico ne potrebbe essere condotto a notare circostanze, che gli potrebbero essere sfuggite. Per il momento mi contenterò di dire, che non credo la sentenza del ch. professore Helmoltz, che assegna per limite della vera visione del microscopio $\frac{1}{80000}$ di pollice, ossia $\frac{1}{3280}$ di millimetro, sia inappellabile : però è altrettanto vero, che, se siamo pervenuti a risolvere anche $\frac{1}{112520}$ di pollice, o $\frac{1}{4480}$ di millimetro, e forse si potrebbe fare alcun piccolo passo più oltre, questo potrà essere soltanto nel caso che la divisione notata alla superficie sia equabile, e intanto vi si potrà pervenire in quanto che si possono ottenere delle frange d'interferenza, che combinino esattamente con quella divisione. Al punto al quale è giunto il microscopio per la nobile emulazione sorta fra i migliori ottici pratici, e per il simultaneo sforzo dei principali suoi fabbricatori, e per l'aiuto prestato loro dai fisici e matematici, in quanto riguarda la combinazione di lenti, che opera l'ingrandimento, difficilmente potrà fare altri notevoli progressi. Ad onta di questo ho ferma fiducia, che quel prezioso istrumento di osservazione potrà considerevolmente avanzare nel più efficace agevole e sicuro suo impiego; ciò che si otterrà con perfezionare la parte, che riguarda la illuminazione, e la calcolata e conveniente direzione e intensità di quella. Recherà il massimo servigio alla scienza e ai suoi cultori chi partendosi da adequate cognizioni teoriche delle leggi, che riguardano la luce, vorrà diligentemente studiare la questione, combinando una bene intesa disposizione delle parti del microscopio sottoposte al portaoggetti per modo tale da diminuire se non anche da eliminare completamente quel procedere alla cieca e quell' empirismo, al quale con grave jattura di tempo e noia sono condannati tutti quelli , che si adoperano ad ottenere dal microscopio nei singoli casi il massimo utile, così che in qualsiasi circostanza si possa con non moltissima pratica essere padroni di disporre senza esitazione il microscopio a rendere il migliore possibile effetto e servigio.

NOTE BIOGRAFICHE
INTORNO
AL CAV. PROF. VINCENZO DIORIO
REDATTE
DAL CAV. PROF. MICHELE STEFANO DE ROSSI

Il sempre doloroso ufficio di raccogliere le memorie delle gesta e delle opere scientifiche degli estinti nostri colleghi allora solo può riuscire men triste quando si debba parlare di un uomo che potè in vita compiere la propria missione, e che ricco di meriti per sè, e riprodotto nei degni allievi lasciati nel mondo, andò quasi a riposarsi delle sue fatiche nel seno di Dio. Ma è invece veramente desolante il dover ricordare le opere di un uomo che rapito nel fiore degli anni e nel pieno della sua attività, potè incominciare soltanto a mostrare coi fatti l'alta missione a cui mirava, e di cui era capace, sicchè quanto di lui possiamo noi ricordare, lungi dall'appagare la nostra ammirazione, ci rappresenta al pensiero il molto maggior bene che dovea aspettarsi, e che si è perduto nell'estinto. La morte dell'amatissimo nostro collega Prof. Vincenzo Diorio Segretario dell'Accademia, avvenuta nel cadere del Decembre decorso nella fresca età di 47 anni, formò nel seno del nostro consesso un vuoto irreparabile per le speranze che ci troncò, e per l'esempio che ci fu tolto dinnanzi.

Il Diorio fu veramente un distintissimo scienziato cattolico, e come tale un perfetto campione ed una vera personificazione della nostra Accademia. La cui bandiera e missione sotto la protezione del Sommo Pontefice è il dimostrare col fatto quanto la scienza e la religione possano essere concordi, giovarsi reciprocamente concorrendo ambedue ad elevare la mente ed il cuore dell'uomo. Ma il Diorio all'essere eminentemente cattolico, e grande cultore della scienza, congiunse altre due molto rare virtù, che ne rendono vieppiù amara la perdita. Egli in qualità di medico assai valente adoperava la sua esperienza a pro delle classi indigenti, ed in qualità di scienziato si studiava con conferenze speciali istruire il ceto degli operai nelle cognizioni d'ordine fisico che potevano giovare al loro svolgimento morale ed industriale. E con ciò egli estendeva e completava quasi la missione della nostra Accademia,

perchè dal campo delle ricerche di alta scienza, che fra noi facciamo progredire, sapeva dirigersi ad un ceto meno illuminato, ma pure oggidì assai bisognoso di cognizioni scientifiche elementari, che sieno apprestate loro ben connesse con i sani principii della filosofia e della religione.

Fino dai primi anni della gioventù l'ingegno e la bontà del Diorio diedero risultati che preludevano alla operosità della sua virilità. Laureato ad *Honorem* nella Romana Università nella classe medica nel 1848, e nel 1850 matricolato, fu ascritto nel medesimo anno fra i medici soprannumeri della Congregazione speciale di sanità. Un solo anno dopo, cioè nel 1851 qnasi contemporaneamente, perchè a distanza di pochi mesi, fu nominato medico condotto di Orte, e venivagli affidato il Regio Ospedale di Monserrato. Tutti sanno come questo nosocomio sotto la cura del Diorio divenne un istituto modello. Corsero soltanto altri tre anni fino al 1854 ed ascese per assai onorevole e conspicuo concorso la cattedra di zoologia nella Romana Università. Bastarongli cinque anni per passare dal banco del discepolo alla cattedra del professore, nella quale presto si levò in alta fama per non commune facondia e chiarezza congiunta a precisione scientifica ed a pienezza di cognizioni in ciascun ramo della materia. Nell'insegnamento poi del Diorio, che ho anche io avuto il piacere di seguire in qualità di uditore, era eziandio da ammirarsi come sapeva tenerlo in corrente coi giornalieri progressi della scienza, avendo sempre in mira di porre la gioventù in sull'avviso contro le pericolose teorie, ed i falsi risultati della scienza razionalista e materialista. Oltre la detta cattedra di zoologia dal 1864 in poi dovette sostenere anche l'altra di Anatomia comparata, nella quale si distinse per le stesse doti per le quali era così ben riuscito nel primo insegnamento. Nel 1858 fu decorato dell'Ordine di Carlo III, e nel 1861 nominato medico onorario della Regina di Spagna Isabella II, e medico curante della famiglia della Regina Maria Cristina. Nel 1862 fu ascritto al Collegio Medico di Roma, e nel 1863 divenne membro della nostra Pontificia Accademia dei Nuovi Lincei. Voi ben sapete come apertosegli dinnanzi questo nuovo campo di attività il Diorio seppe profittarne a pro della scienza, e ad onore del corpo accademico che accoglievalo fra i suoi membri ordinari. Di modo che meritò presto la fiducia dell'Accademia nelle frequenti commissioni di cui fece parte per affari diversi, e divenne poi membro del comitato nel 1866. Allorquando l'Accademia dopo la crisi del 1870 volle conservare il nome, e le istituzioni dategli dal suo novello fondatore Papa PIO IX, fu al Diorio affidata la carica di Segretario, che in quel momento era delicata e difficile a sostenere, volendo con la necessaria fermezza ed abnegazione assicurare la gloriosa esistenza dell'Accademia Pontificia senza mancare di carità e cortesia verso i colleghi che se ne separavano.

Non mancarono al Diorio altri onori accademici, altre decorazioni di ordini cavallereschi, ed altri incarichi importanti, massime nell'esercizio dell'arte salutare.

I rami di scienza che il Diorio coltivò di preferenza furono nella Zoologia, la Entomologia, e l'indagine degli esseri e delle funzioni animali da esplorarsi col microscopio. Illustrò in ogni occasione che glie ne porse il destro la fauna vivente delle nostre contrade, massime la Ittiologia dei nostri mari. Ebbe cura speciale di raccogliere tutte le rarità animali che apparivano fino nei nostri mercati, e collocarli a pubblico studio nel Museo Zoologico della Università, sotto la sua direzione, e per munificenza del Sovrano Pontefice, riordinato e quasi novellamente fondato. Studiò molto sulle materie alimentari, e sui parassiti che cagionano malattie nel corpo umano, dei quali studi pubblicò saggi assai apprezzabili.

Francamente poi combattè e valorosamente nel campo della discussione scientifica contro le teorie darwiniane. Pubblicò un trattato sulla quistione dell' uomo-scimmia, che può annoverarsi fra i più concludenti contro la teoria della trasformazione delle specie.

Finalmente mentre dedicava tutto il suo tempo allo studio, all'esperienza, all'insegnamento, al disimpegno dei molti incarichi della professione, ed all'esercizio della medesima per carità, dedicava pure tutti i suoi risparmi a formarsi una vasta e preziosa biblioteca di scienze naturali, che rimane monumento e testimone dell'attività e senno del dotto nostro collega, e che unita ai saggi degli studi da esso pubblicati dimostra quali lavori e qual progresso della scienza sarebbesi potuto aspettare dal Diorio qualora Iddio gli avesse concesso una vita più lunga. Il nostro lutto pertanto, che certamente è grande, potrà esser mitigato pensando che Iddio per i suoi fini imperscrutabili antepose al bene che il Diorio poteva ancora arrecare alla società umana ed alla scienza, il premiarlo presto delle sue virtù, accogliendolo nel regno suo di gloria, pel quale avea esso mai sempre lavorato collo studio, colla parola, con gli scritti e coll'esempio.

LAVORI
DEL PROF. CAV. VINCENZO DIORIO

INSERITI NEGLI *ATTI DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI*

A.	XVII.	Sess. II.	Esperimenti sul latte.
»		Sess. IV.	Presentazione di alcuni disegni degli infusorii fossilizzati, rinvenuti nella sabbia caduta in Roma il 21 Febbr. 1864, in conferma delle ricerche del Prof. Ponzi.
»		Sess. VII.	Relazione di alcuni esperimenti sul cuore di animali.
»	XVIII.	Sess. II.	Di alcuni insetti che danneggiarono talune vigne della provincia romana di Marittima e Campagna nel 1864.
»		Sess. VII e VIII.	Sulla conservazione delle sostanze animali.
»	XIX.	Sess. IV.	Sul cetaceo di S. Marinella.
»		Sess. V.	Cenni su di un altro insetto ampellogafo lussureggiante nei vigneti romani.
»		Sess. VII.	Intorno ad alcuni risultati ottenuti nelle osservazioni microscopiche con vetri diversamente colorati.
»	XX.	Sess. IX.	Sopra un verme solitario.
»	XXI.	Sess. I.	Sulle anomalie di una tenia.
»		Sess. III.	Sulla teoria dell'uomo scimmia.
»		Sess. VI.	Gli insetti d'Ostia.
»	XXII.	Sess. IV.	Su di un pesce molto raro nel mercato di Roma.
»		Sess. VI.	Il pesce *Luna* sul mercato di Roma.
»	XXIII.	Sess. II.	Osservazioni sulla Nota del Prof. Iacobini sulla *Saperda del frumento.*
»		Sess. IV.	Nota in risposta ad una interpellanza direttagli dal Prof. Socrate Cadet relativa alla Teoria di una nuova funzione della Milza.
»	XXIV.	Sess. I.	I Ghepardi donati da S. S. Papa Pio IX all'Università Romana.
»		Sess. III.	Strani fenomeni osservati nell'uovo della gallina domestica.
»		Sess. IV.	Cenni biografici del Prof. D. Salvatore Proja.
»	XXV.	Sess. IV.	Autonomia ed automatismo studiato nelle operazioni istintive degli Animali.
»	XXVI.	Sess. VI.	Cenni biografici intorno al Duca D. Mario Massimo.
»	XXVII.	Sess. IV.	L'eredità e lo adattamento organico considerati come fattori della creazione naturale.
»		Sess. V.	Cenni biografici intorno al Comm. Prof. Benedetto Viale Prelà.
»	XXVIII.	Sess. I.	Intorno alla vita e ai lavori di Monsignore D. Barnaba Tortolini.
»		Sess. VI.	Gli organi del sudore e della traspirazione.

SPEDIZIONE NELL'AFRICA EQUATORIALE DEL CONTE PIETRO DI BRAZZA'-SAVORGNAN

COMUNICAZIONE

DI MONSIGNOR FRANCESCO NARDI

La Francia ha gravissimi interessi commerciali in Africa, dove già possiede alcuna preziosa provincia; ma non è il solo interesse che la muova. Il nobile desiderio di allargare il dominio delle scienze n'ebbe almeno altrettanta parte, e valse ai Francesi non poca gloria. I nomi di Caillé, Huard-Bessinière, Raffenel, Bouet-Villaumez, Boilad, Hecquard, Jomard, Peron, Brun-Rollet, Du Chaillu, e ultimamente quelli del Marchese di Compiègne, e di Marche sono già celebri nella storia della geografia africana.

Terribile Continente è l' Africa, e assai più fatale ai suoi investigatori, che nol siano le nude ed aspre regioni polari; ed ecco perchè tranne l'Australia, il Continente africano è tuttora nel suo interno il più ignoto di tutti. Dove sabbie ardenti che non hanno vestigio di vegetazione, dove un lussureggiare di piante tropicali che alte, fitte e tenaci oppongono al viaggiatore un muro di bronzo; qua è un lago senza rive che impaluda una intera provincia, là fiumi enormi di corso incerto e variabilissimo. Per 5 o 6 mesi pioggie che piombano dal cielo, come cascate, e finite queste la vampa d'un sole verticale, che solleva dalle paludi miasmi pestiferi, onde febbri gagliardissime e crudeli dissenterie. Fiere numerose, e feroci, serpenti insidiosissimi e spesso velenosi, legioni d'insetti notturni e diurni, che vi torturano senza posa, e tribù selvagge, avide, ladre, e superstiziose, spesso in guerra tra loro. Ecco i tratti di questo quadro ben atto a sbigottire ogni più fermo coraggio.

Pure i viaggiatori africani furono molti, e le spedizioni si succedono anche ora più frequenti che in ogni altra terra. Inglesi, Francesi, Tedeschi, Italiani presero o prendono or l'una or l'altra parte del gran Continente a soggetto delle loro ricerche. L' attenzione presentemente sembra essersi rivolta di preferenza alla costa occidentale, e precisamente all' equatoriale, e una serie di esploratori tentarono, e tentano di penetrare da di là quanto

più possono dentro la misteriosa terra. Le vie più comuni sono i fiumi, perchè su di essi più facile il trasporto, maggiore la difesa dalle infinite miserie che circondano il viaggiatore africano, e meglio provvisto al più urgente e indispensabile dei bisogni, l' acqua potabile. Poi conosciuti i fiumi e i loro confluenti, si conoscono l'inclinazione del suolo, le arterie del commercio, e delle comunicazioni tra le tribù, che ne popolano a preferenza le rive. Onde le grandi strade tenute per istudiare l' Africa furono innanzi tutto i fiumi, e sopra tutto il Nilo, il Senegal, il Niger (o Quorra), il Congo (o Zaire), il Coanza, l' Orange, il Limpopo, e lo Zambese. Il Du Chaillu richiamò l'attenzione sull'Ogové (od Ogoué), poco e mal noto prima di lui. Questo fiume ha sugli altri il vantaggio che scorre principalmente da Est a Ovest, onde presenta la miglior via a penetrare verso il centro del Continente. Le origini e il corso superiore del fiume sono ancora sconosciuti, ma a giudicarne dalla gran massa d'acque che scarica nell'Atlantico alla sua imboccatura, la quale ha quasi 100 miglia di largo, e da quel tratto che conosciamo, esso è un enorme e lungo fiume. Lo studio dell'Ogové, e dei suoi confluenti, ecco il còmpito dato dal Governo francese al bravo Conte Pietro di Brazzà Savorgnan, onore così raramente conferito ad uno straniero.

Però il Brazzà, benchè nato da nobilissima famiglia a Roma (nel 1852) non può dirsi straniero alla Francia. Già a 14 anni (nel 1866) frequentava le celebri scuole della *Rue des Postes* a Parigi, donde sostenuti con grande onore gli esami, e già naturalizzato francese, passava a quelle navali di Brest. Scoppiata la terribile guerra del 1870, ogni cittadino che potea portare le armi, le prese, e così il Brazzà, superate bravamente le prove, usciva dalle scuole di Brest col grado di *Enseigne de vaisseau*, (Alfiere di vascello), e sulla *Revanche* prendea parte al blocco dei mari del Nord. Cessata la guerra fu destinato a formar parte d' una spedizione navale sulla *Vénus*, comandata dall'Ammiraglio Quiliot, e percorse le due rive dell'Atlantico sostando all'Algeria, al Senegal, al Gabon, al Capo, a Buenos-Aires, al Brasile. Sbarcato nell'Algeria si segnalò battendosi valorosamente contro gli Arabi insorti.

Dopo due anni tornato in Europa visitò la famiglia e Roma, e lo vedemmo in così verde età già uomo maturo, e profondo conoscitore delle scienze, che più giovano alla marineria.

L'ampiezza e sicurezza delle sue cognizioni, e la fermezza del suo carattere, ora gli meritarono questo posto d'onore alla testa della spedizione francese africana. Il governo, e la Società geografica francese, gliene fornirono i mezzi. L'accompagnano il sig. Marche, e il medico Ballay, che già prima visitarono quei luoghi, un quartiermastro e 20 negri presi al Senegal, e ad-

destrati nell'uso dell'armi europee. Partito da Bordeaux sulla fine dell'anno scorso, esso è già sull'Ogové, e scrive alla Contessa sua madre una lettera che diamo qui intera, essendone anche i più minuti particolari di sommo interesse.

Non è senza dubbio la prima spedizione sul gran fiume. Dal Du Chaillu in poi una serie di esploratori con varia fortuna, ne tentarono le acque e le rive, e tra essi il Walker inglese, il Lenz tedesco. Al primo dobbiamo la piena conoscenza della foce, e del corso inferiore, e preziose determinazioni geografiche, e fisiche. Al secondo ottimi studii geologici, la conoscenza dell'affluente Muni, e dei minori fiumi Nunde e Shoa, che mettono in questo, quindi ottime osservazioni, e disegni. Gran merito appartiene anche al Serval francese, che per evitare le feroci e avidissime tribù che infestano il Delta dell'Ogové, osò recarvisi molto più in su andandovi per terra dal Gabon. Primi direi quasi apritori del fiume furono lo Schültz tedesco, che guadagnò con doni le tribù delle rive, e l'Aymés francese, che primo lo rimontò con un piccolo vapore da guerra.

Però questi sforzi isolati, e parziali, benchè degni d'ammirazione, non uscivano realmente dall'angusta cerchia degli studiosi della scienza geografica. Chi rese più noto, e direi quasi popolare quel fiume, fu il viaggio del Marchese di Compiègne, e del sig. Marche dal 1872 al 1874, descritto dal primo in una narrazione vivacissima, e piena d'interesse (1). Essi penetrarono nel fiume più addentro di tutti, cioè sino a dove riceve l'Ivindo (12° 35' long. or. Greenw.), e quindi sino a circa tre gradi, dall'imboccatura all'insù ch'è a 9° 10' long. or. Greenw. (0° 36' lat. austr.). Colà furono costretti a retrocedere per per la fiera opposizione delle tribù. Sino a quel punto il fiume tiene una direzione da Est a Ovest, accostandosi all'Equatore, e quasi toccandolo, ma poi sembra ripiegare affatto verso Sud, traversando terre affatto sconosciute.

Il Conte di Brazzà si è gia avanzato sul fiume sino a Sam Quito (Sam Quita, scrive Compiègne), a 10° 50' long. or. Greenw., ma poi di là ritornò a Lambarene, circa 24' più a valle per rifornirsi di provvigioni, e d'uomini. La lettera è scritta da Lambarene.

Il Conte di Brazzà colla sua rara energia, coraggio, e ricche cognizioni, rimontando probabilmente il gran fiume assai più oltre che nol poterono il Compiègne, e il Marche, studierà con diligenza gli affluenti, i terreni, e le le popolazioni delle rive, aggiungerà a ciò che sappiamo, e correggerà per avventura degli errori quasi inevitabili in così difficili imprese. Ciò che spe-

(1) *L'Afrique équatoriale, et le Gabonais, etc. par le Marquis de Compiègne*. Paris, E. Plon 1875.

riamo altresì è una più esatta determinazione astronomica dei varii punti, della quale difetta l'interessantissimo racconto del Compiègne. Il Petermann nelle sue *Mittheilungen* del gennaio 1875 lamenta questa mancanza, e per comporre la sua carta, che sinora è la migliore che abbiamo, si giova delle osservazioni del Walker, e del Lenz.

Un gran problema geografico resta a sciogliersi, e sono i bacini fluviali dell'Occidente africano. Se il Lualaba del Cameron sia il Congo, se l'Ogové sia in alcun rapporto con essi, e col gran bacino lacuale dell'interno, sono questioni difficilissime, intorno alla quale la spedizione del Conte di Brazzà potrebbe forse dar lume.

Noi gli auguriamo la più lieta fortuna, la quale tornerà non solo ad onor suo e del Governo che lo inviò, ma altresì della sua patria.

Lettere del Con. Pietro di Brazzà Savorgnan a sua Madre

Lambarene (1) 10 Gennaio 1876.

Mia cara Mamma,

Domani mattina parto pel paese degli Okanda (2), che è situato in mezzo ai *rapidi* (3) con 9 piroghe, e 120 Galois e Suenga. Vi giungerò dopo circa 13 giorni di piroga, e non credere che siano una piccola fatica 13 giorni passati continuamente in piroga, al sole, alla pioggia, sempre occupati con uomini che non vogliono remare, e seduti sopra una tavola posta a traverso. Basta; ora sono in buona salute, e arrivato presso gli Okanda potrò prendere un poco di riposo.

Queste piroghe, che formano la mia flotta, sono larghe meno di un metro, lunghe da 15 a 17 metri, alte sull'acqua quando son cariche, dagli 8 o ai 10 centimetri. Le più grandi contengono venti rematori, o piuttosto *pagajeurs*.

Per darti un'idea di quello che è, e sarà il mio viaggio, ti dirò che si parte la mattina per tempo, e si viaggia fino al mezzogiorno, ora in cui

---

(1) *Lambarene* è piccolo villaggio sulla riva destra dell'Ogové, circa 24' a valle di Sam Quità, 10° 50' long. Greenw, 0° 20' lat. australe.

(2) *Okanda* tribù e paese sulla riva sinistra dell'Ogové a 11° 38' long. or. Greenw., 0° 1' lat. austr. Alcune poche notizie ne dà il Compiègne.

(3) Il Brazzà usa la voce *rapido* nel senso di *corrente più rapida*, ossia di quei luoghi, dove le acque del fiume strette dalle rive, o spinte dal pendio, accelerano il loro corso. Il dizionario dell'Accademia francese ha la voce *le rapide*, come sostantivo, la Crusca no. Le voci *cascata*, *caduta*, *cataratta* non sono proprie per esprimere queste correnti, e solo quest'ultima suol usarsi parlando del Nilo. I tedeschi dicono *Schnellen*, gl'Inglesi *rapids*, ma anché questi sono neologismi dell'uso, ignoti alla lingua classica.

si scende sopra un banco di sabbia, si fa una breve sosta, e se ne profitta per pranzare.

Alle due si è già di nuovo in viaggio fino alla sera. Allora si scende nuovamente sopra un banco di sabbia, e tutti si preparano a passar la notte, e dormire, riparandosi alla meglio dalla pioggia, la quale è ben raro che nella notte non cada.

Di questa prima e più comoda parte del mio viaggio spero di farti il racconto, quando sarò giunto al paese degli Okanda, ed auguro alla mia lettera di arrivare salva al suo destino.

Vengo ora a darti mie notizie a partire dall'ultima mia. Nulla di nuovo nei primi giorni. Ho continuato ad assoldare con pena i miei *pagajeurs*, o rematori. Incontrai le più gravi difficoltà per causa del passaggio del Dottor Lenz, che ora, come sai, è stato trattenuto dagli Okanda, i quali non gli permettono di avanzare. Egli mi ha recato un gran danno avendo realmente seminato e sparso sulla sua strada mercanzie ed acquavite.

Figurati, egli ha pagato ai suoi *pagajeurs* 50 franchi, mentre Compiègne e Marche nella precedente spedizione ne avevano pagati soltanto 25, e non è senza pena che ho potuto assoldarli a 35, oltre a 10 franchi in acquavite e tabacco, che saranno pagati a ciascun uomo prima di partire.

Se sono riuscito a riunire il numero necessario, lo devo all'averli messi in gara coi Bokolai (1), che fanno essi pure lo stesso tragitto che gli Suenga (2) ed i Galois.

Alcuni Bokolai gli aveva già spediti innanzi il sig. Marche, affinchè rimontassero sino a Sam Quita, dove al bisogno avrebbe assoldato altri rematori presso gli stessi Okanda.

Sentendo questo i Galois e i Suenga si sono decisi a venire.

Profittando dei giorni che dovevano passare prima che fossero pronti alla partenza, ho voluto io stesso rimontare il fiume col vaporetto della fattoria, recando delle mercanzie al sig. Marche a Sam Quita. Son partito di qui il 29 decembre. Il piccolo vapore rimorchiava una delle mie grandi piroghe, e ho profittato dell'occasione per accingermi a tracciare la carta. La soverchia fatica fatta nel prendere le osservazioni mi diede fin dal secondo giorno la febbre. Ciò non ostante io ho continuato a prendere i miei appunti, e

---

(1) Bokolai, scrive il Brazzà; Bakalai, scrive nella sua carta il Petermann. Sono popoli sulle due rive dell'Ogové. Il sito Bakalà è sul Kambo, che sbocca nel Gabun, ed è posto a un dipresso alla latitudine di Sam Quita, ma 40' più all'ovest. Le tribù dei Bakalai sembra assai diffusa.

(5) Suenga o Snenga; il manoscritto che abbiamo sott'occhio ci lascia incerti.

la sera stessa del mio arrivo a Sam Quita ho voluto fare delle osservazioni astronomiche colla luna per rilevare la posizione esatta di Sam Quita. – Queste osservazioni, attesa la forte febbre che mi struggeva, e la poca facilità nel leggere le indicazioni negli istrumenti (era obbligato di fare uso del magnetismo), mi daranno, dubito, dei risultati poco esatti. – La mattina seguente, dopo aver fatte altre osservazioni, giovandomi del sole, mi sono nuovamente posto in viaggio. La emicrania e le vertigini mi impedirono ogni occupazione, ed un vomito incessante mi travagliava. Fortunatamente la mia branda sospesa al *rouflle* del vapore, mi dava un comodo giaciglio. – Il *roufle*, come saprai, si trova in alto a prora del vapore.

Non eravamo molto lontani da Lambarene, dove era impaziente di giungere, quando sentimmo una grande scossa, e il *roufle*, la branda, ed io ci siamo trovati nell' acqua. Pochi istanti prima non credeva di aver la forza di reggermi in piedi, pure ti accerto che non tardai gran fatto a sbarazzarmi dal *roufle*, dalla branda, e dalla coperta, e ritornare a galla nuotando.

Si vede che quel bagno preso così all'improvviso mi ha fatto bene.

Malgrado i miei abiti bagnati, potei raggiungere il vapore prima di esserne allontanato dalla corrente, che è più di tre miglia marine all'ora. Causa dell' accidente fu un urto del vapore, che scendendo il fiume con grande velocità, venne ad urtare in un grande albero arrenato. La barca s'arrestò, ma il *roufle*, sotto il quale io stava, e che era poco solido, continuò il movimento e mi trasse nell'acqua. – La sera arrivai a Lambarene con una piccola piroga, lasciando naturalmente il vapore, e l'albero al luogo dello scontro. Per fortuna in tutto questo scompiglio i miei due cronometri non hanno avuto a soffrire, e solamente una delle due bussole andò fracassata. Ho perduto la mia coperta non avendo potuto riportarla con me tornando al vapore. Non è gran male; ne ho un'altra. Questo accadeva il 2 Gennaio. Tornato al vapore mi sono curato col solfato di soda, e due grammi e mezzo di chinino, che in tre giorni mi hanno rimesso in piedi, ed in buona salute.

Quanto alla carta di Sam Quita, nel disegnare la quale metteva un certo amor proprio, sarà difficile che possa finirla, non avendo potuto fare le osservazioni necessarie quando ridiscendeva il fiume. Di più sono stato troppo occupato per poter mettere in netto le osservazioni, che ho potuto fare, e ricavarne qualche cosa.

Le difficoltà per i 120 uomini da me assoldati non erano ancora finite. Tre giorni dopo il mio ritorno, allorchè li raccolsi per fare la distribuzione del tabacco e dell'acquavite per il promesso importo di 10 franchi, essi pretendevano il doppio di quello, che per detta somma si dà alla fattoria.

Non avendo io ceduto alle loro pretensioni essi sono ripartiti tutti, ad eccezione degli Suenga, che sono meno turbolenti dei Galois. Dopo due giorni, visto che io teneva fermo, sono tornati facendo delle scuse, e accettando le mie condizioni. Colla prima occasione rimanderò al Gabon due dei Laptot senegalesi, che sono malati, e nuocerebbero in seguito al progresso della spedizione.

La mia ciurma si compone come segue:

Samba Gamu, Capo dei Laptot senegalesi – Samba Sidecu – Jugo Calli Djem – Omar Guin – Amadi Samba – Metufa – Diete – Malie Cumba – Balla Turé – Nuini – Samba Djalo, tutti laptot del Senegal.

Chico Gabonese antico schiavo Congo cuoco ed interprete in Pugué.

Mando Mango di Ogula, interprete in Pugué Pahuin, bakalese.

Jeingono Pahuin interprete in Pahuin e Pugué.

Ecco tutti gli uomini arruolati dal ministero della marina.

Rimando al Gabon i due Senegalesi Byrahim Ton, e Latir Diop.

Ho preso al mio soldo come interprete uno schiavo di Renoquere dei Suenga, che è originario di una tribù molto lontana dalla costa.

Quanto a me ora sono in buonissima salute, come pure il Dott. Ballay (il medico), ed il quartier mastro, che si sono rimessi.

Partiamo domani, e il sig. Marche già deve essere partito pochi giorni sono, ovvero partirà in breve coi Bakolesi.

Addio, mia cara Mamma; parto in buone condizioni e con buone speranze e sopra tutto assai soddisfatto della mia salute, che mi sembra resistere bene al clima.

Un abbraccio a Papà, a Maddalena, a Marianna, ai fratelli, a tutti. Un abbraccio stretto, stretto, perchè probabilmente resterete del tempo senza mie notizie.

Il tuo affmo figlio
Pietro

P. S. Non ti spaventare dei miei bagni; ti assicuro che essi non mi tormentano punto. Non è l'acqua quella che mi fa paura.

Un abbraccio

Altra lettera.

A la Comtesse de Brazzà Savorgnan. Rome;
Le 15 janvier 76.

De sur un banc de l'Ogové, où nous sommes campés, envoyée par un traitant qui descend la rivière.

Tout va bien; je suis en très bonne santé, mais Mr. Ballay est assez malade. Complétement extenué du travail de la journée, je vais dormir, s'il plaît à Dieu, car il me semble qu'il va pleuvoir.

Tout va très bien, mais non sans de rudes fatigues, car je suis seul à faire marcher tout le monde.

Je n'y vois plus, car la nuit est tombée.

Je vous embrasse tous
Ton Fils Pierre

Le 18|1 (janvier) 76, à trois heures du soir.

Je pars de Sam Quita pour le pays des Okanda. Tout va bien, je suis en bonne santé.

Pierre

Essendo trascorso qualche tempo fra la Sessione accademica, e la pubblicazione delle Memorie presentate nella medesima, trovo opportuno di aggiungere queste due lettere giunte posteriormente.

6 aprile 1876.

Mia cara mamma.

Se ti dico che dal 12 gennaio fino ad ora non ho dormito una sola volta in una capanna, e che durante tutto questo tempo non ho avuto una tavola per scrivere senza darmi una curvatura di schiena; saprai la ragione per la quale le mie lettere furono fino ad ora laconiche.

Quando ti scrissi da Lope possedeva è vero una tavola ma mi mancò il tempo, o per meglio dire, aveva avuto parecchie lettere da scrivere, e contava farlo in ultima e la difficoltà che ho avuto per fare scendere gli Okanda a cercare il dottor Ballay ed Hamon, che aveva lasciati indietro a Sam Quita mi hanno obbligato d'impegnare il mio tempo altrimenti. Ora come allora devo scrivere sui miei ginocchi, ciò che è per me un vero supplizio.

Dalla lettera che spedii da Lope (quando gli Okanda partirono per andare a cercare Ballay) al Presidente della Società di geografia (lettera che lo pregai di comunicarvi) devi conoscere i miei disastri nei *rapidi* del fiume; ma non so se sappia che le mie perdite sarebbero state assai più considerevoli se non fossi stato aiutato dalla fortuna, nella notte che seguì il disastro delle piroghe che capovolsero nei rapidi del fiume.

Quella notte dopo le fatiche di una simile giornata, mentre accampato sopra un banco di sabbia cercava invano il sonno, dividendo con Marche, che

era malato, la sola coperta che era rimasta asciutta, una delle mie piroghe ch' era male attaccata alla riva, se ne partì *in deriva* : la sua perdita era quasi infallibile, perchè portata via così dalla corrente, essa si doveva inevitabilmente rompere contro le roccie del cattivo passaggio traversato durante il giorno.

Per me considerava già le 44 casse che conteneva la piroga come perdute; nondimeno tentai di fare tutto il possibile per arrivar a salvare qualche cosa dal naufragio. Mi alzai in fretta, e sbagliando di piede misi le mie scarpe, e preso il mio revolver, senza abito, partii in fretta scendendo il fiume sulle roccie della riva, lasciando di tratto in tratto un uomo della mia scorta per difendere la mia piroga nel caso che l'avessero vista al levare del giorno.

Durante tre ore scendeva così la riva del fiume, e già da molto tempo tutti i miei Laptot erano rimasti indietro, quando arrivai ad un passaggio stretto assai, ove il fiume è ingombrato da roccie, come in parecchi altri punti del suo corso. Là, riunendo cespugli ed erba secca sotto un albero immenso abbattuto dal fulmine, accendeva un vero incendio, che riflesso nel fiume, mi avrebbe permesso di vedere se la piroga passava, portata via dalla corrente.

Era talmente intento a guardare, che non sentiva nemmeno il dolore che mi davano i miei piedi sanguinanti pei sassolini, ch'erano entrati nelle scarpe. Le ore passavano senza che vedessi nulla; allora perdendo ogni speranza, cercai di accomodarmi alla meglio per passare il resto della notte, cosa poco comoda, quando, mezzo vestito, non si ha per garantirsi dal freddo vivo e dal vento della mattina, che un fuoco che o vi brucia o vi lascia gelare.

Ti maraviglierai certo di sentirmi lamentare del freddo , ma fino ad ora è la sola volta che ciò mi accadde; ma certamente a misura che mi avanzerò nell'interno ciò potrà avvenirmi più spesso.

Il tempo passava lentamente, ed io stava pensando alle mie perdite, e cercava di valutarle. Tante casse perdute ! Parte de' miei istrumenti di precisione guastati dall' acqua ! Le mie carte e giornali zuppi , e per colmo di sfortuna gli elementi presi con così gran pena per formare una carta del fiume, guastati dall'acqua in modo tale che non poteva riconoscerli più per finire il mio lavoro; lavoro che non solamente mi aveva costato gran pena, ma pure delle febbri !

Ricordava altresì tutte le pene ed il tempo che aveva impiegato per fare i miei preparativi in Europa , pene e tempo perduti , che in un giorno il fiume aveva inghiottito; ciò che mi dava maggior crucio era l'idea che quel tempo l'avrei potuto invece dedicare alla mia famiglia. La perdita della pi-

roga, che io temeva, mi era sopratutto dolorosa, perchè in essa erano le casse destinate ad essere portate a dorso d'uomo, quando sarei stato obbligato di abbandonare il fiume. Però la fortuna mi favorì, perchè quando il giorno spuntò, a qualche tiro di fucile dal sito dov'era, vidi la piroga fermata da una roccia in mezzo al torrente. Essa era ancora intatta, ma ogni momento minacciava di rompersi o riprendere la sua corsa vertiginosa.

Gli Apingi, che come cornacchie seguivano la mia flottiglia, l'avevano anch'essi veduta da una loro piroga, e non sapendomi presente si avanzavano verso la mia per lasciarla andare alla deriva, e saccheggiarla a loro agio.

Solo e senza piroga non potevo nulla, ma una palla del mio revolver che fischiò sulla loro testa li fece fermare; grazie ad un'altra tirata più in basso, essi l'accostarono alla riva dove io era, e riprendevo così possesso di una parte delle mie ricchezze, che aveva poco prima creduto perdute.

Ora mi trovo fra gli Ossyeba che appartengono allo stesso popolo delle mie antiche conoscenze, i Pahonica del Como, fra i quali mi trovava nel 1873. Confido queste lettere ad uno dei capi, proprietario di un bel dente di Elefante. La cambiale che l'accompagna (Pagate due fucili e due barili di polvere al latore) mi assicura che non andranno smarrite, ma quando esse arriveranno chi lo sa? Esse seguiranno la stessa via del dente, che il mio amico nero dice voler mandare a vendere.

Il proprietario Ossyeba confiderà ad un Pahomuin Make il dente conservando in pegno due mogli. Nello stesso modo il dente sarà consegnato dal Pahouin Make nelle mani di un Pahouin Basci; che lo darà ad un Skekiani e questi a un Pengone che lo porterà ad uno stabilimento di Europei. Dei 10 fucili, 10 barili di polvere, 100 metri di stoffa, ecc., che il dente sarà pagato, appena la decima parte, arriverà al proprietario Ossyeba che uccise l'elefante. Ecco il modo di fare il commercio in questo paese.

Sono stabilito a Lope presso gli Okanda, donde faccio frequenti escursioni nei dintorni, aspettando la stagione secca per rimontare alla testa di tutti gli Okanda al paese dgli Aboume, e degli Ossyebo (non lo stesso popolo che gli Ossyeba).

Non sarà facile di rimontare così il fiume, che continua ad essere torrente, ed è interrotto da alte cadute, onde sarò obbligato a trasportare al di là di una collina piroga e bagagli e questo in un luogo boscoso, ove le rive sono occupate dagli Ossyeba popolo realmente bellicoso, che vuole vietare il passaggio a me come agli Okanda, e che nel 1874 ha respinto la spedizione di Marche e Compiègne.

È vero che ho per alleati gli Okanda, ma essi non sono punto bellicosi, ed i duecento uomini che remeranno nelle mie piroghe non valgono un solo dei Senegalasi della mia scorta, sola forza reale della quale posso disporre.

Sfortunatamente già la mia scorta è stata ridotta dalle malattie, e probabilmente lo sarà ancora. In questo momento posso disporre solamente di 7 Senegalesi, ma spero poter evitare questo attacco, che non può che nuocere alla riuscita della spedizione.

Lope 22 *aprile*.

Se temo un attacco degli Ossyeba, temo ancora più gli Okanda nelle di cui mani ora sono, poichè gli Okanda contenti di vedere nel loro paese 4 bianchi, anzi 5 col dottor Lenz, e molte mercanzie, possono forse non voler più rimontare presso gli Aduma, essendochè la sola ragione per la quale essi viaggiano, sono gli schiavi e l'avorio che comperano là, e scambiano cogli Inenga e coi Gabois, dai quali possono così procurarsi le mercanzie dei bianchi.

Forse diranno: perchè rimontare ora che abbiamo dei bianchi tra noi che ci dànno in cambio dei nostri polli e banani le mercanzie che ci sono necessarie? Ciò che temo altresì è che gli Okanda vogliano bensì rimontare con me presso gli Aduma, ma che non vogliano a nessun costo lasciar partire dal loro territorio le mie mercanzie, tanto più che se esse partono con me il loro commercio se ne risentirà in seguito, perchè l'abbondanza delle mercanzie europee in quel paese ne farà diminuire il valore; e gli Okanda possono oppormi la sola forza che temo, la forza d'inerzia contro la quale non posso nulla.

Che fare se gli Okanda non vogliono rimontare il fiume? Che fare se non vogliono trasportare i miei bagagli? Nulla!

Ecco come un mese dopo il mio arrivo qui ho giudicato la posizione. Ma le cose sono cangiate da quel tempo ed eccone la causa.

Per evitare un attacco degli Ossyeba, quando avrei rimontato il fiume non v'era che un mezzo. Dar loro un'alta idea della mia forza mostrando loro l'impossibilità di resistermi, e sconsigliarli da una impresa che costerebbe loro grandi perdite. Per questo feci un viaggio fra di essi.

Non fu però cosa facile passare nei loro paesi a motivo della loro ostilità cogli Okanda. Alla fine potei varcare il confine ch'è il fiume Afuè, e andare al villaggio di Mamiaca che è ad un giorno di cammino dal fiume. Mamiaca, capo del villaggio che da lui prende il nome, era stato prevenuto della mia visita; arrivai così da lui, accompagnato da quattro Senegalesi, e dal mio interprete Pahouin.

Benchè gli Ossyeba si tenessero a distanza, fui bene ricevuto, e dopo due giorni di soggiorno il ghiaccio era rotto fra noi, e diventammo amici.

Potei allora mostrar loro l' effetto dei razzi alla congrève, delle armi a lunga portata, delle palle esplosive, e cosa che forse li ha spaventati di più la luce del magnesio, e quei serpenti che sono formati dall' infiammazione d'un piccolo cono bianco come il gesso.

Gli abitanti del villaggio di Mamiaca e dei villaggi vicini in breve tempo porteranno da per tutto la fama degli alti miei fatti, e spero che dopo qualche viaggio fra loro tutti gli Ossyeba comincieranno a temermi.

Per questo prima di partire dissi loro che fra poco sarei ritornato, e allora per avanzarmi verso Est.

Mi restava a trovare il mezzo di affrancarmi dall'inerzia volontaria degli Okanda, nel caso ch'essi avessero voluto impiegarla contro di me.

A questo effetto proposi a Mamiaca di venirmi ad accompagnare con qualcheduno dei suoi uomini a Lope. Avendogli spiegato bene che sarebbe stato sotto la mia protezione, e che gli avrei dato una scorta per ricondurlo nel suo territorio, potei, non senza pena, deciderlo ad accompagnarmi con nove Ossyeba. Mamiaca traversava così quasi tutto il paese degli Okanda, nemici giurati degli Ossyeba.

Gli Okanda che avevano cercato dissuadermi di andare fra gli Ossieba furono curiosamente sorpresi di vedermi ritornare accompagnato dagli Ossyeba, che vennero a passare 3 giorni a Lope.

Fu una vera rivoluzione, ed io aveva trovato ciò che voleva.

Ora colla minaccia di abbandonare il loro territorio, mandando a cercare gli Ossyeba per trasportare i miei bagagli posso fare degli Okanda tutto quello che vorrò. La minaccia di andarmene presso gli Ossyeba sarà ora per loro la spada di Damocle, che non avrò che a mostrare per farmi ubbidire.

Quando Mamiaca partì gli dissi che fra poco sarei ritornato da lui. Ieri sera non senza meraviglia vidi arrivare a Lope Mamiaca, accompagnato da 35 Ossyeba, che veniva a cercarmi.

Per far credere agli Okanda che conto ritornare fra loro dopo essere andato dagli Auduma, e per attendere il più comodamente possibile la fine della stagione delle pioggie, ho fatto costruire una gran casa, ammirazione degli Okanda che non ne hanno mai visto di simili, e profitto del tempo che devo restare ancora qui per spedire Ballay al Gabone.

Egli condurrà seco 4 malati della mia scorta, farà qualche piccola compera di oggetti che ci sono necessarii, e rimonterà, a quanto spero, conducendo i rimpiazzanti dei malati.

Egli sarà di ritorno qui, così almeno spero, alla fine di luglio, epoca nella quale comincieremo i preparativi della partenza.

Profitto di questa circostanza, che 15 giorni fa non mi attendeva per mandarti questa lettera; la strada che essa seguirà sarà più rapida e più sicura.

Ballay parte domani mattina allo spuntar del giorno con una piroga di Okanda, che lo condurrà fino a Lambarene, ove essa lo aspetterà per ricondurlo qui.

Le notizie vostre ch'egli mi porterà saranno, spero, buone. Ballay quando mi raggiunse, mi portò buone nuove di casa. Una lettera tua da Soleschiano 28 settembre 1875, un'altra da Brazzà del 13 ottobre, una di Antonio del 3 novembre, ed una tua dell'8 dicembre.

Domani io pure parto, e vado con Mamiaca presso gli Ossyeba, fra i quali non ho nulla a temere, tanto più che ci vado quasi senza mercanzie.

Addio, un bacio a tutti.

Se, come spero, potrò arrivare al paese degli Aduma, le difficoltà che incontrerò in seguito saranno, credo, meno grandi di quelle già sormontate, ma allora le comunicazioni coll' Europa saranno completamente interrotte, probabilmento fino all'epoca del ritorno; ma ricordati bene che più m'inoltro nell'interno, più sono in sicurezza, e più il mio viaggio diventa facile. Dunque assenza di notizie sarà sempre una buona notizia.

Che peccato che ora che possiedo tavola e sedie, le occasioni per scrivere in Europa vengano a mancare.

Fu con sensibile piacere che entrai per la prima volta nella nostra casa, quando essa fu finita, e che potei apprezzare la dolcezza d'un letto fatto con una tavola.

In verità non avrei mai creduto che ci fosse tanta differenza fra il dormire per terra ed il dormire sopra una tavola. Io che parlo delle dolcezze di possedere una casa non ne profitto molto poichè faccio frequenti escursioni.

Un abbraccio al Papà che spero continui a star bene. Dì a Maddalena che non si diverta a mettere nella mia camera a Castel Gandolfo delle stampe che rappresentino dei Negri, perchè mi crederei ancora qui. Un abbraccio a tutti, ed un bacio per te del tuo.

Affett. figlio Pietro.

Lope 22 *aprile* 1876.

PS. Dimenticava dirti che sto in buonissima salute, il clima di qui è assai più sano di quello del basso fiume.

· Villaggio del re degli Ossyebo

Dyumba 10 Luglio 1876

Mia cara Mamma

L'ultima mia lettera è da Lope il 24 aprile, e fu spedita alla costa per Ballay che andava al Gabone. Non sò se ti dissi che 35 Ossyeba (non confondere con Ossyebo) erano venuti a cercarmi per ritornare nel loro paese. In fatti due giorni dopo la partenza di Ballay per il Gabone, ripartiva per andare a vedere gli Ossyeba che abitano alle cadute di Boove, e che nel 1874 aveano assalita la spedizione di Marche e Compiegne, facendola ritornare indietro. Non è senza una certa apprensione, che io vi andava con soli 3 uomini a mettermi nelle loro mani, ma per la riuscita della spedizione era mio dovere di evitare ad ogni costo un assalto qual sarebbe avvenuto se fossi passato colà con tutte le mie mercanzie. Qualche tempo fui ritenuto da Mamiaca, che non voleva che andassi a Boove, temendo da parte degli stessi capi, che avevano saccheggiato Compiegne e Marche, e che dicevano non volermi lasciar passare. Infine parto con Naaman il Capo di Boove, il quale era venuto in incognito al villagio di Mamiaca. Due soli uomini del villaggio di Mamiaca mi accompagnavano. Strada la più perfida che si possa imaginare; ma infine dopo due giorni di cammino, colle mani scorticate dagli spini, e gli abiti in cenci, arrivammo al villaggio di Mokok, che è sulla riva sinistra dell'Ogooue. Boouve si trova in faccia, e con delle chiatte del tutto primitive, passai l'Ogooue al di sopra della caduta di Boove, e mi trovo in pieno paese nemico. Le relazioni con i capi sono buone, e mentre faccio della politica per decidere i capi a non assalirmi quando passerò con gli Okanda per audarmene al paese degli Ossyebo, e Adaumas, profitto dell'occasione per levare il piano delle cadute, e della strada lungo la quale si deve aprire il passaggio alle mercanzie. La posizione è realmente grave, perchè le casse devono essere trasportate per 300 metri nella foresta per montare una collina, e dopo 1000 metri di pianura, scendere per 250 metri. La strada non è punto comoda, e la montata è assai ripida.

11 Luglio 1876 Villaggio di Dyumba (Ossyebo)

Mia cara Mamma

Sto bene, e dò questa lettera al Dott. Lenz, che scende per ritornare in Europa come saprai dai giornali. Ho avuto la fortuna di aprirmi la via, e ora sono andato circa a 150 miglia più lontano di Compiegne e Marche. Addio a tutti. Ieri ti scrissi, ma non sapevo certo che l'occasione per spedirti questa lettera arriverebbe così presto. Tante cose a tutti.

MICROSISMOGRAFO OSSIA ISTROMENTO AUTOGRAFICO PER REGISTRARE LE OSSERVAZIONI DEI MOVIMENTI MICROSCOPICI DEL SUOLO

NOTA

DEL PROF. CAV. MICHELE-STEFANO DE ROSSI

Ho l'onore di presentare all'Accademia l'album formato colle carte originali uscite da un nuovo congegno diretto a registrare automaticamente i movimenti microscopici del suolo. Altre volte ho ragionato di questo nuovo ramo della sismologia, distinto dallo studio analitico dei singoli terremoti. I sismografi finora inventati (uno dei quali nuovissimo, avrò l'onore di presentare io stesso nell'odierna seduta, per parte del nostro Sociò Corrispondente Chmo P. Cecchi) hanno per iscopo il raccogliere il maggior numero possibile di elementi per l'analisi scientifica di tutte le fasi di un terremoto sensibile. L'istromento del quale presento i risultati è diretto invece ad ajutare lo studio della microsismologia ad indicare cioè soltanto l'esistenza, la forza, i gruppi ed i periodi delle commozioni insensibili del suolo. Questi movimenti finora potevansi soltanto conoscere osservando col microscopio un pendolo ben custodito: perciò perdevansi i moti avvenuti nelle ore del notturno riposo e nell' intermezzo fra le anche spesse osservazioni. Per la loro picciolezza questi moti sarebbero distrutti dagli attriti in un meccanismo moltiplicatore, e senza moltiplicazione, la registrazione sarebbe impossibile. Ho vinto tali difficoltà, introducendo una lieve modificazione al mio già noto autosismografo nella parte destinata a sentire le scosse del suolo. Ho ottenuto cioè la moltiplicazione del moto nell'istrumento evitando ogni attrito e perciò senza nulla perdere nella sensibilità del pendolo. Così fattosi reale e meccanico l'ingrandimento che col microscopio prima si otteneva per l'occhio soltanto, divennero anche visibili ad occhio nudo i movimenti invisibili. Mercè poi tanta moltiplicazione del moto mi è stato facile introdurre la corrente elettrica nella parte destinata alla registrazione. In altra circostanza presenterò la descrizione del nuovo congegno, al quale ho dato il nome di *Microsismografo*. Ma intanto ho stimato opportuno presentare all'Accademia le carte originali rappresentanti il primo mese di osservazioni microsismiche registrate automaticamente dal nuovo apparecchio; nelle quali carte faccio notare che trovansi indicati dal nuovo istrumento molti dei veri terremoti avvenuti testè in Corleone di Sicilia ed in Spoleto nell' Umbria, terremoti da niuno avvertiti in Roma e da niun altro sismografo registrati. Le onde sismiche di quegli scuotimenti giunsero in Roma in forma microscopica e perciò niuno dei congegni prima adoperati poteva registrarli. Laonde oso affermare che questo nuovo apparecchio, essendo anche assai economico, sembrami veramente destinato a rendere grandi servigi alla ora tanto progrediente scienza sismica.

SISMOGRAFO ELETTRICO A CARTE AFFUMICATE SCORREVOLI

NOTA

DEL P. FILIPPO CECCHI

DELLE SCUOLE PIE DI FIRENZE

L'ardore col quale in oggi specialmente si studiano i sismici movimenti del terreno ha spinto molti egregii cultori della scienza ed in ispecial modo in Italia ad escogitare varie foggie di istrumenti, affine di vie meglio giungere a scoprire quelle leggi, che troppo recondite se ne rimangono nel seno della natura. Non è mio scopo il fare qui una istorica rassegna nemmeno dei sismografi più moderni, quali sono i già noti ingegnosi istrumenti del Palmieri, del Ragona, del P. Bertelli, del P. Serpieri, del de Rossi e di altri che per brevità ometterò di citare, i quali istrumenti tutti sono omai ben noti ai dotti, ma solamente voglio descriverne uno da me immaginato, che di recente è stato costruito, e che mi sembra avere speciali vantaggi, che al seguito della descrizione del medesimo farò rilevare.

Questo apparato ha per oggetto di registrare sopra una carta coperta di nero fumo i movimenti prodotti da un terremoto, sia ondulatorio, sia sussultorio, sia obliquo all'orizzonte, sia anche rotatorio o vorticoso.

La parte di questo istrumento destinata pel terremoto ondulatorio è composta di due pendoli, MP, M'P', (fig. 1ª) uno dei quali può oscillare solamente nel piano Nord-Sud, e l'altro solamente nel piano Est-Ovest. A tale oggetto ciascun pendolo ha la forma di un triangolo rettangolo formato di tre aste di ferro. Il cateto più corto è situato in alto orizzontalmente, e forma l'asse di oscillazione del pendolo, mentre l'estremità inferiore del cateto più lungo, che è il vertice del triangolo, porta la lente oscillante. Al di sotto di questa lente ciascun pendolo termina in basso con un arco di cerchio avente per raggio l'intera lunghezza del pendolo, e ai due estremi di questo arco sono fissati i due capi di un filo di seta, che si avvolge intorno ad una puleggia verticale sottoposta ed alla quale il pendolo comunica il movimento. Questa puleggia ha un braccio sporgente in basso, il quale amplifica i movimenti del pendolo nel rapporto di uno a tre. È questo braccio più lungo che, mediante una delicatissima molletta acuminata, deve tracciare i segni sul nero di fumo. La lunghezza dei pendoli è tale che ciascuno di essi batte il mi-

nuto secondo, movendo anche la puleggia. Un parallelepipedo verticale cavo a sezione quadrata CC' formato di lamina metallica porta sulle sue quattro facce quattro lunghe strisce di carta coperte di nero di fumo. Contro la faccia che è situata nella direzione Nord-Sud, poggia leggermente la molletta della leva appartenente al pendolo MP , il quale appunto può oscillare nel solo piano Nord-Sud; e contro la faccia che trovasi nel piano Est-Ovest, poggia la molletta dell'altra leva sotto al pendolo M'P', che può oscillare nel solo piano Est-Ovest. Se avvenga un terremoto in una direzione qualunque, uno dei pendoli, e il più delle volte ambedue, faranno tracciare dei segni sulle rispettive facce del parallelepipedo, e diremo più sotto come da questi segni si possa rilevare quale sia stata la vera direzione e l'ampiezza di ondulazione del terremoto.

Il parallelepipedo può scorrere verticalmente lungo una guida interna di ferro fuso G , la cui sezione è formata a guisa di stella a quattro raggi. Soltanto due raggi opposti però servono a guidare il parallelepipedo per mezzo di due piccole rotelle fissate in cima di questo ed altre due simili in basso. Questa cassetta parallelepipeda è attaccata per mezzo del rettangolo di ferro CDFH ad una catenella o corda , che passa sopra una puleggia fissa L , e poi va ad avvolgersi sopra un tamburo A; quindi dopo alcuni giri fatti intorno a questo tamburo scende portando il peso K.

Il congegno , che serve pel terremoto sussultorio , è rappresentato in Q Fig. 1ª. Un cilindretto di ottone ripieno di piombo porta assialmente un fusto, che sporge al di sopra e al di sotto di esso, passando nelle gole di quattro pulegge, che lo tengono in guida in modo che non possa muoversi altro che nel senso verticale, come vedesi dalla figura. Per la estremità superiore il fusto è attaccato ad un cordoncino di seta , che si avvolge due volte intorno all'altra puleggia fissa *t*, e va a legarsi ad una molla spirale S circondata da un tubo e fissata in alto. L'asse della puleggia *t* porta a guisa di lancetta una leggerissima molletta acuminata, la quale deve poggiare delicatamente contro la carta coperta di nero di fumo della terza faccia del parallelepipedo.

La quarta faccia del medesimo è quella che può ricevere i segni che fossero tracciati per un terremoto rotatorio o vorticoso. Un bilanciere Z avente alle due estremità due grosse lenti di piombo è imperniato fra due punte fisse a due robusti sostegni di ferro, e può oscillare orizzontalmente , essendo la durata di ogni sua oscillazione un minuto secondo, e ciò a causa di due forti molle che lo sollecitano a destra e a sinistra. Ad una delle lenti

è fissato un filo, che si prolunga orizzontalmente fino dietro alla cassetta parallelepipeda CC', ove si avvolge ad una piccola puleggia orizzontale, e termina poi ad una debole molla spirale fissa al muro, e che lo tiene con debole tensione, ovvero passa sopra una piccola puleggia fissa, e poi scende in basso sostenendo un piccol peso. Dalla puleggia orizzontale sporge un braccio sul prolungamento di un raggio, e termina esso pure con una leggerissima molla acuminata, che deve tracciare i segni sul nero di fumo

Il parallelepipedo che se ne sta sempre fermo quando non accadono terremoti, scende di 20 centimetri in 20 minuti secondi al sopraggiungere dei movimenti sismici. L'asse del tamburo A porta una ruota dentata, che muove una vite perpetua, e l'asse di questa vite si prolunga in alto, ove con un braccio sporgente munito di una lunga fenditura mena in giro un pendolo conico BB', che serve da regolatore del movimento. Questo pendolo è appeso per mezzo di un' articolazione cardanica I, e porta un peso B al di sotto ed un peso B' al di sopra, affinchè esso non sia disturbato nel suo movimento neppure dalle più forti oscillazioni sismiche. Ordinariamente l'apparato è fermo, perchè un altro braccio *h* sporgente dall'asse della vite stessa è arrestato dall' ancora di una elettro-calamita rettilinea E (sistema Cecchi). La ruota è tutta piena, ma porta in un punto verso la metà del suo raggio una piccola finestrella, ove sta affacciata senza toccarla l'estremità di una molla *n* posta in comunicazione mediante un filo di rame col polo negativo di una pila. Sull'asse poi della stessa ruota poggia un'altra molla che comunica con un capo del filo della elettro-calamita E, di cui l'altro capo comunica col polo positivo della stessa pila.

Un pendolo speciale TU porta inferiormente un filo di platino, che si prolunga fino al menisco cavo di mercurio contenuto in una capsuletta V di legno o di ferro, senza però toccare il mercurio. Questo menisco cavo si ottiene artificialmente per mezzo di una vite introdotta per disotto nel centro della capsula, e spinta internamente fino quasi alla superficie del mercurio, come ha fatto anche il Palmieri. Un pezzetto di filo di platino s'introduce per un forellinnel mercurio della capsula V, e si congiunge, mediante un altro filo di rame al polo negativo della pila. Ed il filo metallico di questo pendolo sospeso in T comunica per mezzo di un altro filo di rame col primo capo del filo della elettro-calamita. È necessario che il pendolo TU cessi di oscillare prima del termine di 20 minuti secondi. Perciò il peso U è formato da un piccolo secchio pieno di mercurio, ove s'immerge il becco di una staffa a squadra di ferro *r* fissata nel muro. Questa squadra

ha per oggetto di diminuire il numero delle oscillazioni del pendoletto TU, mediante la resistenza offerta dal mercurio, e far sì che esso si rimetta in quiete in un tempo minore di 20 minuti secondi. Vi è poi un orologio a pendolo ed a peso (e non potrebbe essere un orologio a molla) che è costantemente fermo segnando le ore 12 mentre il suo pendolo doppio *mk* sospeso nel punto *q* sta deviato dalla verticale e trattenuto in questa posizione dalla estremità di una leva orizzontale ON imperniata in R, e portante un peso N. Le lancette dell'orologio sono formate di una lamina sottile, e si prolungano fuori della mostra portando un pezzetto di lapis con matita acuminata di fronte e vicino ad un largo cerchio di legno coperto di carta, che ne circonda la mostra stessa. Dinanzi alla mostra dell'orologio sta un anello portato da una leva XY assai lunga, imperniata in alto, ed è trattenuto in distanza per mezzo di un filo di ferro *ab* spinto dal braccio *ac* di una leva a chiavaccio *acde*, mentre l'altro braccio *de* di questa leva poggia per mezzo di un becco contro il lembo di una chiocciola x. Questa chiocciola sta fissata sull'asse della ruota dentata sopradetta, ed è pronta a lasciare scattare la leva. L'altra leva ON è legata a questa per mezzo della biella O*g* (1).

Tutto ciò inteso, suppongasi che accada ad un momento qualunque un terremoto, e in primo luogo sia soltanto ondulatorio. Subitamente il pendolo TU alla prima oscillazione porterà il suo filo di platino in contatto del mercurio della capsula V, e così chiuderà il circuito elettrico della pila. Allora l'ancora attratta dalla elettro-calamita E, svincolerà il braccio *h* della vite perpetua, e tosto sarà messo in movimento il tamburo A colla vite perpetua stessa ed il pendolo conico BB′ per effetto del peso del parallelepipedo cavo CC′, che discenderà percorrendo 20 centimetri in 20 minuti secondi. Nel medesimo istante, movendosi in giro anche la chiocciola x, lascierà scattare il braccio di leva *de*, che sarà spinto in alto dal peso N per mezzo della leva ON e della biella O*g*. Intanto l'altro braccio *ac* si ritirerà indietro, ed obbligherà la leva XY a battere col suo anello contro le lancette dell'orologio, che ambedue segneranno un punto sulle ore 12. Il braccio RN della leva ON abbassandosi darà il moto all'orologio col renderne libero il pendolo *mk*, ed insieme farà suonare la sveglia dell'orologio stesso, percuotendo col peso N l'appendice *yz* del filo di ferro *fyz*.

Il pendolo TU nel fare diverse oscillazioni avrebbe più volte chiuso ed aperto il circuito elettrico, lo che sarebbe stato un inconveniente. Ad evi-

(1) In alcuni di questi sismografi il meccanismo per lo scatto ha ricevuto una disposizione alquanto differente da quella sopra descritta.

tare il quale la ruota dentata, appena incomincia a girare, tocca colla sua parte massiccia l'estremità della molla, e chiude per un' altra via indicata dalle frecce senza codetta il circuito elettrico per la durata di un intero giro, che pure si compie in 20 minuti secondi. Così per questi 20 secondi l' ancora attratta dalla elettro-calamita non avrà offerto ostacolo alla rotazione del braccio *h* della vite perpetua col pendolo conico. Terminato che sia questo tempo, ossia compiuto il giro della ruota dentata, questa presenterà di nuovo la sua piccola finestrella dinanzi alla estremità della molla *n*, ed interromperà la corrente elettrica; ed allora l'ancora della elettro-calamita, ritirata indietro da una molla, arresterà il braccio *h* e tutto il resto del movimento. Frattanto la chiocciola *x* nel suo giro ha fatto rialzare la leva XY col suo anello, preparandola per un nuovo scatto, qualora dopo qualche tempo avvenisse un altro terremoto.

L' ora in cui il terremoto avvenne possiamo saperla dentro il limite di una piccola frazione di minuto, se dentro le 12 ore visiteremo l' istrumento portando con noi un altro orologio ben regolato (1). È chiaro infatti che le ore ed i minuti segnati dall' orologio del sismografo in un dato istante indicano quanto tempo è passato dopo che avvenne la prima scossa. Caricato poscia di nuovo l'orologio, rimetteremo le lancette sulle ore 12, e fermeremo di nuovo il pendolo per mezzo della leva orizzontale ON.

Vediamo ora come i due pendoli MP ed M'P' (Fig. 1ª) del sismografo hanno registrato il terremoto. Nell'atto della prima scossa l'apparato è stato subito,

(1) La regola di visitare l'istrumento dentro le 12 ore è data per evitare il caso possibile di confondere le ore mattutine colle ore vespertine. Se il terremoto sarà stato sufficientemente sensibile, da potere essere avvertito da molte persone, non vi è più da temere questo caso, perchè tutti sanno dire, almeno dentro i limiti di un quarto d'ora, quando il terremoto avvenne. Basterebbe allora visitare l' istrumento anche dentro le 24 ore o dentro il tempo che dura la carica dell'orologio. Nondimeno sarà sempre bene il farlo più presto che sia possibile, per potere ottenere maggiore esattezza nell' ora indicata. Se infatti l' orologio del sismografo sebbene sia stato ben regolato da principio, non andasse bene perfettamente, l' errore sarebbe tanto più piccolo quanto minor tempo fosse passato dopo il terremoto. Ma nel caso che il terremoto sia stato sì debole da non essere avvertito da alcuno, è necessario che l'osservatore ne sia avvertito dall'istrumento medesimo, e a tale uopo l'orologio porta una sveglia comune. Questa peraltro può riuscire insufficiente a farsi sentire quando il sismografo non sia posto in un luogo assai frequentato. E siccome è buona regola il collocare questo istrumento o a pian terreno, o in un sotterraneo, perchè al primo o al secondo piano di una casa lo svettare delle mura potrebbe alterare la direzione, il numero e l'intensità delle scosse sismiche; perciò meglio servirebbe un campanello elettrico situato nella stanza dell osservatore; e che sarebbe fatto sonare per effetto della pila stessa del sismografo nell' atto che la molletta *n* (fig.ª 1ª) chiude il circuito elettrico sul piano della ruota dentata della vite perpetua. Il campanello elettrico peraltro dopo aver sonato dovrebbe lasciare in permanenza un segnale visibile, per il caso che l'osservatore fosse assente in quel momento. Pel medesimo oggetto io tengo nella mia stanza il mio *avvisatore sismografico*, che senza bisogno della pila segna anche la direzione ed il senso della prima scossa, e poi, mediante un orologio di mediocre prezzo, indica l'ora in cui è avvenuta.

come abbiamo detto, posto in movimento, ed il parallelepipedo cavo CC' è disceso di 20 centimetri nella durata di 20 minuti secondi. Se la scossa sia stata una sola, e se sia avvenuta nel piano Nord-Sud, il solo pendolo MP si sarà mosso, ed avrà, per mezzo della levetta posta inferiormente ad esso, tracciato sulla faccia corrispondente del parallelepipedo una linea a zig-zag formata da tanti archi cicloidali, come si vede nella Fig. 2ª, parte sinistra; e se la scossa sarà stata nel piano Est-Ovest, si sarà mosso il solo pendolo M'P', che per mezzo della sua levetta inferiore avrà tracciato una linea sinuosa simile sull'altra faccia, come si vede nella stessa Fig. 2ª a destra. Questa figura rappresenta le due carte tolte dall' istrumento dopo un terremoto di una sola scossa. Se poi la scossa sismica avrà avuto una direzione differente qualunque, allora il movimento si sarà comunicato ad ambedue i pendoli, ciascuno dei quali avrà determinato la traccia di una componente secondo la regola del parallelogrammo; ed allora troveremo sulle facce NS ed EW due curve sinuose come si vedono nella stessa fig. 2ª. È chiaro che le perpendicolari *ab* , *cd* rappresentano i seni degli archi delle semi-oscillazioni, i quali seni serviranno a far conoscere i valori degli archi medesimi. Se dunque si traccino col lapis sopra un foglio di carta due linee ad angolo retto, come si vede nella fig. 3ª, e si prendano le porzioni *bc*, *cd* rispettivamente proporzionali agli archi stessi descritti dalla rotazione delle punte scriventi, si otterrà il rettangolo *abcd*, i cui lati *bc*, *cd* rappresenteranno appunto quelle componenti, e la diagonale *ca* rappresenterà la vera direzione e l'intensità della scossa del terremoto. E chiamando α l'angolo *acb*, la formula $\frac{ab}{bc} = \tang \alpha$ ci darà l' angolo che quella direzione fa colla linea Nord-Sud. Graficamente però, riportando quell'angolo sopra una rosa dei venti, si otterrà quella direzione con maggiore speditezza.

Se le scosse sismiche fossero state più di una, si troverebbe che le sinuosità delle curve (Fig. 2.ª) non anderebbero gradatamente diminuendo di ampiezza, ma ad un certo punto l'ampiezza crescerebbe di nuovo o vi sarebbe interferenza a seconda delle scosse successive. Componendo allora a due a due colla solita regola del parallelogrammo, come si è fatto di sopra, non solamente gli archi i cui seni sono le perpendicolari *dc*, *ba*, ma ancora tutte le altre, che si condurrebbero sull'asse di figura da tutti i vertici delle sinuosità prodotte dalle rispettive scosse, e coll'avvertenza di distinguere opportunamente la parte dovuta alle varie scosse sismiche da quella dovuta alle respettive oscillazioni dei pendoli, si troverà la direzione e la relativa intensità di ciascuna scossa. La parte dovuta via via alla sola oscillazione dei

pendoli potrà valutarsi, confrontando le curve tracciate per un terremoto con due diagrammi normali come quelli della stessa Fig. 2ª, i quali siansi ottenuti una volta per sempre deviando colla mano i due pendoli del sismografo dalla verticale, e poi lasciandoli andare simultaneamente, nell'atto che si faccia discendere il parallelepipedo. Ricordando poi che quei pendoli battono il minuto secondo, conosceremo dalle curve ottenute per effetto di un terremoto la durata di ciascuna scossa e l'intervallo di tempo che vi è stato dall'una all'altra, non che la durata di tutto il fenomeno.

Se alcuna scossa sia stata obliqua all'orizzonte, troveremo in tal caso sopra tre delle facce affumicate tre segni prodotti simultaneamente, cioè due dai due pendoli ed uno dal peso Q del moto sussultorio. Allora, trovati che siano, come sopra, i valori dei tre rispettivi archi, costruiremo su tre rette ortogonali e di lunghezze proporzionali ai detti valori un parallelepipedo, di cui la diagonale rappresenterà la direzione e l'intensità della scossa obliqua.

Abbiamo detto che il parallelepipedo (Fig. 1ª) discende per 20 centimetri in 20 secondi, e poi si ferma; ma esso ha una lunghezza totale alquanto maggiore di 40 centimetri. Il perchè se, avvenuto un terremoto, ne accadesse dopo qualsivoglia tempo un altro, il pendolo TU della Fig. 1.ª chiuderebbe di nuovo il circuito elettrico, e tutto l'apparato tornerebbe a mettersi in movimento: e il parallelepipedo stesso allora scenderebbe in altri 20 secondi per altri 20 centimetri, e si presterebbe a far registrare anche il secondo. Tutto ciò suppone che la durata di un terremoto non sia maggiore di 20 secondi, ma, qualora si volesse, potrebbe aumentarsi la durata della discesa del parallelepipedo, modificando opportunamente le dimensioni del pendolo conico BB′ e il numero dei denti della ruota della vite perpetua, come pure la grandezza del contrappeso K.

Affinchè le curve tracciate sulle carte non si cancellino, nel maneggiare queste ultime si usa di fissare il nero fumo sulle carte stesse, immergendole in una soluzione di gomma lacca bianca sciolta nell'alcool e contenuta in una bacinella. Poscia si espongono all'aria, e quando sono bene asciutte, il nero fumo vi rimane così aderente, che strofinandole con un panno, diventano di un nero lucidissimo, sul quale le curve spiccano in bianco con grande nettezza. Non tutte le carte però riescono egualmente bene, e meglio di ogni altra riesce la carta lucida e specialmente la carta un pò grossa lucida da biglietti da visita. Per coprirla di nero fumo, si applica questa al di sopra della fiaccola di un lume a petrolio privo del tubo di vetro, facendola investire dalla parte fuligginosa, che s'innalza dalla fiaccola stessa (1).

(1) I lumi a petrolio a calza tonda servono molto meglio che quelli a calza piana.

Con un poco di pratica si giunge ben presto a coprire tutta la superficie della carta di uno strato di nero fumo bene uniforme. Invece delle carte potrebbero usarsi lastre di vetro affumicate, ma, oltre che le carte riescono di un effetto più bello, le lastre di vetro bene spesso si rompono per il calore nell'atto che si stanno coprendo di nero fumo al di sopra della fiamma del lume.

Il terremoto sussultorio è registrato sulla terza faccia del parallélepipedo. Anche qui troveremo una curva sinuosa; e questa colla ampiezza, forma e posizione delle varie sue sinuosità ci farà nota l'ampiezza delle vibrazioni verticali del suolo, la loro direzione dal basso all'alto o dall'alto al basso, il numero delle scosse, la durata di ciascuna di esse, l'intervallo di tempo, che vi è stato fra l'una e l'altra e la durata totale.

Finalmente se il terremoto sarà stato anche rotatorio o vorticoso, troveremo sulla quarta faccia del parallelepipedo una curva consimile, che ci somministrerà gli elementi analoghi per le vibrazioni sismiche giranti.

Dalla fatta descrizione di questo sismografo si rilevano tutti gli elementi del fenomeno del terremoto, che sono i seguenti.

1.° Se è stato ondulatorio, sussultorio obliquo all'orizzonte od anche rotatorio o vorticoso.

2.° Quante sono state le scosse di ciascuna specie.

3.° Quale è stata la relativa intensità di ciascuna scossa.

4.° Quale è stata l'ora precisa, in cui è avvenuta la prima scossa.

5.° Quale è stata in minuti secondi e frazione di secondo la durata di ciascuna scossa e quindi la relativa velocità.

6.° Quale è stato l'intervallo di tempo tra una scossa e l'altra, qualunque sia stato il numero delle scosse.

7.° Quale è stata la durata di tutto il fenomeno.

8.° Se ondulatorio, quale è stato precisamente anche la direzione ed il senso di ogni scossa, ossia il preciso punto dell'orizzonte dal quale ogni scossa è venuta.

9.° Se obliquo all'orizzonte, quale è stata la sua vera direzione e l'intensita.

10.° Se sussultorio, quali oscillazioni sono state dal basso all'alto e quali dall'alto al basso.

11.° Se rotatorio, quale è stato il senso e la relativa ampiezza degli archi di rotazione.

12.° Si aggiunga infine che se un secondo terremoto accaderà in qualunque tempo dopo il primo, sarà parimente registrato dall'istrumento.

COMUNICAZIONI

Il Segretario presenta il dispaccio a lui diretto dall'Emo Cardinale Antonelli contenente l'approvazione data da Sua Santità alle ultime decisioni accademiche, cioè alla nomina del Prof. Cav. Tito Armellini a membro del Comitato Accademico, ed alla elezione dei nuovi membri corrispondenti italiani, Prof. P. Alessandro Serpieri, Prof. D. Antonio Stoppani, P. Giuseppe Gagliardi, Prof. Pietro Maria Garibaldi, Prof. D. Ignazio Galli, Prof. Giuseppe Seguenza, Prof. P. Filippo Cecchi.

Il medesimo Segretario da relazione all'Accademia delle decisioni fatte dal Comitato, adunatosi presso il Rmo P. Angelo Secchi, Presidente, il giorno 24 Marzo 1876, relativamente all'ordine di anzianità da darsi ai tre membri ordinari testè nominati contemporaneamente, e che ottennero egual numero di voti. Fu stabilito che fossero disposti nell'Albo Accademico per ordine di età: perciò vennero essi disposti nell'ordine seguente: 1° Prof. Gaetano Tancioni, 2° Prof. Vincenzo de Rossi-Re, 3° Dott. Domenico Colapietro.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

R. P. Angelo Secchi Presidente – Monsignor Francesco Regnani – Conte Ab. Francesco Castracane degli Antelminelli – Monsignor Francesco Nardi – Prof. Tito Armellini – Prof. Vincenzo De Rossi-Re – Prof. Mattia Azzarelli – P. Stanislao Ferrari – Prof. Ottaviano Astolfi – B. Boncompagni – P. G. Lais – Prof. M. S. De Rossi Segretario.

L'Accademia riunitasi alle ore 5 pom. si sciolse alle ore 7.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti del reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti dal Novembre* 1875 *all'Ottobre* 1876 — Tomo Secondo, Serie Quinta — *Dispensa Quarta* — Venezia, ecc. Tip. Grimaldo e C. 1874-76. In 8.°
2. *Bulletin de la Société Impériale des Naturalistes de Moscou.* — Tome XLIX. — Année 1875. N.os 2—3. — Moscou. Imprimerie de l'Université Impériale. (Katkoff & C.) 1875. In 8°
3. *Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. Boncompagni,* ecc. — Tomo VIII. — Novembre 1875. — Roma, Tipografia delle scienze matematiche e fisiche Via Lata Num.° 211 A. In 4.°
4. *Bullettino Meteorologico dell' Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri con corrispondenza dell' Osservatorio di Piacenza e delle altre stazioni meteoriche italiane delle Alpi e degli Appennini* — Vol. X. Num. 1. 31 Gennaio 1875. In 4.°
5. DENZA (P. FRANCESCO). — *Confronti dei barometri delle Stazioni Meteorologiche Italiane*

pel P. Francesco Denza, ecc. Torino 1876. Collegio Artigianelli — Tip. e Lib. S. Giuseppe. *Corso Palestro N.* 14. In 4°

6. DESIMONI (CORNELIO). — Società Ligure di Storia patria. Tornata della Sezione di Archeologia, del 30 gennaio 1875. — *Osservazioni sovra due portolani di recente scoperti, e sovra alcune proprietà delle carte nautiche.* (Estratto dal *Giornale Ligustico*, Fascicolo del mese di Luglio) — Genova, Tip. Sordo-muti. In 8.°
7. —— II. *Tavole dei valori in lire antiche e in lire italiane delle principali monete d'oro e d'argento genovesi dal* 1139 *al* 1804, *con alcuni cenni sul loro peso e contenuto in metallo fino, e sulle monete correnti nelle Colonie genovesi della Crimea, per l' avv.* C. DESIMONI. Estratto dall'opera di L. T. Belgrano *Della Vita privata dei Genovesi*. Genova Tip. Sordo-Muti. In 8°
8. —— *Notizie di Paris Maria Salvago e del suo Osservatorio Astronomico in Carbonara per l'avvocato Cornelio Desimoni.* (Estratto dal *Giornale Ligustico*) — Genova — Tip. Sordo-muti. In 8.°
9. —— *Rassegna del nuovo libro di Enrico Harrisse: Les Colombo de France et d' Italie* (Parigi 1874). — Estratto dal *Giornale Ligustico*. Fascicolo Aprile e Maggio). Genova — Tip. Sordo-muti. In 8.°
10. —— *Di un recente giudizio sulla importanza storica della battaglia di Legnano. — Estratto dal Giornale Ligustico di Archeologia, Storia e Belle Arti fondato e diretto da L. T. Belgrano ed A. Neri* — Anno Terzo. Genova Tipografia del R. Istituto Sordo-Muti M DCCC LXXVI. In 8.°
11. *Monatsbericht der königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.* — December 1875, Januar 1876. *Mit* 3 *Tafeln.* Berlin 1876. In 8.°
12. *Osservatorio di Moncalieri — Osservazioni meteorologiche fatte nelle Stazioni Italiane presso le Alpi e gli Appennini e pubblicate per cura del Club Alpino Italiano* — Sede Centrale. — Torino — Marzo 1876 — Decade I—II. — Num. 11, Anno V. Torino 1876, ecc. In 4.°
13. *Rendiconto dell'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche* (Sezione della Società Reale di Napoli). Anno XV. Napoli, tipografia della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche diretta da Michele De Rubertis 1876. — Fascicolo 1° — Gennaio 1876. In 4.°
14. *Ulm Oberschwaben. Korrespondenzblatt des Vereins für Kunst und Alterthum in Ulm und Oberschwaben.* — N. 1—2. Erster Jahrgang, 1876. Druck der Wagner'schen Buchdruckerei in Ulm. In 4°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE VI^{a} DEL 21 MAGGIO 1876

PRESIDENZA DEL P. ANGELO SECCHI

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

SULLA VELOCITA' DEL VENTO
OSSERVATA AL COLLEGIO ROMANO

MEMORIA

DEL P. ANGELO SECCHI

La periodicità del vento è uno dei fenomeni più conosciuti: tutti sanno che nella stagione invernale dominano fortissime le tramontane e i venti australi, che rari sono in estate, e tutti conoscono che di giorno i venti sono più forti che di notte: però il definirne esattamente la legge non è punto cosa facile. Insufficienti sono le osservazioni ordinarie della forza fatte a stima, sempre vaga ed incerta, e nessun osservatore può avere la costanza necessaria per farne il rilievo giorno e notte. Quindi è assolutamente necessario avere una macchina la quale graficamente giorno per giorno, e ora per ora dia il valore della velocità in modo meccanico indipendente dall'osservatore.

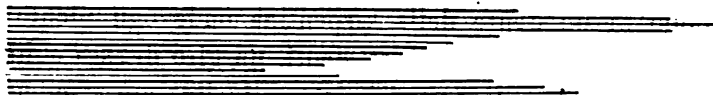
Moltissimi sono i congegni inventati a questo effetto, ma non tutti sono egualmente utili e degni di essere adottati: un buon anemometro non solo deve registrare la velocità del vento, ma anche far ciò con una proporzione determinata da una legge semplice e geometrica. Inoltre il registro deve presentarsi in modo che il risultato sia facile a rilevare, e riconoscibile a vista.

La macchina può destinarsi a dare il risultato per cifre o per curve grafiche: la preferenza dipende dallo scopo che si prefigge l'osservatore. La macchina a cifre è forse la più semplice ad esser eseguita, e la più commoda per le riduzioni, ma non presenta il risultato a vista così chiaro e palpabile come la macchina grafica e in fine de' conti le cifre si devono metter in curve per rilevarne la legge. Quando noi costruimmo il Meteorografo cercammo una costruzione che mettesse in rilievo a colpo d'occhio la velocità del vento in confronto colle altre vicende meteorologiche, e perciò preferimmo il sistema grafico, e ce ne siamo trovati contenti. Dei molti risultati di cui sono ricchi i nostri quadri raccolti in 18 anni di continuo lavoro, noi qui parleremo soltanto della velocità periodica del vento tanto annuale che oraria, riservando ad altra occasione di rilevare le altre particolarità che nascono dal confronto delle osservazioni anemometriche colle barometriche e termometriche.

§. I. Principii generali sulla costruzione degli anemometri e descrizione del nostro.

Negli anemometri devonsi distinguere due organi: uno è *il ricevitore* del vento, l'altro *il registratore*. L'organo ricevitore è stato per gran tempo una piastra che opposta al vento dà la pressione che l'aria esercita sopra la sua superficie di nota grandezza, donde si conclude la velocità dell' aria. Questo strumento è buono in teorica, e può dare la misura anche delle pressioni di brevissima durata: ma ha l'inconveniente di agire per colpi de'quali è difficile fare la sommatoria, o prendere la media. E ciò oltre alla facilità con cui l' organo esposto necessariamente a tutte le intemperie è soggetto ad ossidazioni, a guasti e attriti. Antichissimi sono i mulinelli, ma non fecero gran fortuna, perchè incerti nel rapporto teorico della loro velocità con quella del vento, e bisognosi di orientazione. Oggidì si dà la preferenza al mulinello di Robinson composto di quattro coppe emisferiche sostenute da una croce orizzontale girevole su di un asse verticale, le quali coppe sono tutte volte nel medesimo senso, e girano sempre nello stesso verso qualunque sia l' azimut del vento, e perciò sono indipendenti dalla orientazione. La potenza motrice è la differenza di pressione che si esercita dal vento ai due capi delle braccia opposte, uno de'quali presenta una superficie concava, e l'altro la stessa superficie ma convessa; la resistenza delle quali essendo diversa ne nasce la coppia motrice che fa girare il sistema.

L' inventore fissò da prima che il rapporto tra la valocità del vento e quella del mulinello contata sulla circonferenza descritta dal centro degli emisferi era di 3 : 1. Quindi conosciuta la velocità del mulinello non si avea che a triplicarla per avere quella del vento. Studii posteriori hanno mostrato che questo rapporto non varia quasi punto nei mulinelli di diversa grandezza, e che per le varie velocità del vento varia alquanto, ma in modo opposto: talchè tra i venti deboli e i forti in pratica vi è compensazione e può tenersi questo rapporto come costante. Quindi noi adottammo questo sistema lasciando tanti altri.

Il metodo grafico da noi prescelto è tale che ci dà su di un quadro, mobile per l' azione di un orologio, un sistema di linee la cui lunghezza in data unità di misura rappresenta il numero de'chilometri percorsi dal vento in ciascun ora, e tutte le linee partono da una base comune, onde realmente esse rappresentano colla loro lunghezza le ordinate di una curva di cui le ascisse sono le ore. La figura che nasce sul quadro è la seguente:

Così la curva della velocità del vento è rilevata a colpo d'occhio senza nessuna difficoltà. Noi abbiamo già più volte data la descrizione del *meteorografo* del quale questo meccanismo è una parte integrante ed originale da nessuno ideata prima di noi, tuttavia quì richiameremo brevemente la costruzione di questa parte della macchina, perchè realmente indipendente dal resto, e che può costruirsi a parte.

Il mulinello di Robinson da noi usato ha tal lunghezza di braccia che il centro degli emisferi percorre una circonferenza lunga stesa $3^{m}.33$, onde triplicata, fa che un giro del mulinello equivalga a 10 metri del vento. Gli emisferi hanno un diametro di $0^{m}.12$. L'asse del mulinello è lungo $0^{m}.60$. La sommità dell' asse è tenuta in posto da un cuscinetto di forma ordinaria e la sua punta inferiore di acciaio durissimo è immersa in uno scodellino sempre pieno d' olio che ha nel fondo un disco incavato ancor esso di acciaio temprato durissimo. Si è provato a mettervi pietre dure, e altre sostanze, ma tutto col tempo e col lungo e continuato lavoro veniva trapanato. L'acciaio indurito ha corrisposto meglio di tutte le altre sostanze.

Questo asse porta presso la parte inferiore un piccolo eccentrico che urta contro una molla leggera di acciaio, la quale alla sommità è munita di una lastra di platino, la quale batte contro una punta smussata del medesimo metallo, e coll'urto dell'eccentrico si viene ad aprire e chiudere il circuito

elettrico di una pila a forza costante, del sistema Daniell con diaframma a sabbia. Il mulinello sta sulla cima della torre del vecchio osservatorio liberissimo da ogni parte e che supera tutti gli edifizi vicini.

La macchina registratrice stà nel nuovo osservatorio lontana dal ricevitore circa 100 metri. La comunicazione tra i due organi non poteva esser meccanica, e si fece colla elettricità. Il castello del meteorografo che porta il quadro su cui si registra il vento e l'orologio regolatore, porta anche un contatore fornito di uno scappamento da orologio elettrico. Questo scappamento non differisce da quello degli orologi ordinarii se non in ciò che in luogo del pendolo ha un' ancora oscillante in faccia ad un elettromagnete che è in comunicazione colla pila dianzi menzionata; onde ad ogni apertura e chiusura del circuito della pila oscillando l'ancora, la ruota serpentina passa di un dente, come nel moto del pendolo ordinario. Un peso serve a far girare le ruote del contatore per più sicurezza, e per altra ragione che vedremo appresso. Così ad ogni giro del mulinello aprendosi e chiudendosi il circuito si ha il passaggio di un dente della serpentina onde ogni dente equivale a 10^m di vento. La serpentina avendo 50 denti, un giro di essa equivale a 500^m o mezzo chilometro. Per contare i giri del molinello più facilmente l' asse della serpentina porta un indice che scorre su di un quadrante diviso in 50 parti. Il contatore è composto di tre ruote, oltre la serpentina, calcolate in modo che la ruota più bassa conti 600 giri della serpentina, ossia 300 chilometri. Essa pure ha un indice con un quadrante su cui leggonsi i chilometri. Se il vento fa fare più giri a questa ruota, si rileva il loro numero facilmente dalla discesa che ha fatto il peso motore, la cui corda per ciò è distinta con nodi collocati appositamente.

Con questa parte del meccanismo si può dunque sapere facilmente quanti chilometri ha percorso il vento in un dato tempo, per esempio in un ora o in un giorno. E noi realmente così rileviamo la velocità diurna: perchè a mezzodì di ciascun giorno si mette l'indice della mostra inferiore a zero, e al mezzodì seguente si nota il numero de' chilometri trovati sul quadrante inferiore; e fatto ciò si rimette l' indice allo zero di nuovo per preparare l' osservazione del giorno seguente. Questa quantità del vento è registrata ogni dì nelle osservazioni ordinarie sotto il titolo = *Somma del vento a mezzodì* = L'attuale meteorografo ha il contatore graduato a chilometri: quello che servì fino alla fine del 1868 lo avea graduato a miglia italiane di 1852 metri ma il sistema di costruzione e lettura era lo stesso.

Per registrare graficamente la velocità del vento ad ogni ora, vi è il mec-

canismo seguente. Abbiamo detto che il contatore oltre la ruota di scappamento si compone di altre 3 ruote dentate che servono a ridurre i giri del mulinello a chilometri sul secondo quadrante: ora la 2ª di queste ruote porta sul suo albero una puleggia folle sulla cui gola si avvolge una catena, e inoltre ha sulla sua periferia laterale una minuta dentatura a finissimi denti a *rochet* oltre la dentatura ordinaria. La puleggia folle porta un piccolo dente d' acciaio che va ad incastrarsi dentro ai denti a *rochet* e la puleggia è tenuta premuta contro la ruota da una molla. Quando il contatore cammina, la puleggia viene trasportata dalla ruota e la catena che è fissata ad un punto della gola si avvolge sulla puleggia. Questa catena passa sopra a varie pulegge e và a terminare al porta lapis del vento che scorre sul quadro su cui si registra la velocità del vento. Il porta lapis è portato da un parallelogrammo articolato di Watt, o da un piccolo carrettino che scorre su di una guida. Camminando pertanto il contatore e avvolgendosi la catena sulla gola della puleggia il lapis viene tirato in un dato tempo di un tratto più o meno lungo secondo la velocita del vento: insieme col lapis viene rimontato un piccolo peso di cui or ora vedremo il servizio. Finita che sia un ora l'orologio col solito meccanismo della soneria muove una leva, la quale stacca la puleggia dalla ruota a *rochet* facendo uscire il dentino d' acciaio dai dentini della faccia laterale in cui era incastrato. La puleggia allora si trova libera, e il peso attaccato al porta lapis, ricasca e tira indietro il lapis al posto fisso da cui era partito. E così per tutte le ore. Le linee adunque tracciate dal lapis partono tutte dalla stessa verticale, e colla loro lunghezza danno la velocità che ha avuto il vento ad ogni ora in una proporzione facile a determinarsi dietro la corsa in chilometri indicata dal contatore stesso. La carta del quadro è stampata a quadrati di 5^{mm} di larghezza, e ogni quadratino corrisponde a $1^{k}.50$ così a vista si può prendere il valore della velocità contando semplicemente i quadratini. Le linee della velocità oraria fanno anche l'altro uffizio di dividere la carta in ore, talchè non è mestieri di prender nessuna cura a collocarla in posto preciso per il principio del tempo, e basta fare un segno su di essa per distinguere l'ora del mezzodì.

I vantaggi di questo sistema di registro sono molteplici. 1.° Il regresso del lapis potendosi fare a qualunque punto della circonferenza, si può avere ogni grado di velocità. La sola avvertenza da avere si è che il giro della puleggia sia tale che la sua lunghezza al perimetro ammetta le massime velocità che può avere il vento in un ora. Nel nostro contatore può andare fino a 80 chilom.: ma se fosse maggiore ne resterebbe l'eccesso non segnato:

però può facilmente rimediarsi a ciò poichè può farsi scattare l'orologio ad ogni mezz' ora , e in queste epoche turbinose può farsi volendolo anche a mano: ma tal bisogno è ben raro.

2.° La numerazione dei chilometri è facilissima, bastando leggere il numero de'quadrati sulla carta. Negli anemometri usati negli osservatorii meteorologici italiani si è adottato il principio del prof. C. Parnisetti modificato al tecnomasio di Milano, che consiste in fare che il mulinello alzi un peso, e lo lasci cascare dopo un chilometro percorso. Il peso cadendo fa un punto su di una carta ad ogni chilometro, e la carta deve esser divisa in ore anticipatamente: quindi per avere la velocità si devono contare i punti fatti ad ogni ora. Ciò è molto incommodo e noioso, e lo è tanto più che i punti sono impressi a secco cioè senza inchiostro onde più d' uno mi ha confessato la grande pena che si ha in tal rilievo. Non sarebbe però secondo me difficile a rimediare all'inconveniente della poca visibilità de'punti, che nei più recenti strumenti sono fatti dall'elica stessa che indica la direzione del vento. Basterebbe per ciò invece della carta semplice usare carta dipinta di biacca di zinco e cilindrata appresso che è stata imbiancata. Il contatto de' metalli su questa carta lascia una tinta scura come di lapis che rendono l'impronta assai cospicua. Non propongo inchiostri perchè tutti sono incommodi e si disseccano.

Ma la miglior modificazione che potrebbe farsi al sistema del Parnisetti sarebbe quello di fare che il peso nel cadere facesse camminare un contatore fornito di tipi, come si trova in alcuni timbri o bolli meccanici. Il peso cadente col suo urto farebbe girare il sistema delle ruote a tipi del contatore, il quale mostrerebbe sul cilindro da esse formato il numero de'chilometri. Questo numero poi sarebbe facile stamparlo su di una striscia di carta con un meccanismo mosso ad ogni ora dall' orologio che portasse la carta al contatto dei tipi. Così la striscia della carta avrebbe impresse le cifre orarie e fattene le differenze s' avrebbe il rilievo delle velocità orarie più facilmente ancora che dal nostro quadro. Ignoro se alcuno abbia ancora eseguito questo sistema. Mi pare che meriterebbe la pena di occuparsene.

3.° L' uso della elettricità fu da noi introdotto per la necessità di tener tanto lontano il mulinello dal contatore: ma dove i due organi possono mettersi vicini, la cosa più semplice è l' uso di una vite perpetua che faccia girare il contatore. Però non bisogna che la vite fatichi troppo , se nò i venti leggeri sono perduti , onde ove sia persona capace di governare le pile, a queste io darei sempre la preferenza, perchè la molla interruttrice

esige sempre meno forza che non la vite perpetua, e con questo sistema si evitano i lunghi assi e le trasmissioni meccaniche, rare volte evitabili coi contatori mossi direttamente.

4.° Nel nostro sistema si ha un controllo tra le linee orarie tracciate sul quadro e il numero segnato dal contatore a mezzodì, la somma delle prime dovendo dare la cifra de'chilometri letta a mezzodì. Tuttavia ciò rare volte avviene rigorosamente. perchè la catena non può stare con una tensione assoluta, nè il dente della puleggia quando è staccata sta sempre in tal posizione da rientrare in fondo all'incavo dei denti della ruota a *Rochet* in piena forza, quindi vi è sempre un poco di tempo perduto; ma questo con una buona costruzione può ridursi a ben poca cosa. Un altra perdita viene da ciò che nei venti fortissimi lo scappamento del contatore non fa sempre a tempo a far tutta la sua oscillazione, e dei giri passano non segnati. Ma in questo caso la proporzione della velocità del mulinello alla velocità del vento è troppo incerta per farne calcolo rigoroso, e poi questi casi sono molto rari, e durano pochi istanti. Da noi il massimo vento è raro che faccia 20 metri per secondo, cioè 72 chilometri all'ora, e questo può commodamente registrarsi potendo lo scappamento fare commodamente 5 oscillazioni per secondo. In siti più esposti sarebbe da usare un molinello di maggior diametro per dare più tempo allo scappamento.

Benchè così facilitato, il computo orario del vento non cessa di essere un lavoro serio, e perciò non possiamo darne qui che un piccolo saggio, riservando col tempo a darne una più estesa riduzione.

Descritto così l'istrumento, veniamo ad esporne i risultati.

QUADRO I.

Numero medio delle unità di spazio percorse dal vento in 24 ore, ossia somma diurna media del vento osservato da mezzodì a mezzodì sul contatore del meteorografo.

PERIODO 1.° DAL 1862—1868 INCL. COMPUTO IN MIGLIA.

ANNI	Genn.	Febb.	Mar.	April.	Magg.	Giugno	Lugl.	Agosto	Sett.	Ott.	Nov.	Dec.
1862	84· 7	96· 6	122· 9	84· 4	88· 5	97· 4	103· 3	92· 5	59· 3	70· 4	108· 3	101· 6
1863	93· 4	64· 2	96· 1	87· 2	115· 2	114· 6	100· 0	99· 8	107· 8	79· 5	110· 4	102· 2
1864	139· 7	121· 4	124· 3	111· 6	111· 3	106· 0	88· 9	124· 5	100· 7	105· 3	121· 6	133· 4
1865	92· 4	182· 9	176· 0	86· 3	106· 9	132· 7	122· 7	109· 1	103· 0	110· 5	99· 5	86· 9
1866	75· 5	109· 5	138· 0	113· 4	111· 2	95· 7	123· 3	115· 2	101· 5	100· 4	105· 6	86· 9
1867	154· 5	69· 6	111· 1	100· 3	118· 1	110· 3	115· 4	90· 7	89· 9	95· 6	115· 2	125· 5
1868	149· 8	77· 3	135· 5	133· 4	83· 3	87· 5	105· 3	104· 0	108· 9	98· 2	110· 5	81· 8

PERIODO 2.° DAL 1869 AL 1876. COMPUTO IN CHILOMETRI

ANNI	Genn.	Febb.	Mar.	April.	Magg.	Giugno	Lugl.	Agosto	Sett.	Ott.	Nov.	Dec.
1869	197· 3	123· 0	321· 9	194· 3	216· 5	230· 5	176· 8	196· 3	187· 5	222· 8	180· 9	251· 5
1870	243· 1	200· 3	228· 3	208· 9	136· 7	185· 0	208· 9	229· 3	197· 7	219· 6	271· 2	204· 0
1871	238· 0	140· 1	163· 5	153· 6	201· 4	262· 1	235· 8	216· 7	187· 0	242· 3	271· 6	247· 4
1872	256· 4	94· 6	147· 5	244· 1	183· 8	165· 2	178· 8	206· 7	162· 2	173· 7	80· 1	222· 8
1873	120· 6	187· 6	188· 0	219· 5	206· 9	175· 2	177· 7	183· 7	207· 5	164· 4	186· 6	217· 2
1874	156· 3	192· 9	231· 0	208· 4	202· 2	203· 6	182· 3	224· 1	167· 7	166· 2	154· 2	233· 9
1875	131· 8	268· 9	180· 2	235· 6	188· 5	166· 4	189· 4	188· 9	151· 7	202· 3	213· 7	154· 0
1876	181· 5	161· 5	244· 8	245· 6	229· 0	170· 4	185· 1	181· 4	151· 8			

MEDIO GENERALE RIDUCENDO PEL PRIMO PERIODO LE MIGLIA A CHILOMETRI

	Genn.	Febb.	Mar.	April.	Magg.	Giugno	Lugl.	Agosto	Sett.	Ott.	Nov.	Dec.
Medio 1.°	209· 5	189· 1	239· 1	187· 9	193· 6	197· 2	201· 1	195 5	177· 8	174· 9	204· 3	190· 3
id. 2.°	190· 6	170· 8	213· 1	189· 5	195· 6	197· 3	218· 8	203· 4	176· 6	197· 1	194· 0	218· 7
Med. gen.	200· 1	179· 9	226· 1	188· 7	194· 6	197· 3	209· 9	199· 4	177· 2	186· 0	198· 1	204· 5

MEDIA ANNUALE = 197.5 k.

§. II. Velocita' media annuale e mensile del vento

Nel quadro I.° abbiamo raccolto tutte le somme diurne del vento osservate a mezzodì, e ridotte a medie mensili. Chi amasse vedere i numeri fondamentali per decade potrà trovarli nel Bullettino meteorologico dell'Osservatorio del Collegio Romano nei rispettivi mesi ed anni.

Distinguiamo il periodo de'15 anni in due parti, una dal 1862 al 1868 incl. in cui fu usato il meteorografo antico, nel quale il computo era fatto a miglia italiane di 1852 metri; l'altra dal 1869 al 1876 in cui il computo è a chilometri, di quest'ultimo però sono esclusi gli ultimi tre mesi del 1876 perchè le cifre non erano raccolte all'epoca della redazione finale e della stampa di questa memoria.

Le conclusioni più importanti che risultano da questo quadro sono le seguenti. 1.° In mezzo alla enorme diversità di cifre rilevate del vento nei giorni particolari, che dalla calma assoluta di 0 kilometri và fino a 1256 km. pure gli estremi mensili de' singoli mesi non variano che da 321 km. a 80 km. cioè nel rapporto di 1: 4.

2.° Le medie mensili nei due periodi di 7 in 8 anni sono così vicine fra loro che si controllano reciprocamente, benchè gli strumenti siano stati differenti. In alcuni mesi la differenza è nulla, in altri è di pochi chilometri, la massima divergenza dal medio de' due valori è appena di una ventina di chilometri, cosa in vero sorprendente. Il che prova che pel nostro clima 8 ovvero 9 anni di osservazioni sono capaci di darci una idea abbastanza esatta di questo elemento.

3.° Da mese a mese la variazione è piccola assai. Disponendo i mesi per grandezza della velocità del vento, troviamo l'ordine seguente:

Marzo	226. 1	Giugno	197. 3
Luglio	209. 9	Maggio	194. 6
Decembre	204. 5	Aprile	188. 7
Gennaio	200. 1	Ottobre	186. 0
Agosto	199. 4	Febbraio	179. 9
Novembre	198. 1	Settembre	177. 2

È curioso che dei due mesi equinoziali, uno ha il massimo l'altro il minimo di vento. La differenza è 49 k. cioè appena $\frac{1}{4}$ della media.

Tutto questo è assai, considerando quanto sia ineguale la distribuzione oraria e diurna del vento nell'estate, e nell'inverno, come vedremo fra poco. Non farà poi sorpresa a nessuno il vedere che il Marzo è il più ventoso.

4.° La media annuale viene ad essere 197^k.5 ossia in numeri tondi 200^k al giorno, e l'oraria 8$^k \frac{1}{4}$ in media. Il massimo orario assoluto osservato è stato di 70 in 80 chilometri.

Quì però viene una domanda. Anche ammesso che sia esatto il rapporto della velocità del vento con quella dell'anemometro 3: 1, e ammesso che l'attrito e le altre resistenze siano trascurabili; può ritenersi che queste cifre rappresentino la vera velocità climatologica del vento in Roma?

Non dissimulerò qualche piccolo difetto della macchina che rende minori del vero le cifre de'venti forti: quali sono che nelle grandissime celerità lo scappamento non ha tempo da scattare e lasciar passare sempre il dente, benchè possa in pratica segnare 5 giri al secondo, cioè 50 metri onde le massime velocità non sono talora completamente registrate. Ciò può ritenersi accaduto tre o quattro volte in un anno, e per brevissimi intervalli di tempo, però questo difetto non può avere grande influenza nella media. Ma ben più serio è l' altro inconveniente che essendo inevitabile non avea rimedio e dovevamo rassegnarci.

Tutti sanno che la velocità del vento è funzione dell'altezza relativa del luogo ove stà l'anemometro; presso terra gli attriti che soffre l'aria per gli oggetti terrestri, pei vortici e i riflessi che trova nei monti, nelle fabbriche e nelle selve non si ha mai la vera misura, nè anche alla sponda del mare; molto meno poi dentro terra. Ma al Collegio Romano vi è anche un altra ragione di più, ed è l' ubicazione dell' Osservatorio. La torre ove fu collocato il mulinello è quella del vecchio osservatorio, posizione certamente la più vantaggiosa che potevasi avere nella località centrale della città; la sua altezza sul piano di Roma è 48^m. 50 e supera di molto tutti gli edifizi vicini. I palazzi e le case private e lo stesso Collegio Romano sono più bassi di 20 metri circa: la chiesa e il nuovo osservatorio sono lontani circa 100 metri, e sono anche più bassi del mulinello di 10 in 12 metri. Ma il Collegio Romano sta nella parte più bassa della città, nell'antico campo Marzio, in una specie di conca o bacino del Tevere. Questo bacino è cinto da alte colline: a destra del Tevere è la catena di Montemario, del Vaticano e del Gianicolo, a sinistra quelle del Pincio, del Quirinale, del Campidoglio, dell'Aventino. Il vertice superiore di questi colli è già in alcuni punti più alto che la cima dell' anemometro e in genere solo in alcuni punti il mulinello lo supera di pochi metri, ma esso dappertutto è inferiore alla sommità dei caseggiati che rivestono queste cime tranne nelle due imboccature della vallata a N e a S. Benchè vasta questa vallata, cioè di circa chilometri 1, 50 da Est ad Ovest e di 3,00 kil. da S. a N. pure i venti naturalmente devono

trovarvisi impediti di scorrere nel suo interno colla loro forza reale, quale hanno sulle colline. Anche in tempo che è calmo in basso, si sà che sulle cime delle torri fabbricate sui colli suddetti si ha molto movimento d'aria. Chi non conosce il vento abituale e fiero che fà sulla cupola di S. Pietro, sulla torre del Campidoglio e sul campanile di S. Maria Maggiore? Non può dunque la quantità di moto dell'aria da noi trovata dare la vera misura del vento assoluto, se non forse prossimamente quando esso spira nella direzione stessa dell'apertura della vallata del Tevere, cioè da NNO a SSO prossimamente. Non siamo quindi sorpresi a trovare che all'osservatorio del Campidoglio si ha maggior quantità di vento, perchè malgrado che colà vi sia l'ostacolo della Torre capitolina, pure esso in genere è più alto del Collegio Romano, e sta sul ciglio del perimetro della vallata.

Il solo punto in cui si potrebbe avere un risultato competente per lo studio di questo elemento, sarebbe sulla torre di Monte Mario, torre segnale geodesico che fu fatta costruire onde servire alla triangolazione per la misura del meridiano centrale Europeo, ma nel qual lavoro io ebbi in vista anche l'uso di altri studi astronomici e meteorologici e specialmente quello de'venti. Essa si innalza quanto la croce della cupola di S. Pietro, e si eleva sul sommo vertice del colle non meno di 16 metri onde il vento deve avere poca resistenza dal piano del terreno sottoposto, che discende intorno rapidamente. Questa sarebbe pertanto molto commoda e vantaggiosa come un centro importante per il contorno di Roma, ma per la regione generale latina, credo che l'unico sito opportuno sia la cima di Monte Cavo, che è il vertice più elevato e più libero ed accessibile facilmente di tutti i contorni di Roma. Avendo io ora colà eretto un osservatorio, vi sarà collocato un anemometro grafico, e ne caveremo dati preziosi per giudicare di questo importantissimo elemento meteorologico.

Ma checchè sia di tutto ciò alle antecedenti conclusioni resta sempre fisso il merito di un valore proporzionale al vero, e perciò questi risultati finali non saranno inutili.

§. III. Variazioni orarie del vento.

Il lavoro delle riduzioni orarie del vento per tutti i 15 anni di cui abbiamo i dati, era superiore alle nostre forze, tuttavia volemmo tentarne un saggio e per ciò fu fatta la riduzione per l'anno già accennato 1875 e del 1874.

Si è già detto del modo di registro e di riduzione e ora basterà dar qualche schiarimento secondario.

I fogli tratti dal meteorografo si conservano in appositi *album* legati; su questi furono misurate tutte le linee della velocità del vento, con una apposita scala, benchè vi fossero i quadratini di guida. Ogni giorno del mese diede così una linea di 24 colonne di cifre. Furono lasciate in bianco in questo spoglio que'giorni in cui si rilevò qualche difetto di registro, o per mancanza della pila o altra accidentalità; ma questi sono pochi, e in tutto l'anno appena arrivano a una ventina. Le massime lacune si trovarono nel mese di Ottobre 1875 in cui il registro fu trovato estremamente capriccioso fino alla fine del mese. Causa di questo fu la rottura del filo di ritorno fatta da una scarica atmosferica in un temporale, che rendeva incerto il contatto, onde la corrente ora circolava, ora nò. Trovato il difetto e corretto non si ebbe altro inconveniente. Lasciati a parte i giorni di non regolare registro fu preso il medio dei giorni normalmente registrati. Quindi in questo mese la somma assegnata dal contatore è differente notabilmente da quella delle linee del quadro perchè il primo fu supplito a stima onde non turbare il registro ordinario del giornale meteorologico. Ciò serva di norma in questo solo mese. Le doppie virgolette » indicano *calma*. Diamo per saggio il quadro del Gennaio 1875 lasciando gli altri, che chi desidera rilevare per le ore delle solite osservazioni troverà pure nel Bullettino meteorologico. Avvertasi però che nel detto Bullettino le cifre della velocità indicano solo i quadrati della carta grafica, onde bisogna moltiplicarli per 1, 50; mentre quelle della *somma del vento a mezzodì* indicano come si disse chilometri o miglia secondo le epoche.

Le calme segnate con due virgolette nel quadro che riportiamo come campione pel sistema di riduzione, sono computate come velocità *zero*, ed entrano nel numero delle medie da prendersi.

Il quadro n.° II dà il risultato del mese di Gennaio 1875 come campione del resto del lavoro. L'enorme diversità del vento da un giorno all'altro, fa che anche le decadi siano assai svariate per non potersi in così breve periodo fondare la legge delle curve decadiche. Per l'anno 1874 si è fatto un quadro simile al presente, ma ci siamo ristretti a riprodurre le medie mensili soltanto riassunte nel Quadro IV. Per farli meglio comprendere abbiamo costruito i risultati di questo quadro in curve che sono date nelle figure della Tavola litografica.

Le conseguenze sono le seguenti:

1.° Come proprietà comune a tutti i mesi si trova che in ciascuno vi è un

massimo assoluto principale accompagnato da altri massimi più o meno secondarii.

2° La curva della velocità diurna ha un aspetto notabilmente diverso nelle due stagioni opposte, estiva ed invernale. Nei 5 mesi di Maggio, Giugno, Luglio, Agosto e Settembre la curva è così semplice netta e marcata che anche le decadi sono già notabilmente concordi. In essi il periodo è quasi semplice con una grande elevazione nel giorno, e forte diminuzione nella notte. L'ora del massimo è tra le 3 e le 4 pom., e quella del minimo verso mezzanotte.

3° I sette altri mesi Aprile, Marzo, Febbraio, Gennaio, Decembre, Novembre e Ottobre hanno bensì un massimo principale diurno e un minimo notturno, ma questi minimi sono assai diversi nelle ore. Nei mesi di Marzo, Aprile e Ottobre il minimo notturno è doppio, uno verso mezzanotte l'altro tra le 6 e le 7 del mattino, ma poco deciso.

Nei quattro mesi Febbraio, Gennaio, Decembre e Novembre il minimo serotino è tra le 9 e le 10 pom. e il minimo matutino è tra le 6 e le 7 antim. Stante l'analisi di sì breve tempo non può definirsi meglio l'ora media di questi minimi. Questi minimi e le loro ore sono fluttuanti.

4° Nei mesi invernali il periodo del vento è fortemente influenzato dai venti forti di burrasca, onde questi hanno il predominio sui venti normali. Si è pertanto cercato quale era l'influenza di questi venti sull'ora del massimo e se il periodo normale era in essi conservato o nò. Il risultato è compreso nel Quadro V.

QUADRO II.

GENNAIO 1875 — (Velocita' media oraria del vento)

Giorni	1h a.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1h p.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1																								
2											9·7	3·0	4·7	6·7	7·8	3·3	0·2	0·7	»	»	»	»	»	1·5
3	»	0·9	1·5	1·9	1·8	0·7	2·4	1·2	1·0	»	3·0	6·0	»	0·2	»	»	3·0	»	1·9	2·1	0·0	»	»	»
4	2·2	0·7	1·8	1·0	»	»	»	1·8	0·3	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
5	4·2	3·9	2·1	6·0	5·2	4·5	1·5	3·6	3·0	2·7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	0·1	6·4	20·5	22·1
6	11·1	13·5	15·0	14·2	9·6	13·1	12·0	16·7	15·7	12·3	5·2	5·2	10·7	9·0	2·5	2·4	7·5	4·9	»	»	»	»	»	»
7	»	»	»	»	»	»	2·5	0·7	»	4·0	6·0	1·8	2·5	0·9	»	»	4·8	0·3	»	»	»	»	3·0	4·0
8									5·2	7·8	4·5	3·4	4·2	1·5	1·5	»	»	»	»	»	1·0	1·0	1·7	6·3
9	7·0	7·4	2·5	0·7	»	1·5	2·2	5·8	3·4	»	»	»	2·1	4·0	1·8	1·0	»	»	2·5	1·0	»	»	»	1·8
10	9·4	4·0	0·7	»	»	1·9	2·0	2·2	0·7	»	»	»	»	»	»	0·7	»	»	»	1·0	»	»	»	»
11	0·5	»	0·7	»	»	»	0·6	»	»	2·0	»	1·5	6·9	8·5	7·0	6·4	3·0	5·7	1·0	4·0	8·7	9·3	12·0	7·5
12	9·7	6·6	10·1	14·7	14·4	14·5	11·1	12·7	8·5	9·0	3·3	2·5	4·5	»	9·0	5·2	11·5	6·0	1·0	»	»	»	»	»
13	»	»	»	»	»	0·6	1·5	1·0	1·2	0·3	0·9	»	1·8	1·0	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
14	»	»	»	»	»	»	1·0	2·2	1·0	0·0	3·6	0·5	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	1·0
15	»	7·0	7·5	7·0	4·5	10·0	10·5	6·0	3·6	6·1	4·7	2·1	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
16	»	»	»	»	»	»	1·5	»	»	»	»	»	»	»	8·3	8·7	8·2	13·0	8·1	2·5	0·0	»	»	2·6
17	9·7	11·2	9·4	15·3	18·6	17·7	10·2			7·5	20·7	19·0	28·0	27·9	27·7	15·0	6·4	0·7	»	1·5	1·0	»	»	»
18	1·5	3·9	6·0	5·2	3·0	4·5	4·1	3·4	1·5	»	0·6	»	6·7	15·0	10·3	11·2	4·5	»	2·1	»	3·6	2·5	4·1	»
19	»	»	2·4	1·2	2·1	»	3·0	0·7	1·0	4·5	1·0	»	»	»	»	»	0·4	»	»	»	»	»	»	2·4
20	»	0·7	1·2	»	3·6	»	1·7	2·7	3·0	0·4	»	»	»	»	3·2	0·0	»	»	»	1·6	2·2	2·4	4·3	4·5
21	3·3	5·6	4·5	»	2·5	»	5·5	8·5	15·2	19·0	16·0	15·7	14·2	19·5	15·0	15·0	10·0	5·0	3·6	»	1·0	»	»	2·5
22	3·4	9·0	8·1	9·6	9·4	13·0	22·0	18·0	21·0	23·0	21·4	26·2	26·2	33·4	29·2	31·5	20·7	6 6	2·7	»	0·7	0·7	5·1	14·5
23	16·0	20·4	25·5	26·1	28·6	28·0	33·7	30·0	29·5	30·0	32·1	31·5	30·0	28·5	29·1	23·2	13·5	16·4	14·7	13·0	1·0	1·4	3·0	3·0
24	1·5	2·5	4·8	4·9	5·4	7·3	0·7	2·4	2·2	3·0	1·5	»	»	»	6·0	5·4	8·0	8·7	13·0	15·6	12·4	16·2	15·0	18·0
25	17·1	18·0	19·2	18·9	19·0	21·7	23·1	27·7	27·0	20 5	17·7	20·6	15·6	15·0	15·9	12·7	9·4	7·0	7·2	8·5	3·7	4·5	5·5	7·5
26	3·6	»	»	»	»	»	3·0	»	»	»	1·9	3·2	9·7	5·2	6·0	6·3	2·5	»	»	»	»	»	0·7	»
27	»	»	1·4	»	»	»	»	»	»	4·5	3·6	6·7	17·2	15·0	9·7	2·1	15·0	14·4	18·4	21·0	14·2	7·5	2·4	1·0
28	»	5·4	10·5	10·8	8·2	7·8	10·9	12·0	9·4	»	2·2	8·2	9·9	7·9	8·1	11·5	10·5	5·1	7·9	9·6	1·8	1·9	1·8	3·3
29	4·5	7·3	7·7	3·7	2·5	2·7	2·5	»	»	»	»	0·7	0·4	»	1·8	»	»	»	»	»	»	»	»	»
30	»	»	2·5	6·6	»	5·2	1·0	»	2·4	1·0	0·4	»	»	»	»	8·4	11·6	11·2	16·9	21·0	20·1	23·4	26·1	27·0
31	23·2	25·5	22·0	16·2	14·2	12·6	2·1	»	8·6	16·2	25·5	28·5	20·4	24·0	26·1	25·2	20·0	21·7	13·9	21·7	18·9	22·5	19·5	18·3

QUADRO III.

MEDIE DECADICHE DELLA VELOCITA' DEL VENTO

Gennaio 1875

Dec.	ORE ANTIMERIDIANE 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	ORE POMERIDIANE 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Somma in linea orizzont.	Massimo orario	Minimo orario	Medio orario
1.ª	4.8	4.3	3.4	3.4	2.4	3.1	3.2	4.5	3.7	3.3	3.2	2.2	2.7	2.5	1.5	0.8	1.7	0.6	0.5	0.5	0.1	0.8	2.8	2.9	59.9	4.8	0.1	2.5
2.	2.1	2.9	3.7	4.3	4.6	4.7	4.5	3.0	2.0	3.0	3.5	2.6	4.8	5.2	6.5	4.6	3.4	2.5	1.2	1.0	1.5	1.4	2.0	1.8	76.8	6.5	1.0	3.2
3.	6.6	8.5	9.7	8.8	8.1	8.9	9.5	8.9	10.5	10.7	11.1	12.9	13.0	13 5	13.3	13.0	11.0	8.7	8.9	10.0	6.7	7.1	7.2	8.6	235.2	13.5	6.6	9.8
Mese	4.5	5.2	5.6	5.5	5.0	5.6	5.7	5.5	5.4	5.7	5.9	5.9	6.8	7.1	7.1	6.1	5.4	3.9	3.5	3.8	2.8	3.1	4.0	4.8	123.9	8.3	2.6	5.2

Febbraio 1875

Dec.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Somma in linea orizzont.	Massimo orario	Minimo orario	Medio orario
1.	8.3	9.9	8.7	7.4	9.0	9.0	8.8	10.4	9.3	9.2	9.8	11.7	12.7	11.9	10.0	9.7	8.0	6.8	6.1	7.4	7.8	7.6	7.0	7.1	213.6	12.7	6.1	8.9
2.	16.0	16.9	16.6	16.2	16.1	16.2	14.4	14.7	14.0	15.4	15.5	15.1	13.0	13.2	15.2	16.6	15.8	15.4	13.9	15.0	15.1	12.1	14.3	16.2	362.9	16.9	12.1	15.1
3.	9.3	8.3	6.7	7.3	7.7	6.3	7.0	6.1	10.9	10.0	12.4	12.3	12.0	14.8	14.4	14.3	12.4	9.1	6.1	6.8	8.4	7.2	8.9	12.4	231.1	14.8	6.1	9.6
Mese	11.2	11.7	10.7	10.3	10.9	10.5	10.1	10.4	11.4	11.5	12.6	13.0	12.6	13.3	13.2	13.5	12.1	10.4	9.7	9.7	10.4	8.9	10.1	11.9	269.2	14.8	8.1	11.2

Marzo 1875

Dec.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Somma in linea orizzont.	Massimo orario	Minimo orario	Medio orario
1.	5.2	7.2	8.4	5.0	4.2	5.3	5.8	3.9	3.5	4.0	4.5	4.4	3.0	6.5	8.5	10.2	9.9	7.4	6.6	5.8	3.0	2.8	3.1	3.9	132.1	10.2	2.8	5.5
2.	7.1	5.4	4.4	4.7	5.3	6.3	7.6	7.4	8.5	6.0	6.0	5.3	7.4	10.7	9.8	10.9	13.8	12.8	3.8	8.2	6.7	6.0	5.7	6.7	181.2	13.8	4.4	7.5
3.	5.9	6.0	6.8	7.1	6.7	7.4	7.3	9.5	9.5	9.5	12.6	13.2	16.8	17.5	17.4	17.7	16.2	16.2	14.3	12.4	11.4	10.3	10.4	8.1	270.2	17.7	5.9	11.3
Mese	6.1	6.2	6.5	5.6	5.4	6.3	6.9	6.9	7.2	6.5	7.7	7.6	8.9	11.6	11.9	12.9	13.3	12.1	9.9	8.8	7.0	6.4	6.4	6.2	194.5	13.9	4.4	8.1

Aprile 1875

Dec.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Somma in linea orizzont.	Massimo orario	Minimo orario	Medio orario
1.	4.3	5.8	4.4	5.2	4.6	3.9	2.7	4.8	4.7	6.4	6.8	8.0	11.4	13.7	13.8	13.4	10.9	10.5	8.4	3.3	1.9	2.2	2.8	2.5	156.4	13.8	1.9	6.5
2.	9.3	7.1	6.7	9.3	10.9	9.6	9.1	9.4	12.9	14.3	12.7	14.1	16.9	20.4	18.7	18.9	17.5	16.2	10.4	9.1	8.3	8.6	11.4	10.5	292.3	20.4	7.1	12.2
3.	7.7	7.3	7.9	7.9	7.2	8.7	8.5	8.4	8.7	11.6	11.2	11.5	13.0	16.5	16.0	17.5	16.8	16.6	12.9	12.4	10.9	10.4	10.0	9.4	269.0	17.5	7.3	11.2
Mese	7.1	6.7	6.3	7.5	7.6	7.4	6.8	7.5	8.8	10.8	10.2	11.2	13.8	16.9	16.2	16 6	15.1	14.4	10.6	8.3	7.0	7.1	8.1	7.5	239.2	17.2	5.4	10.0

Maggio 1875

Dec.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Somma in linea orizzont.	Massimo orario	Minimo orario	Medio orario
1.	0.3	0.2	1.5	0.9	2.2	0.8	0.9	1.2	1.9	1.9	4.3	4.9	11.6	14.6	15.0	15.3	12.5	12.3	8.8	4.9	4.2	0.6	0.0	0.0	117.8	15.3	0.2	4.9
2.	1.0	1.9	3.0	1.8	1.7	2.9	1.5	2.4	3.0	3.6	4.5	5.4	13.0	16.5	18.6	19.7	18.0	14.4	7.7	4.1	2.3	1.4	0.7	1.1	149.2	19.7	0.7	6.2
3.	5.3	4.4	3.7	1.5	2.9	2.8	1.5	3.8	6.1	7.1	8.3	9.3	14.5	17.9	21.0	20.4	19.0	14.7	10.1	5.5	5.5	5.6	5.7	5.2	201.3	21.0	1.5	8.4
Mese	2.3	2.2	2.4	1.4	2.3	2.2	1.3	2.5	3.7	4.2	5.7	6.5	13.0	16.3	18.2	18.5	16.3	13.8	8.9	4.8	3.0	2.5	2.1	2.1	156.3	18.7	0.8	6.5

																		16·6	12·8	8·1	5·5	5·4	5·0	3·2	210·7	20·9	2·5	8·8
Mese	2·4	3·0	3·2	3·5	3·7	3·4	3·3	5·0	5·5	6·8	8·5	10·3	13·8	17·9	18·4	18·2	17·9	14·8	11·6	7·3	5·2	4·3	3·9	2·7	194·8	18·9	1·9	8·1

Agosto 1875

1·	4·4	3·9	4·4	4·6	5·6	6·0	6·6	9·1	10·9	11·9	11·9	13·7	18·8	17·2	22·0	22·6	20·6	15·0	11·8	8·0	5·5	5·0	4·2	4·1	247·8	22·6	3·9	10·3
2·	0·6	1·5	1·9	2·1	2·4	2·0	1·4	3·3	2·3	1·4	2·3	5·0	9·2	16·2	18·0	18·5	17·4	13·4	7·2	3·9	2·3	0·4	0·7	0·4	133·8	18·5	0·4	5·6
3·	2·0	1·0	2·0	1·4	1·7	2·3	1·4	1·9	3·9	5·7	6·2	9·7	11·2	17·8	20·7	21·2	18·8	16·7	12·2	6·4	3·6	2·7	2·3	1·9	174·8	21·2	1·0	7·3
Mese	2·3	2·1	2·8	2·7	3·2	3·4	2·1	4·8	5·7	6·3	6·8	9·5	13·0	17·1	20·2	20·8	18·9	15·0	10·4	6·1	3·8	2·7	2·4	2·1	185·4	20·8	1·8	7·7

Settembre 1875

1·	2·7	3·1	4·0	2·5	1·7	1·9	2·8	3·5	5·5	2·6	3·5	4·5	6·6	11·0	16·1	17·9	16·4	12·6	6·8	4·7	5·5	5·1	3·9	2·5	147·4	17·9	1·7	6·1
2·	2·9	2·1	3·2	3·8	4·0	5·3	4·4	4·9	3·7	3·6	4·9	4·6	6·3	9·0	9·7	12·8	13·4	11·1	6·0	3·6	3·9	2·6	2·5	3·3	131·6	13·4	2·1	5·5
3·	1·4	1·4	2·3	2·2	1·6	1·9	0·5	1·7	2·9	5·3	8·1	11·0	14·0	14·8	15·7	16·6	15·0	10·6	7·2	4·5	3·0	2·8	1·0	0·7	146·2	16·6	1·0	6·1
Mese	2·3	2·2	3·2	2·8	2·4	3·0	2·6	3·4	4·0	3·8	5·5	6·7	9·0	11·6	13·8	15·8	15·0	11·4	6·6	4·3	4·1	3·5	2·5	2·2	141·7	16·0	1·6	5·9

Ottobre 1875

1·	5·2	9·5	8·4	9·9	10·3	7·7	9·8	9·5	8·8	8·0	10·4	11·5	14·9	14·6	16·6	16·5	15·1	12·5	10·0	9·3	8·0	7·6	4·1	5·3	243·5	16·6	4·1	10·1
2·	7·0	8·6	6·0	9·2	6·6	8·6	7·0	9·9	9·4	10·9	10·6	9·6	12·6	13·9	16·3	16·7	12·4	7·0	6·1	5·9	7·3	8·6	8·1	7·2	225·5	16·7	6·0	9·4
3·	5·5	6·8	9·1	8·4	11·7	12·5	13·1	12·9	15·0	19·0	17·2	15·8	17·8	16·5	13·2	8·0	7·7	7·1	9·3	6·9	6·9	5·3	3·8	4·6	254·1	17·8	3·8	10·6
Mese	5·9	8·3	7·8	9·2	9·5	9·6	10·0	10·8	11·1	12·6	12·7	12·3	15·1	15·0	15·4	13·7	11·7	8·9	8·5	7·4	7·4	7·2	5·3	5·7	241·0	17·0	4·6	10·0

Novembre 1875

1·	5·5	5·9	6·6	6·4	5·8	5·9	5·4	5·1	6·0	9·8	10·4	8·0	8·9	8·7	9·7	8·9	7·3	8·0	9·7	8·0	7·1	6·0	5·4	7·2	175·7	10·4	5·1	7·3
2·	4·4	4·1	5·2	4·8	5·1	5·9	9·3	11·8	10·3	9·1	11·0	12·5	15·6	15·8	14·8	13·3	9·9	7·7	8·3	5·0	3·4	2·6	2·9	3·7	196·5	15·8	2·6	8·2
3·	7·8	9·6	12·7	10·8	8·5	8·9	9·1	9·1	8·5	8·1	9·6	10·3	13·5	12·3	13·5	10·3	8·6	5·3	6·6	7·9	6·8	6·3	8·8	9·4	222·3	13·5	5·3	9·3
Mese	5·9	6·5	8·2	7·3	6·5	6·9	7·9	8·7	8·3	9·0	10·3	10·3	12·7	12·3	12·7	10·8	8·6	7·0	8·2	6·9	5·8	4·9	5·7	6·8	198·2	13·2	4·3	8·3

Dicembre 1875

1·	10·4	12·3	9·3	8·0	7·7	5·4	6·6	6·8	10·7	11·1	13·4	11·0	9·8	10·9	9·8	11·0	12·1	13·6	12·1	12·3	11·4	8·5	10·4	8·2	242·8	13·6	5·4	10·1
2·	5·0	3·6	3·9	4·2	4·2	4·0	4·0	3·9	4·7	4·9	4·2	4·3	3·3	3·6	2·7	3·6	3·0	2·4	2·3	3·2	2·5	2·3	2·5	3·4	85·7	5·0	2·3	3·6
3·	3·6	3·8	3·2	3·7	3·5	3·6	3·9	4·6	5·5	5·4	5·9	5·1	5·3	5·3	4·3	4·5	5·0	5·2	4·7	3·5	5·2	4·1	4·2	4·2	108·4	5·9	3·2	4·5
Mese	6·3	6·6	5·5	5·3	5·1	4·3	4·8	5·1	7·0	7·1	7·8	6·8	6·1	6·6	5·6	6·4	6·7	7·1	6·4	6·3	6·4	5·0	5·7	5·3	145·6	8·2	4·0	6·1

QUADRO IV.

Velocità oraria pei venti più forti, cioè quelli in cui la velocità a mezzanotte era sopra a 10 km.

Mesi	1h.a.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1h p.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Gennaio	14·5	16·3	17·0	16·4	16·2	17·2	16·3	21·0	18·4	16·9	19·6	20·9	21·9	22·9	22·8	19·3	15·1	15·0	14·6	17·8	17·4	18·1	16·3	17·9
Febbraio	19·5	20·3	19·2	18·6	19·0	20·9	19·1	19·9	21·7	18·5	19·9	21·7	21·7	23·5	23·3	21·5	19·0	19·5	19·3	19·4	20·8	18·3	19·0	20·8
Marzo	17·7	18·7	20·0	14·6	12 8	15·6	13·0	16·2	15·0	16·8	17·7	17·7	18·4	21·2	20·3	20·8	19·7	19·7	19·3	21·0	21·8	19·1	19·1	16·8
Medie	17·2	18·7	18·7	16·5	16·0	17·9	16·3	19·1	18·4	17·4	19·1	20·1	20·7	22·5	22·1	20·5	17·9	18·1	17·7	19·4	20·2	18·8	18·1	18·5
Aprile	18·1	16·8	16·9	20·4	18·5	21·5	19·5	19·0	19·9	22·3	20·1	19·1	20·4	24·0	24·8	27·0	24·0	24·2	22·8	21·0	18·0	18·2	17·1	17·0
Maggio	21·5	15·4	22·0	»	»	15·0	13·5	22·0	18·9	17·2	20·4	21·5	23·6	25·6	26·2	23·3	23·3	16·5	15·8	13·2	13·2	14·3	17·5	16·1
Giugno (*)	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Medie	19·8	16·1	19·1	20·4	18·5	18·2	16·5	20·5	19·4	19·7	20·3	20·3	22·0	24·8	25·5	25·1	23·6	20·8	19·3	17·1	15·6	16·2	17·3	16·5
Luglio	13·1	11·5	»	10·0	»	»	»	13·3	13·4	18·2	19·1	16·7	16·8	22·4	24·0	22·7	20·7	18·9	17·6	17·0	13·7	19·3	18·9	12·0
Agosto	15·6	14·5	13·9	15·3	19·5	19·7	22·6	28·4	28·3	25·0	22·8	27·3	27·0	29·0	31·3	30·0	27·0	25·0	20·5	13·8	17·2	16·9	14·1	13·3
Settembre	10·8	12·7	14·5	»	»	»	»	»	»	14·2	18·0	16·5	15·5	14·9	19·3	19·0	18·6	15·8	14·1	20·3	17·5	14·8	13·4	11·1
Medie	13·2	12·9	14·2	12·6	19·5	19·7	22·6	15·7	15·8	19·1	19·9	20·2	19·8	22·1	24·8	23·9	22·1	19·9	17·4	17·0	16·1	19·0	15·5	12·1
Ottobre	17·2	18·0	27·2	23·5	15·9	12·4	17·4	15·0	17·0	18·1	19·1	16·0	19·5	17·9	19·3	16·7	16·4	15·0	16·2	12·8	13·9	16·1	14·3	18·6
Novembre	17·1	14·0	20·9	17·2	15·8	17·4	18·1	20·5	18·7	16·8	20·7	15·3	14·9	16·0	21·1	21·4	17·7	13·1	17·0	22·2	21·1	16·3	13·3	16·0
Dicembre	14·4	16·2	15·8	16·1	13·8	12·4	13·0	13·3	22·7	26·4	23·6	21·3	19·5	18·9	16·4	15·9	17·3	19·9	16·0	18·4	17·2	13·9	16·2	16·9
Medie	16·2	16·1	21·3	18·9	15·2	14·1	16·2	16·2	19·5	20·4	21·1	17·5	17·9	17·6	18·9	18·0	17·1	16·3	16·7	17·8	17·4	15·7	14·7	17·1

(*) Nessun vento di tal forza nel mese di Giugno, o altri luoghi virgolati.

Da questo si rileva che i massimi sono alle stesse ore, benchè meno pronunziati che nella curva diurna estiva e completa. Nel trimestre ultimo il massimo è prima di mezzodì. Ma sono troppo scarsi quegli elementi.

Il numero de' giorni di venti forti secondo la norma indicata li troviamo così disposti.

1875.

Gennaio	11	Luglio	3
Febbraio	17	Agosto	5
Marzo	10	Settembre	4
Aprile	13	Ottobre	8
Maggio	4	Novembre	10
Giugno	0	Decembre	12

Ben inteso che non sempre il vento forte ha durato tutte le 24 ore, e le frazioni di giorno in cui ha durato il vento hanno dato luogo a segnare un giorno intero. Si vede che la grande elevazione della curva notturna nei mesi freddi è dovuto ai venti forti, essendo in essi assai numerosi e di molte ore cotali venti. Per stabilire le medie sicure ci vorranno più anni ancora.

5° Nei mesi estivi nelle ore antimeridiane tra le 8 e le 10, si rileva nella curva una gibbosità che o costituisce un massimo secondario, o almeno una distorsione nel suo andamento che non si trova nel ramo serotino discendente. Questa perturbazione rappresenta realmente un massimo periodico secondario che ha luogo in quelle ore nelle singole giornate, il qual massimo secondario separasi dal massimo principale per un vero minimo durante un poco di tempo di calma tra le 10 ant. e le 11. Questa fase è sensibilissima nelle singole curve diurne grafiche tracciate dalla macchina, che è realmente del genere di quella che si vede bene svolta nel mese di Giugno. Ma siccome questa piccola calma non ha ora rigorosamente fissa, ma talvolta avviene alle 9, talvolta alle 10, o alle 11, quindi è che questa fase si trova compensata nella curva sovrapposta di più giorni, e la piccola sinnosità viene quasi eliminata nei mesi più caldi.

6° Confrontando queste curve mensili coll'andamento medio dato nel §. II° qui sopra si rileva manifestamente che dall'estate al verno la quantità assoluta del vento poco varia, ma molto varia la distribuzione, e che mentre nell'estate è forte al giorno e debole la notte, nell'inverno rinforza più nella notte, e diminuisce nel giorno, talchè vi è una specie di compensazione, e la quantità assoluta resta quasi la stessa.

Qui dovremmo dare la forza oraria del vento secondo le sue direzioni. Questo lavoro è cominciato all'Osservatorio, ma esige non poco tempo e fin' ora è lungi dall'esser completo.

Possiamo però dire in genere che il vento forte nel pomeriggio dell'estate è sempre il SO. vento realmente di marina. Nell'inverno i venti forti sono di N. o NE. e di SE. o S. È un fatto assai marcato che mentre il Nord procede con velocità costante, il SE. o Sud và a sbuffi sensibilissimi nell'andamento dell'anemometro.

QUADRO V.

RIASSUNTO MENSILE DEGLI ANNI 1874 E 1875

ORE ANTIMERIDIANE

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Genn.	1874	6· 6	6· 6	7· 7	7· 4	6· 7	6· 6	6· 9	6· 1	5· 9	6· 9	7· 8	7· 3
	1875	4· 5	5· 2	5· 6	5· 5	5· 0	5· 6	5· 7	5· 5	5· 4	5· 7	5· 9	5· 9
Medio		5·55	5·90	6·65	6·45	5·85	6·10	6·30	5·80	5·65	6·30	6·85	6·60
Febb.	1874	8· 2	8· 2	8· 8	7· 9	8· 2	7· 9	6· 8	7· 0	6· 4	7· 6	8· 4	9· 0
	1875	11· 2	11· 7	10· 7	10· 3	10· 9	10· 5	10· 1	10· 4	11· 4	11· 5	12· 6	13· 0
Medio		9·70	9·90	9·75	9·10	9·55	9·20	8·45	8·70	8·90	9·55	10·55	11·00
Marzo	1874	6· 2	5· 3	5· 8	7· 3	7· 5	6· 5	6· 7	7· 6	9· 4	10· 0	8· 6	8· 5
	1875	6· 1	6· 2	6· 5	5· 6	5· 4	6· 3	6· 9	6· 9	7· 2	6· 5	7· 7	7· 6
Medio		6·15	5·75	6·15	6·45	6·45	6·40	6·80	7·25	8·30	8·25	8·15	8·05
Aprile	1874	5· 2	5· 2	5· 5	6· 2	6· 6	6· 6	7· 8	8· 0	8· 9	10· 5	13· 6	13· 9
	1875	7· 1	6· 7	6· 3	7· 5	7· 6	7· 4	6· 8	7· 5	8· 8	10· 8	10· 2	11· 2
Medio		6·15	5·95	5·90	6·85	7·10	7·00	7·30	7·75	8·85	10·65	11·90	12·55
Maggio	1874	4· 2	4· 1	3· 8	4· 1	3· 9	3· 4	4· 4	6· 0	7· 8	10· 7	12· 9	12· 3
	1875	2· 3	2· 2	2· 4	1· 4	2· 3	2· 2	1· 3	2· 5	3· 7	4· 2	5· 7	6· 5
Medio		3·25	3·15	3·10	2·75	3·10	2·80	2·85	4·25	5·75	7·45	9·30	9·40
Giug.	1874	3· 3	3· 5	3· 8	3· 9	4· 6	3· 8	3· 5	4· 8	7· 0	8· 4	10· 5	10· 8
	1875	1· 5	1· 6	1· 6	2· 2	2· 1	2· 9	3· 3	4· 3	3· 9	4· 7	6· 2	9· 5
Medio		2·40	2·55	2·70	3·50	3·35	3·35	3·40	4·55	5·45	6·55	8·35	10·15
Luglio	1874	4· 2	4· 4	4· 8	4· 9	5· 7	5· 8	5· 6	4· 9	3· 9	3· 9	5· 5	7· 8
	1875	2· 4	3· 0	3· 2	3· 5	3· 7	3· 4	3· 3	5· 0	5· 5	6· 8	8· 5	10· 3
Medio		3· 3	3·70	4·00	4·20	4·70	4·60	4·45	4·95	4·70	5·35	7·00	9·05
Agosto	1874	2· 6	2· 6	4· 8	5· 5	5· 1	4· 9	4· 9	4· 4	7· 2	10· 5	11· 9	13· 4
	1875	2· 3	2· 1	2· 8	2· 7	3· 2	3· 4	3· 1	4· 8	5· 7	6· 3	6· 8	9· 5
Medio		2·45	2·35	3·80	4·10	4·15	4·15	4·00	4·60	6·45	8·40	9·35	11·45
Sett.	1874	3· 3	4· 0	4· 3	4· 3	4· 6	4· 1	4· 3	4· 5	5· 8	5· 5	5· 9	7· 8
	1875	2· 3	2· 2	3· 2	2· 8	2· 4	3· 0	2· 6	3· 4	4· 0	3· 8	5· 5	6· 7
Medio		2· 8	3· 1	3·75	3·55	3·50	3·55	3·45	3·95	4·90	4·65	5·70	7·25
Ottob.	1874	7· 2	7· 5	6· 8	5· 6	5· 7	6· 2	7· 1	7· 3	8· 0	9· 5	9· 4	9· 9
	1875	5· 9	8· 3	7· 8	9· 2	9· 5	9· 6	10· 0	10· 8	11· 1	12· 6	12· 7	12· 3
Medio		6·55	7·90	7·30	7·40	7·60	7·90	8·55	9·05	9·55	11·05	11·05	11·10
Nov.	1874	5· 6	6· 6	6· 6	6· 3	6· 1	6· 5	6· 9	7· 1	7· 3	8· 1	10· 0	11· 1
	1875	5· 9	6· 5	8· 2	7· 3	6· 5	6· 9	7· 9	8· 7	8· 3	9· 0	10· 3	10· 3
Medio		5·75	6·55	7·40	6·80	6·30	6·70	7·40	7·90	7·80	8·55	10· 1	10·70
Dic.	1874	8· 3	9· 9	11· 2	9· 8	10· 3	10· 0	9· 3	10· 2	10· 1	11· 2	12· 5	12· 9
	1875	6· 3	6· 6	5· 5	5· 3	5· 1	4· 3	4· 8	5· 1	7· 0	7· 1	7· 8	6· 8
Medio		7·30	8·25	8·35	7·55	7·70	7·15	7·05	7·65	8·55	9·15	10·15	9·85

SEGUITO DEL QUADRO V.

RIASSUNTO MENSILE DEGLI ANNI 1874 E 1875

ORE POMERIDIANE

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Genn.	1874	5·8	7·1	7·5	7·3	7·2	7·8	6·6	6·6	6·5	7·2	6·5	6·4
	1875	6·8	7·1	7·1	6·1	5·4	3·9	3·5	3·8	2·8	3·1	4·0	4·8
Medio		6·30	7·10	7·30	6·70	6·30	5·85	5·05	5·20	4·65	5·15	5·25	5·60
Febb.	1874	8·8	10·1	10·9	11·9	10·7	8·6	8·1	7·4	5·8	5·2	6·6	7·1
	1875	12·6	13·3	13·2	13·5	12·1	10·4	9·7	9·7	10·4	8·9	10·1	11·9
Medio		10·70	11·70	12·05	12·70	11·40	9·50	8·90	8·55	8·10	7·05	8·35	9·50
Marzo	1874	9·0	11·6	13·5	15·4	15·2	13·2	10·6	9·6	8·3	6·8	7·2	7·8
	1875	8·9	11·6	11·9	12·9	13·3	12·1	9·9	8·8	7·0	6·4	6·4	6·2
Medio		8·95	11·60	12·70	14·15	14·25	12·65	10·25	9·20	7·65	6·60	6·80	7·00
Aprile	1874	14·6	18·1	18·8	19·6	19·1	14·6	9·9	8·4	7·1	6·3	5·9	5·4
	1875	13·8	16·9	16·2	16·6	15·1	14·4	10·6	8·3	7·0	7·1	8·1	7·5
Medio		14·20	17·50	17·50	18·10	17·10	14·50	10·25	8·35	7·05	6·70	7·00	6·45
Maggio	1874	13·8	16·3	17·4	15·9	15·6	12·9	10·4	6·9	6·2	4·9	5·1	4·5
	1875	13·0	16·3	18·2	18·5	16·5	13·8	8·9	4·8	3·0	2·5	2·1	2·1
Medio		13·40	16·30	17·80	17·20	16·05	13·35	9·65	5·85	4·60	3·70	3·60	3·30
Giug.	1874	14·1	19·2	20·6	19·7	17·8	14·1	11·1	7·5	5·6	4·3	3·8	2·8
	1875	13·0	15·5	16·2	15·1	13·7	10·5	8·2	5·3	3·2	2·6	2·3	1·5
Medio		13·85	17·35	18·40	17·40	15·75	12·30	9·65	6·40	4·40	3·45	3·05	2·15
Luglio	1874	11·9	15·4	18·1	16·7	16·2	14·3	10·8	7·7	6·2	4·5	3·6	3·9
	1875	13·8	17·9	18·4	18·2	17·9	14·8	11·6	7·3	5·2	4·3	3·9	2·7
Medio		12·85	16·65	18·25	17·45	17·05	14·55	11·20	7·50	5·70	4·40	3·75	3·30
Agosto	1874	15·6	17·6	20·4	20·0	18·7	15·0	12·3	7·7	5·3	4·4	3·4	3·6
	1875	13·0	17·1	20·2	20·8	18·9	15·0	10·4	6·1	3·8	2·7	2·4	2·1
Medio		14·30	12·35	20·30	20·40	18·80	15·00	11·35	6·90	4·55	3·55	2·90	2·85
Sett.	1874	10·1	12·1	15·3	15·3	13·8	11·4	7·3	4·8	3·9	3·0	3·1	2·6
	1875	9·0	11·6	13·8	15·8	15·0	11·4	6·6	4·3	4·1	3·5	2·5	2·2
Medio		9·55	11·85	14·5	15·55	14·40	11·40	6·95	4·55	4·00	3·25	2·80	2·40
Ottob.	1874	12·9	11·8	12·6	13·3	11·3	9·5	6·4	5·5	6·6	6·7	7·2	7·6
	1875	15·1	15·0	15·4	13·7	11·7	8·9	8·5	7·4	7·4	7·2	5·3	5·7
Medio		14·00	13·40	14·00	13·50	11·50	9·20	7·45	6·45	7·00	6·95	6·25	6·65
Nov.	1874	9·6	8·4	7·9	7·3	7·2	5·8	7·6	6·5	5·2	6·0	6·2	5·7
	1875	12·7	12·3	12·7	10·8	8·6	7·0	8·2	6·9	5·8	4·9	5·7	6·8
Medio		11·1	10·3	10·30	9·05	7·90	6·40	7·90	6·70	5·50	5·45	5·95	6·25
Dic.	1874	13·6	14·8	12·8	10·7	9·8	10·3	10·5	10·8	10·1	10·4	9·8	7·7
	1875	6·1	6·6	5·6	6·4	6·7	7·1	6·4	6·3	6·4	5·0	5·7	5·3
Medio		9·85	10·70	9·20	8·55	8·25	8·70	8·45	8·55	8·25	7·70	7·75	6·50

SOPRA L'APPARECCHIO DEAK ESTINTORE DEGLI INCENDI

NOTA

DEL PROF. TITO ARMELLINI.

L'esperimento istituito dal Municipio di Roma con l' apparecchio del Signor Deak *estintore degli incendi*, mi porge occasione di esporre all'Accademia, qualmente io sia stato il primo che abbia fatto conoscere fin dall'anno 1875 questo utile apparecchio nella mia *Cronachetta mensuale delle più importanti moderne scoperte*, Serie 2,ª Tomo I.º Anno I,° pagina 9. Questa notizia mi fu comunicata dalla gentilezza di M. Levitzki officiale della marina imperiale russa, il quale mi espose i particolari dell'apparecchio, e insieme i belli risultati ottenuti nell'esperimento istituito a Pietroburgo, alla presenza del Gran Duca Wladimiro, e del Prefetto di Pietroburgo, e nell'altre prove che se ne istituirono, tanto nella filanda di cotone della Società russa a Pietroburgo medesimo, quanto nelle fabbriche dell'Associazione Stearica della Neva, nei quali due stabilimenti, gli incendi furono estinti con mirabile celerità. Ciò non ostante, per quanto tali successi giustifichino l'utilità d'un tale apparecchio, non per questo esso può arrogarsi una efficacia del tutto ineccezionabile nella generalità dei casi, quando particolarmente l'incendio abbia preso grandi dimensioni; nei quali è improporzionata la quantità gazosa, che esso, o anche un certo numero di tali apparecchi possono contenere. Per dare poi un cenno del principio sul quale esso agisce, questo consiste nell'acido carbonico che si sprigiona dalla reazione di un acido, che nell'atto di servirsene, si produce sopra una materia bicarbonata. Il gas mescendosi con l'acqua ricuopre il fuoco d'un corpo incombustibile, che impedisce all'ossigeno dell'aria la sua affinità colle materie combustibili.

Da questa esposizione s'intende, come, a meno che non si avesse una suppellettile numerosa di tali apparecchi, la quantità limitata dell'acqua che essi contengono, e dell'anidride carbonica, che sono capaci di svolgere, possano porli in condizione sfavorevole, in ordine alla superiorità delle fiamme da estinguere; nei quali casi, per conseguenza ne risulta la loro inefficacia.

Allora poi che si trattasse di luoghi chiusi, quali sono le cantine, i sotterranei, le stive dei bastimenti, l'uso dell'apparecchio Deak avrebbe un serissimo inconveniente: in quanto che l'acido carbonico, di cui si riempireb-

bero quelle atmosfere confinate, esporrebbe i pompieri al pericolo di asfissia, ed anche di morte. Sul qual proposito mi sia permesso richiamare alla memoria dell'Accademia un mezzo innocuo, ed efficace insieme, proposto dalla Bo. Me. del Marchese Origo colonnello dei nostri pompieri, nell'acqua saturata di *allume*, e che tenga in sospensione dell'*argilla*; la cui efficacia ad estinguere il fuoco, egli dimostrò con diversi esperimenti. Ma per tornare all'apparecchio Deak, le obbiezioni da noi accennate contro il medesimo in alcune circostanze non ne tolgono il merito; nè per questo cesseremo di raccomandarne l'uso. Che anzi, nei luoghi, nei quali, per la natura delle materie combustibili accumulate, gli incendi con facilità possono svilupparsi, e rapidamente propagarsi su vaste dimensioni, vorremmo che l'apparecchio Deak permanentemente vi stesse collocato, pronto ad essere messo in azione, all'esordire dall'incendio, che esso potrebbe vincere e domare subitamente al suo primo nascere, con molto maggiore economia di manovra e d'acqua, risparmiando così i guasti che essa reca alle materie da essa bagnate. Che se in tutti i mali troviamo utile porre in pratica il vecchio consiglio

Principiis obsta, sero medicina paratur,

Cum mala per longas invaluere moras, negli incendi poi ogni ragione di prudenza, a mio modo di vedere, dovrebbe determinare l'autorità governativa ad imporre agli appaltatori dei teatri di fornire di tali diversi apparecchi tanto i praticabili superiori, quanto le adiacenze del palco scenico; come anche un tal precetto dovrebbe colpire tutti coloro che tengono depositi di materie infiammabili, cioè liquori alcoolici, petrolio, stearina, paglia, cotone. Così pure consiglieremmo i fabricieri delle nostre basiliche di provvederne le parti superiori dei monumentali edifizi, nei quali la costruzione dei soffitti ha ammassato selve di legname, reso combustibile dal tempo quanto l'esca. Il qual pensiero, specialmente nei brutti tempi che corrono, ci preoccupa in ordine specialmente alla basilica di San Paolo; nelle cui soffitte vorremmo che oltre all'apparecchio Deak vaste conserve fossero permanentemente tenute alimentate di acqua col ministero di trombe.

SOPRA ALCUNE GROTTE CHE SONO NELLA MONTAGNA DI TERRACINA

LETTERE

DEL SIG. ING. REMIDDI AL P. A. SECCHI

PRESENTATE DAL P. SECCHI

Lo studio delle grotte è di alta importanza, sia per lo studio della geologia, sia della paleontologia e sopratutto della paleoetnologia. Quindi l'Accademia riceverà spero con piacere le due seguenti lettere del Sig. Romolo Remiddi ingegnere pontino residente in Terracina, delle quali una è importante per le sue qualità geologiche; l'altra anche più pel contenuto nel deposito fangoso indurito che in essa si trova, il quale oltre una immensa copia di ossa di erbivori colossali di varie specie, buoi, cavalli, cervi, ovini, ecc. contiene anche scaglie di selce, e perfino vi si è preteso trovata una pietra calcare lavorata evidentemente a modo di scure o *casse-tête* da servirsene legandola al solito ad un legno spaccato. Oltre le lettere, furono presentati da me all'Accademia saggi di queste ossa e scaglie e questa scure, e consegnati ad essa perchè membri più pratici della materia potessero studiarli e definirne le specie e la loro importanza. Non sapendo se le materie precedenti venutemi da Terracina appartenessero alla caverna visitata dal Remiddi o ad alcuna altra, o ad una sua diramazione, lo pregai a darmi gli opportuni schiarimenti, e questo Egli fece nella 2ª lettera.

Risulta da essa che le caverne sono diverse, ed una è vuota, l'altra è una caverna ossifera, ripiena di melma indurita mista ad avanzi animali e ciottoli scagliati: forse questa era l'antico canale emissario di un alto bacino che domina sulla cima di quella montagna e di cui sono ancora grandi e manifesti indizi. Questo canale era analogo probabilmente a quelli che trovansi nel cuore dell'appennino presso Norcia al piede del Monte Vettore e servono di emissarii sotterranei all'antico lago del *Piano grande e del Piano piccolo*, ora detti Mergani, e sono frequenti nelle montagne calcaree e specialmente nel Giura della Svizzera e servono da scaricatoi de' bacini chiusi fra i monti.

Checchè sia di tutto questo sarò fortunato se le notizie di queste grotte

cadute sott'occhio a qualcheduno, potranno provocare qualche ricerca scientifica.

Ciò premesso, ecco le lettere.

LETTERA PRIMA

Reverendo Padre

Non so s'Ella abbia contezza di una grande caverna ricca di stalattiti, esistente nel monte *S. Angelo*, a pie' del quale è il nuovo borgo di Terracina (1). Si dice essere stata osservata la prima volta da un minatore intento a cercare cave di massi da scogliera nel 1845. Le relazioni del minatore stimolarono varie persone del luogo a visitarla. Vi andò fra i primi l'architetto municipale Sig. Luigi Mollari, il quale ne fece degli schizzi, che unitamente ad una relazione furono inviati alla *Prefettura di acque e strade*. Ma la scoperta di quella caverna non essendo stata divulgata fu ben presto lasciata in dimenticanza; e credo che, dopo le prime visite, quella cavità sia rimasta fino ad ora inosservata da occhio umano. Sebbene pertanto abbia Ella avuta occasione di visitare questi luoghi, sospetto che non le abbiano dato notizia di tale caverna, e suppongo di farle cosa gradita rendendonela informata. Corre il quarto anno da che mi troyo quì; e solo da pochi giorni indietro ebbi sentore dell'esistenza di quel recondito laboratorio della natura. Io e il D.r Francesco Legge (mio concittadino temporaneamente esercente qui medicina) ci recammo a visitarla. Dopo esserci inoltrati buona pezza in quell'anfrattuoso labirinto, il timore di non ritrovare la via d'uscire (poichè eravamo soli e senza guida) ci impedì di andar oltre; e determinammo di tornare ad osservarla in comitiva più numerosa e forniti di mezzi che allora ci mancavano. Il 16 corrente io, il suddetto D.r Legge, il Sig. Pio Capponi, tre professori di queste scuole tecniche e ginnasiali e parecchi altri che a noi si associarono tornammo a visitarla, e la esplorammo in tutte le parti alle quali ci fu possibile l'accesso.

La bocca d'ingresso (quasi di contro al celebre *Pisco Montano*) è ad un centinaio di metri sul mare e guarda SO. È larga circa 4.m; ed alta poco più di un metro. Si entra in un primo ambiente discendente, e nella parete a manca trovasi un angusto foro (non più alto di 0m, 60), pel quale si passa a stento in altra cavità contigua. È là il passo più disagiato e pericoloso; poichè dall'angusto foro si esce lateralmente ad un profondo dirupo. Parebbe

(1) Di questa caverna io avea notizia da tradizione popolare, e da uno scritto dell'ing. Mollari, ma mancava di una descrizione accurata, anzi non molti anni fa essa era stata murata per impedire le visite d'imprudenti e le disgrazie, e per ciò era divenuta inaccessibile.

che la natura si fosse studiata di rendere difficile quell'adito, per occultare all'occhio dei curiosi quanto di bello ha ivi prodotto col suo assiduo lavorio. Sullo scosceso declivio di un cumulo di terra e di massi sconnessi si progredisce alquanto verso NO. Incominciano ivi a trovarsi le formazioni stalattitiche, che in forma di tramezzi interrotti e aperti quà e là, o di gruppi di colonne attraversano in varie guise la cavità, e ne formano una specie di labirinto. Per una delle aperture principali, volgendo a NE, si discende nella parte più importante della caverna. È un vasto e lungo ambiente in discesa piuttosto ripida, la cui vôlta è in declivio prossimamente corrispondente a quello del suolo. È il più copioso di stillicidii, e perciò il più ricco di belle e svariate forme di stalattiti e stalagmiti. Gruppi di colonne in fuga sulle pareti, gruppi intermedi, incrostazioni candide sul suolo raffiguranti falde di acqua cadenti, panneggi e frangie nelle pareti e nella volta, che per lo più è adorna di innumerevoli coni terminanti in aghi o cannelli bianchissimi e trasparenti e mille altre graziose figure rendono quella scena sorprendente e indescrivibile. Presso il fondo il gruppo delle colonne è più folto, e forma una specie di colonnato curvilineo in foggia di apside. Quella lunga scena in isfondo fu illuminata con numerose facelle a cera, e riuscì di un effetto magico.

È notabile in un ambiente laterale non vasto una bella formazione raffigurante una fontana composta di una mezza vasca addossata alla parete e sorretta da piedistallo, con falde d'acqua cadenti e cannelli di ghiaccio pendenti dalla vasca all'ingiro. In altra parete o piuttosto tramezzo di quello stesso ambiente havvi un foro, che corrisponde su di altra profonda cavità, in cui non potrebbe discendersi che raccomandati ad una fune.

Fra le molteplici, svariate e bizzarre forme che incontransi ad ogni passo è pure notabile una stalagmite, la cui sommità, veduta a congrua distanza e acconciamente illuminata, rappresenta assai bene una testa umana scolpita.

Misurando la fune che avevamo assicurata all'ingresso, e che (per guida dell'uscita) avevamo portata sino al fondo, trovammo la lunghezza complessiva della discesa in declivio di metri 98, 60.

Mediante una staggia munita di livelletta, con operazione alquanto incocomoda e laboriosa, ne determinammo anche la profondità, che risultò di metri 46, 05 sotto il piano medio della bocca d'ingresso.

L'altezza massima della vôlta sul suolo non supera i 6 metri.

La media temperatura si trovò di circa 24° c.

La caverna si estende con altri ambienti, divisi da formazioni stalattitiche e stalagmitiche, anche superiormente alla via da noi seguita nella discesa;

e questa parte meno ricca, che risale ad altezza forse maggiore della bocca d'ingresso, la esplorammo nel risalire.

Restano tuttavia inesplorate altre cavità inaccessibili laterali alla parte discendente.

L'insieme della caverna mi è sembrato aver l'aspetto di un grande distacco dei banchi calcarei costituenti quella eminenza; e la direzione dominante della sua inclinazione è verso NE, qual'è quella degli strati sollevati.

La discesa e l'ascesa per l'erto declivio di quella fenditura è in vero alquanto disagevole; ma la vista gode l'incanto di scene stupende. Quanti fummo a visitarla tutti rimanemmo sorpresi delle bellezze ivi racchiuse. La credo perciò meritevole di essere conosciuta. Io non ho veduto la rinomata grotta di Collepardo, ma taluno che l'ha vednta, e che è venuto con noi a visitare questa, del monte S. Angelo, ha ammirato molto più questa che quella.

La *cava* detta *della Catena*, ov'è la concrezione ossifera ch'Ella conosce, ed ove dicesi trovato l'utensile in pietra dura che fu a Lei mostrato, dista dalla caverna anzidetta un 250 metri, verso O; ma è molto più bassa (pochi metri soltanto sul mare). Ho riconosciuto che la concrezione contiene oltre le ossa anche dei piccoli ciottoli di pietra silicea. Ma, non essendosi più tenuta in esercizio quella cava, da quando io son quì, (per essere stato abbandonato il ricarico della scogliera del porto), è mancato il modo di esplorare se siavi altro d'interessante.

Rassegnandole i miei sinceri ossequi, con sentimenti della più profonda e distinta stima mi pregio di confermarmi

Suo umilissimo obb.mo servo
ROMOLO REMIDDI.

Terracina 19 febbraio 1876.

LETTERA SECONDA

Reverendo Padre

I ciottoli silicei, ch'Ella domanda se fossero rotti o scagliati, non trovansi (come dubito ch'Ella abbia supposto) nella magnifica caverna ricca di formazioni stalattitiche e stalagmitiche, che formava il principale argomento della precedente mia lettera; bensì nella cava detta *della Catena*, la quale dista, come le scrissi, dalla caverna anzidetta un 250 m.[i], ed è a livello molto più basso di quella, cioe da m.[i] 5 a 15 soltanto sul mare.

La cava *della Catena* non ha (almeno attualmente) aspetto di caverna. È un taglio nel fianco del monte ch'era stato attivato per trarne massi da tra-

sportarsi a ricarico della scogliera del porto. La fronte (in declivio) del taglio mostra in qualche parte la viva pietra calcarea, ed in altre parti ammassi irregolari di sassi e minuti frantumi di pietrame calcareo con terra, che in qualche luogo sembrano come addossati alla viva roccia. È ivi la concrezione calcareo-terrosa che abbonda di ossa, e nella quale trovansi anche dei piccoli ciottoli di silice. Di questi ve ne ha degl'integri e di altri rotti e scagliati; anzi havvene anche delle minime scagliette sparse (1).

Per mezzo di Augusto le farò pervenire qualche piccolo saggio di detta concrezione in cui, unitamente alle ossa, vedrà agglomerato qualche frammento o brecciola silicea.

Ove la concrezione sembra addossarsi alla viva roccia, sonovi anche gusci o frantumi di gusci di conchiglie d'acqua dolce.

Quei dirupi di sassi e frantumi calcarei commisti a terra, che han dato origine alla concrezione, potrebbero mai provenire da sprofondamenti avvenuti in qualche cavità, o saranno replezioni di qualche sinuosità o parziale bacino, di cui dopo il taglio fatto per l'attivazione della cava non sia più riconoscibile la forma?

La presenza di frantumi silicei nella concrezione mi farebbe supporre non improbabile che la *scure* a Lei nota fosse stata invero ivi trovata. Ma per quanto io finora abbia indagato, non ho trovato nè testimoni oculari di quel rinvenimento, nè altro oggetto simile in quella località. Per mala sorte la cava non è più in attività; e perciò non è sperabile di trovar altro. Se avessero continuato, chi sa che non fosse apparsa qualche altra cosa?

Aggiungerò che al piede anzi addossato ad uno di quegli ammassi concrezionati evvi un rudero di antica costruzione. È desso un ambiente oblungo quasi sotterraneo ed ora quasi completamente ostruito. Ha nella vôlta un'apertura rettangolare. In qualche parete è visibile la struttura reticolata. All'imposta della vôlta ricorre una goletta intagliata, e nell'intradosso della vôlta si distingue appena qualche reliquia di pittura alla pompeiana (2).

Temo di averla annoiata. Si degni di perdonarmene e di gradire i miei sinceri e cordiali ossequi. Baciandole riverente la mano, con sentimenti di profonda stima mi pregio di confermarmi.

Terracina 24 febbraio 1876.

Suo dev.mo umil.mo Servo
Romolo Remiddi.

---

(1) A nessuno sfuggirà l'importanza di queste scaglie, le quali sogliono essere il prodotto della lavorazione umana. Anzi alcuna di queste scaglie poteva non audacemente dichiararsi un piccolo coltello.

(2) Evidentemente questi sono lavori assai posteriori di epoca Romana. Il materiale calcareo terroso che riempie la grotta è molto meno duro della roccia viva, e probabilmente fu in esso fatto l'incavo della costruzione romana a preferenza che nel sasso vivo.

FLORULA DEL COLOSSEO

(COMUNICAZIONE X.ª)

DELLA SIG.ª CONTESSA ELISABETTA FIORINI MAZZANTI

ORTICEE.

Urtica dioica β *hispida Parl. Fl. It. V.* 4. p. 324.
Perenne, setoloso ispida, cespitosa; caule semplice ottuso–tetragono, di peli orticacei urenti sparso; foglie opposte, ovato–lanceolate, acuminate, grossamente ed inugualmente dentate, di un verde or chiaro, or cupo; stipole libere, lineare–lanceolate, ottuse; capolini ascellari gemini, disposti in pannocchia del peziolo più lunghi; fiori maschi, breve–peduncolati; calice 4–sepalo, dorso ispido, femminei quasi sessili.

Copiosa tra i rottami dell'Anfiteatro.

Urtica membranacea Seb. En. p. 70. Annua.
Monoica; caule eretto, od ascendente; foglie ovato–rotonde, dentate, lungo peziolate; spighe gemini, ascellari, dioiche; racemi mascolini lunghi, lineari; fiori unilaterali; sessili femminei inferiori abbreviati; fiori numerosi, peduncolati.
β *Neglecta Parl. Fl. It. V.* 4. p. 319.
Spighe androgine, rachide subdilatata, d'ogni lato fiorifera.

Come sopra.

Questa varietà da alcuni autori considerata come specie, parmi buon senno l'averla riguardata come tale il chiarissimo Parlatore.

Urtica pilulifera Seb. Enum.. p. 77.
Annua, monoica, di peli orticacci urenti ispida; foglie opposte, ovato, acumiuate profondamente dentate; racimoli maschi ascellari, fiori quasi sessili; gomitoli de' fiori femminei lungo–peduncolato–congesti.

Vive come sopra.

L'Urtica balearica da alcuni distinta, dal chiariss.° Parlatore è solamente riportata come sinonimo.

Parietaria erecla Mert. e Rock Fl. Germ. p. 825.

Caule eretto, semplice; foglie alterne, peziolate oblungo–ovate, base ed apice acuminate, intiere, triplinervi, pellucido puntate; peduncoli dicotomi, capolini ascellari; brattee sessili, del fiore più brevi; perigonio campanulato, staminifero, stami eguali.

Parietaria officinalis Seb. e Maur. prodr. Fl. Rom. 327. β *diffusa, tenera a foglie* lato–ovale, lungo–peziolate; fiori scarsi, ascellari; perigonio staminifero, indi allungato, stami al doppio eccedenti.

Parietaria diffusa Guss. Synops 3. *Fl. Sicula V.* copiosa infra i rottami dell'Anfiteatro

Oss. La discrepanza dei pareri in alcuni moderni distintissimi botanici han recato in questa specie ambiguità e differenza di sinonimia. Così i chiarissimi Bertoloni e Parlatore nelle loro flore Italiche sotto il nome di Parietaria officinalis han compreso la *P. erecta,* la *P. diffusa,* ed anco la *judaica,* dichiarando nelle loro osservazioni che quel che sembra a prima vista doversi riferire a differenza di caratteri solo è da attribuirsi a semplice scherzo della medesima pianta. Ma l'esimio Gussone nella sinossi della Flora sicula, e nella enumerazione delle piante dell'Isola Inarimense ne contrappone l'enunciata associazione, ed invece riporta la sola *P. diffusa* del Mertens, e Kock della Flora germanica. Però questi esimii autori distingono la *P. erecta* e la *P. diffusa;* ed io tra sì preclare e varie senteuze oso venire innanzi con il debole mio giudizio, quale si è qnello di adottare la P. erecta dei Mortens, e Kock, e di riferire come varietà la *P. diffusa* per i caratteri di sopra espressi.

FICEE.

Ficus carica sylvestris Seb. Em. p. 45.

Frutice cespitoso; rami annotini, patenti, flessuosi; foglie alterne 4–5–7 lobi; che uella caduta mostran nelle cicatrici il nodo vitale in forma di anello; anfanti lisci, turbinati; grossi, e forniti nelia maturità albescenti; cratiri subviolacei.

Arboscello radicato in qua e là tra le vetuste mura.

Oss. L'Egregio Gasparrini fece un lungo studio sulla natura del fico, e del caprifico, che distinse in più specie e varietà, accolte dall'esimio Gus-

sone nell'aggiunta della sua sinossi della Flora Sicula, non che nelle piante dell'isola Inarimense. Ciò sdegnato da altri Autori; e spezialmente dal chiarissimo Parlatore nella flora Italica. Però molta lode devesi al menzionato distinto Autore, che nelle sue accurate investigazioni ha saputo esporre con chiarezza lo svolgimento e le fasi di un tipo produttivo di sì eccellenti e moltiplici qualità mangerecce.

PORTULACEE

Portulaca oleracea Seb. Enum. p. 64.

Caule e rami prostrati terragni; foglie cuneiformi, carnose, ascelle nude; fiori sessili; petali concreti alla base; capsula globosa, al mezzo circoncisa.

Copiosa in estate sul suolo dell' Arena.

VALERIANEE.

Valerianella eriocarpa. Ten. fl. Nap. 3, p. 33.

Annua; caule erecto, angoli scabri; foglie inferiori oblungo–spatolate, superiori lineare–lanceolate; fiori densi, cerulei; brattee serrato–ciliate; frutti ovati, ispidi umbelicati; corona campanulata, obliquamente troncata, 6–dentata.

Fedia eriocarpa Fior. App. fl. Rom.

ARALIACEE.

Hedera helix Seb. Enum. p. 47.

Caule scandente con fibrille radiciformi; foglie coriacee glabre, nitide, angolato–lobate od integre; fiorali ovato–acuminate; umbelle semplici stellato–pubescenti, bacche atre, globose.

Frutice vivente sulle parti più elevate dell' Anfiteatro.

COMPOSITE.

OMOGAME; OMOFLOSCULI.

Carduus Marianus Seb. Enum. p. 33.

Foglie bianco–maculate, radicali ample, pinnatifide, sinuato=ondulate, cauline oblunghe, cordato–amplessicaule; tutte dentato–spinolose; cefalo massimo, solitario, emisferico; squame del Calato lungo lanceolato–canaliculate, cigliato–spinose; spina terminale valida, patente–ricurva; fiori purpurei, più brevi; flosculi a tubo tenue, campaniforme nella fauce.

Comune negli ambulacri del Colosseo.

Carduus pycnocephalus Seb. Euum. p. 32.

Foglie lanceolato–sinuato–pinnatifide, dentato–spinose, pagina inferiore fioccoso–tomentosa; peduncoli brevi congesti; calati cilindracei, decidui, squame lanceolato–imbricate; flosculi purpureo–rosseggianti, più brevi.

Sul davanzale del 1.° Ordine.

N. B. Da alcuni autori è stato riunito al *Carduus tenuiflorus* del Decandolle syst. Veg. non che dallo Smith. Fl. Greca. Ma secondo una nota del Bertoloni derivata dalla fede del Wood, e del Gussone sembra distinto.

Sonchus tenerrimus Seb. Enum. p. 71.

Caule ramoso; foglie uni–bipinnate; lacinie irregolari polimorfe, quasi dentate; orecchiette alla base sagittato–acuminate; corimbi quasi umbellati, Cefali mediocri; semiflosculi gialli, quasi lacinulati all'apice; achene tumidole, multinervulose, trasverso–rugoso–muricate.

Comunissimo in sulle mura.

Endoptera aspera Bert. Fl. It. p. 8. p. 528.

Spinuloso–scabra; foglie inferiori ample, peziolate dentate; superiori sessili, lacinulato–sagittate; cefali piccoli; calato tomentoso, tabercolato–spinuloso; semiflosculi tenui giallo–lutescenti; ricettacolo brevemente fibrillifero.

Nell' estate occorre sul suolo degli ambulacri.

Crepis neglecta Maur. Cent. 13. p. 38.

Più cauli dalla stessa radice divaricati; foglie inferiori cespitose, sinuato–pinnalifide; superiori sessili con base sagittato–laciniate; cefali piccoli, panicolato–corimbosi, nutanti; calato setoloso nel frutto connivente; semiflosculi esigui, giallo–aurei; radiali, quasi al doppio più lunghi.

Frequente nell' Anfiteatro.

Barkausia setosa Bert. Fl. It. V, 8. p. 525.

Caule eretto ramoso, sparsamente setoloso–ispido; foglie inferiori grossamente dentato–runeinate; superiori sessili sagittato–laciniate amplessicaule; calati ispidissimi; squame calicolari patule; semiflosculi flavescenti radiali al doppio più lunghi; achene multinervulose; pappo tenue stipitato.

Crepis scariosa Seb. Em.

Infra l'erbe dei Davanzali del 2.° Ordine.

Barkausia Taraxicifolia Dc. prodr. syst. Veg. V. 5.° p. 154.

Caule eretto, od ascendente; foglie inferiori, obovato–oblungo–runcinate; cauline amplessicaule con base dentata; calati subtomentoso–scabri; squame esterne a margine membranaceo; semiflosculi citrini; radiali al doppio più lunghi, dorso porporeggiante; achene plurinervulose; pappo egualmente stipitato.

Crepis Seb. Enum. p. 39.

ε. *hiemalis*; caule glabriusculo, subafillo alla base; foglie iutegre, o subdentate.

Sul podio.

Barkausia scariosa Bert. Fl. It. V. 8. p. 52.

Caule eretto striato–scabrido; foglie peziolate, radicali lirato–runeinate, ottuse; cauline amplessicaule, lacinulato sagittate, tomentoso–scabre; brattee grandi, ovato–lanceolate, acuminate, concavelato–scariose; squame superiori del calato lineari, caliculari alle brattee quasi simili; corollule flavescenti; radiali più lunghe.

Crepis scariosa Seb. e Maur. prodr. Fl. Rom. p. 271.

Sul Davanzale del 1.° Ordine.

Leontodon Taraxacum Bert. Fl. It. V. 8.° p. 424.

Foglie tutte radicali cespitose, runcinate; lacinie triangulare–acuminate; pezioli angusto–alati; scapo monocefalo; calato con squame lineari, acuminate; semiflosculi giallo–aurei più lunghi; radiali esterni porporeggianti; achene crasso–nervulose.

Taraxacum Dens-Leonis Seb. e Maur. prodr. Fl. Rom. p. 273.

Al 1.° Ordine dell'Anfiteatro.

Picridium vulgare Seb. e Maur. prodr. Fl. Rom. p. 270.

Caule erbaceo, appena ramoso; nudo all'apice; foglie inferiori lirato runeinate; cauline amplessicaule, oblunghe quasi integre; peduncolo incrassato, squamoso; calato fruttifero ventricoso; flosculi gialli, radiali più lunghi; achene prismatiche.

Sul podio dell'Anfiteatro.

Urospermum Dalechampii Bert. Fl. It. V. 8. p. 350.

Radamente ispido; foglie radicali runcinato–dentate, od integre; peduncoli nudi, incrassati unicefali; cefali grandi, campaniformi; calato uniseriato,

concreto alla base; lacinie acute; semiflosculi solfurei, radiali sovente all'apice porporeggianti; achene lungo-rostrate; pappo flavescente all'apice del rostro insidente.

Arnopogon Dalechampii Seb e Maur. prodr. Fl. It. Rom. p. 276.

Sul podio.

Urospermum picroides Bert. Fl. It. V. 8, p. 350.

Caule alternamente ramoso; foglie runcinate; cefali solitari; calati ispido spinulosi; semiflosculi giallognoli; rostro delle achene muricato-scabre.

Arnopogon picroides Seb. e Maur. prodr. Fl. Rom. p. 276.

Sul podio, e in altre parti dell'Anfiteatro.

Seriola aethnensis Seb. Enum. p. 70.

Caule eretto panicolato-ramoso; foglie scarse; radicali obovato-oblunghe, ottuse leggermente dentate; cefali grandiusculi, solitari all'apice del caule o dei rami, calato cilindraceo-campaniforme, ispido; semiflosculi giallo-aurei, radiali alquanto più lunghi, achene plurinervulose muricate; radiali breve-rostrate; più lunghe.

Sul podio.

Andryala integrifolia Seb. e Maur. prodr. Fl. Rom. p. 276.

Mollemente tomentosa, mista a villi glanduliferi; foglie inferiori lanceolato-sinuàte, o dentate; superiori sessili; cefali piuttosto piccoli, corimbosi; ligule citrine; achene esigue, bianco-nervulose.

Come sopra.

Eupatorium cannabinum Seb. c Maur. prodr. Fl. Rom. p. 289.

Pubescente; foglie tri-5 partite, o semplicemente serrate; corimbi fastigiato-convessi, densiflori; cefali angusti, quasi 5 flori; calato cilindraceo; quasi uniseriale, margine membranaceo; flosculi a lembo lungo 5-dentati; achene anguste, compresse tetragone.

Sui davanzali degli Ordini superiori.

Scolymus maculatus Scb. e Maur. prodr. Fl. Rom. p. 277.

Caule eretto con ali continue in un con le foglie valido-spinose, margine cartilagineo; brattee pettinate involucranti il calato; ligule esternamente villose, gialle; achene obovate, pappo nullo.

Comune al Colosseo.

Hedypnois rhagadioloides Bert. Fl. It. V. 8. p. 556.

Peduncoli fruttiferi superiormente in tubo crassissimo ampliato; foglie oblungo–lanceolate, subdentato–ciliate irsute; calati globosi, crassi; squame sub–glabre; ligule quasi eguali o poco più lunghe, achene multinervulose, muricate, scaberrime, pappo radiale setoloso–scabro (flosculi gialli).

Vive come sopra.

Thrincia tuberosa Seb. e Maur. prodr. Fl. Rom. p. 272.

Radice in fuso fascicolato–navoniformi in lunghe fibre desinenti; foglie radicali cespitose, a rovescio lanceolate, remoto–dentate; scapo ebratteato; cefali grandiusculi solitari; semiflosculi, giallo–aurei; calati foscheggianti; achene lungo–tenue rostrati, muricato–scabre.

Abita come sopra.

Chondrilla juncea Seb. e Maur. prodr. Fl. Rom. p. 263.

Foglie radicali runcinate, superiori lineare–lanceolate, sessili, acute, integre; cefali piccoli, in racemi remoti solitari, gemini, o terni; calati cilindracei, biseriali; squame piccole molto più brevi; calati cilindracei; ligule radiali assai più lunghe; serie esterna delle achene terminante all'apice in squamelle rostrate.

β Rigens Dc. prodr. syst. Veg. V. 9. p. 142.

Cauli ramossissimi, virgati; foglie cauline spinoso–ciliate.

Sul 2° e 3° Ordine dell'Anfiteatro.

ETEROGAME; ETEROFLOSCULI.

Matricaria chamomilla Seb. e Maur. prodr. Fl. Rom. p. 298.

Glabra; caule panicolato ramoso; foglie uni–bibinnate; pinne e pinnule capillacee; cefali mediocri e conici; corollule radiali ligulate, bianche, femminee; del disco tubulose, ermafrodite solfuree; achene esigue.

Copiossissima sul suolo dell'Anfiteatro, e spezialmente negli Ordini superiori.

N. B. Alcuni botanici l'han detta grato olente; mentrechè io invece l'ho trovato ingratissimo e pressochè nauseante.

Anthemis altissima Bert. Fl. It. V. 9. p. 358.

Caule eretto ramoso, divaricato; rami unicefali, nudi all'apice; foglie bipinnato–partite, dentate, denti e lobuli mucronato–cuspidati; cefali mediocri;

ricettacolo converso–conico; ligule radiali bianche, e femminee, del disco tubuli emafroditi, pagliette del ricettacolo late, desinente in pungente cuspide. (Tutta la pianta è albescente).

Copiosa tra l'erbe del 2° Ordine.

Dubito esser sinonimi dell'*Anth. Altissima* l'Anth. Arvensis, l'Anth. incrassata; non che l'Anth. Cota, e Cotula degli autori.

Anthcmis tinctoria Seb. e Maur. prodr. Fl. Rom. p. 295.

Caule eretto ramoso divaricato; foglie pinnatifido–partite; villoso–cane, margine submembranacco; peduncoli nudi, alquanto brevi, unicefali; calato emisferico, flosculi concolori, ligule radiali poco più lunghe; achene obovate, con apice brevissimo coronate.

Comune nell'Anfiteatro.

Anacyclus radiatus Bert. Fl. It. V. 8. p. 354.

Villoso, caule eretto, o decombente; foglie bipinnate; pinnule lineari subalate; cefali grandiusculi, flavoradiati; calato turbinato–campaniforme; squame estreme con appendice lato–scarioso–lacera; ricettacolo a pagliette mucronate.

Anthemis Valentina Seb. e Maur. prodr. Fl. Rom. 295.

Frequente nell'Anfiteatro sugli Ordinl superiori.

Phagnalon sordidum Morls Fl. Sard. p. 399.

Incano–tomentoso, e fruticoso alla base; rami superiori afilli; foglie angusto–lineare, margine revoluto; cefali terminali terni; calatì ovato–cilindracei a squame ovato–scariose ottuse, flosculi flavi, tutti tubulosi, marginali tenuissimi filiformi femminei, od abortivi; centrali emafroditi fertili.

In primavera copiosamente rivestiva le mura interne di Tramontana.

Erigeron Canadense Seb. e Maur. prodr. Fl. Rom. p. 287.

Cauli eretti, alquanto ispidi; ramossissimo–conferto–panicolati; foglie lineare–lanceolato–ciliate; cefali fitti e piccoli, e flavescenti; fiori radiali femminei, angusto–ligulati, dal disco tubulosi, filiformi, emafroditi; achene piccole, erostri.

Comunissimo in ogni dove dell'Anfiteatro.

Erigeron bonariense Linn. in Decand. syst. Veg. V. 5. p. 289.

Caule semplice, irsuto, eretto; foglie pubescente–irsute; inferiori dentato–

laciniate; superiori integre, lungo-lanceolate in ambe le estremità attenuate; panicola racemiforme, porporeggiante; calati emisferici, maggiori dell'antecedente, ligule e tubuli tenuissimi, del pappo piumoso più brevi.

Oss. Meno comune della specie antecedente, a cui è affine, ma però distinta; e tanto in questa, quanto in quella molte specie vi sono state confuse, con trapasso ancora nelle conyze. Io fo ragione attenermi allo *species plantarum* Linneo, ed indi al Decandolle nel prodr. del suo syst. veg. perchè di non piccolo momento sono i caratteri differenziali. notati nel mio esemplare: come semplicità di caule, foglie pubescenti irsute; inferiori dentato-laciniate, superiori integre lungo lanceolate, in ambo le estremità attenuate; pannocchia racemiforme; calati emisferici; pappo più lungo porporeggiante.

Pallenis spinosa Decand. Prodr. syst. Veg. 5. p. 487.
Villoso-lanato; caule eretto, decombente od ascendente; foglie sessili, lanceolato-oblunghe; cefali grandi, involucri e squame del calato spinulose all'apice; ligule radiali anguste; tubi del disco crassi, marginato-alati; achene compresse a rovescio, orbicolato-alate.

Buphtalmum spinosum Seb. e Maur. prodr. Fl. Rom. p. 296.

Sul podio in primavera.

Oss. Anzichè l'Asteriscus del Bertoloni ho creduto adottare il Pallenis del Decandolle, per meglio definiti caratteri di diversità.

Senecio vulgaris Seb. Enum. p. 69.
Foglie pinnatido-sinuate, dentate; inferiori peziolate, superiori amplessi caule; cefali piccoli in ristretti corimbi subnutanti; calati cilindracei; ligule radiali nulle; tubuli del disco emafroditi; achene striate.

Comune nell'Anfiteatro.

Questa specie è piuttosto omógama, che eterogama.

Bellis perennis Seb. En. p. 29.
Alquanto irsuta, acaule; scapi radicali nudi; foglie obovato-spatulate, crenate; cefali grandiusculi; calati emisferici; ligule uni-biseriali di molto superanti, bianco-porporeggianti; tubuli del disco gialli, brevi.

Snl podio,

Calendula Arvensis Seb. e Maur. prodr. Fl. Rom. p. 299.
Caule decombente od eretto; foglie inferiori in lungo peziolo attenuate,

lanceolato–acute dentate; cauline cordato–amplessicaule; cefali mediocri; calato emisferico, villoso; squame lanceolate, acuminate, ligule radiali al doppio più lunghe; achene cimbiformi, margine membranaceo.

Sul podio del Colosseo.

Centaurea calcitrapa Seb. Enum. p. 50.

Caule eretto divaricato ramossissimo, villoso; foglie sessili pinnatifide, le superiori dentato-spinulose; capolini piccoli, calati a lunghe spine valido-patenti involucrali, inferiormente canaliculate, e composte; corollule ampliate flosculose rosso–rosei pappo nullo.

Comunissima in tutta estate.

Centaurea solstitialis Seb. Enum. p. 50.

Tomentoso–canescente; caule panicolato–ramoso; rami patenti; foglie inferiori lirate; superiori lanceolato–lineari, integre, decorrenti; cefali piccoll; calati con ispine terno–quine palmate, la media superiore lunghissima; corollule flosculose citrino–giallognole.

Come sopra.

CORRISPONDENZA

Il Segretario presenta le lettere di ringraziamento dirette all'Accademia dai soci corrispondenti italiani ultimamente nominati, Prof. Serpieri, Prof. Stoppani, Prof. Seguenza, Prof. Gagliardi, Prof. Garibaldi.

COMITATO SEGRETO

L'Accademia procede alla votazione per l'elezione dei candidati proposti dal Comitato Accademico. Vennero eletti a pieni voti a soci ordinari residenti in Roma il ch. sig. Ingegnere Augusto Prof. Statuti, ch. sig. Commendatore Carlo Descemet, Rmo P. Giacomo Foglini; a socio corrispondente italiano il Sig. Avv. Cav. Cornelio De Simoni; ed a soci corrispondenti stranieri il R. P. Prof. Carlo Joubert, e il R. P. Teofilo Pepin.

Venne poscia approvata la proposta di cambio degli Atti Accademici con quelli della Società Astronomica di Londra.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Rmo P. A. Secchi – Contessa E. Fiorini Mazzanti – Monsignor F. Regnani – Prof. M. Azzarelli – Prof. Tito Armellini – Prof. D. Colapietro – P. F. S. Provenzali – Cav. F. Guidi – Conte Ab. Francesco Castracane degli Antelminelli – D. B. Boncompagni – Prof. Vincenzo De Rossi-Re – Prof. M. S. De Rossi.

L'Adunanza aperta legalmente al 5 $\frac{1}{4}$ p., fu chiusa alle ore 7.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Abhandlungen der Mathematisch-Physikalischen classe der Königlich Bayerischen Academie de Wissenschaften* — Zwölften Bande Erste Abtheilung, in der Reihe der Denkschriften der xliv. Band. München. 1875 ecc. In 4°
2. *Atti della Reale Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti* — Parte seconda del Vol. VI. Napoli, Stamperia della Regia Università MDCCCLXXIV. In 4°
3. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, pubblicati dagli Accademici Segretari delle due Classi* — Vol. XI, dispensa 2ª Dicembre 1875, ecc. Aprile 1876. Stamperia Reale di Torino di G. B. Paravia e C. In 8.°
4. BRIOSCHI (Prof. F.) *Intorno al Problema delle Tautocrone, lettera del Prof. F. Brioschi a D. B. Boncompagni,* Estratto dal *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matema-*

tiche e Fisiche — Tomo IX. Aprile 1876. Roma, Tipografia delle Scienze Matematiche e Fisiche, Via Lata Num. 211 A. In 8.°

5. *Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. Boncompagni*, ecc. — Tomo VIII. — Dicembre 1875. — Roma, Tipografia delle scienze matematiche e fisiche Via Lata Num.° 211 A. In 4.°

6. BUCHNER (Dr. Ludwig Andreas). — *Ueber die Beziehungen der Chemie zur Rechtspflege. Festrede zur Vorfeier des Allerhöchsten Geburts-und Namensfestes Seiner Majestät Ludwig II., Königs von Bayern gehalten in der öffentlichen Sitzung der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München am* 28. *Juli* 1875 *von Dr. Ludwig Andreas Buchner, ordentlichem Mitgliede der k. Akademie*. München 1875. Im Verlag der k. Akademie. In 4.°

7. CHELINI (Prof. P. Domenico). — *Intorno ai principii fondamentali della Dinamica con applicazioni al pendolo ed alla percussion de' corpi secondo Poinsot, memoria del Prof. P. Domenico Chelini*, Bologna, Tipi Gamberini e Parmeggiani 1876. In 4.°

8. DESIMONI (C.) — *I Genovesi ed i loro quartieri in Costantinopoli nel secolo XIII*. « Estratto » dal *Giornale Ligustico* Anno III, fasc. V, VI e VII. » In 8.°

9. —— (Rassegna Bibliografica). — *Relazione delle scoperte fatte da C. Colombo, da A. Vespucci e da altri dal* 1492 *al* 1506, *tratta dai Manoscritti della Biblioteca di Ferrara, e pubblicata per la prima volta ed annotata dal Prof. Giuseppe Ferraro*. Bologna, Romagnoli 1875, con 4 tavole di disegni. In 8.° di 60 pagine, nell'ultima delle quali si legge: « Estratto dal *Gior-* » *nale Ligustico*, Anno III, fasc. IX e X. Genova — Tip. Sordo-muti. »

10. GENOCCHI (A.) — *Intorno a tre Problemi Aritmetici di Pietro Fermat*. Nota di A. Genocchi, Stamperia Reale di Torino, di G. B. Paravia e Comp. 1876. In 8.° di 20 pagine, nella seconda delle quali si legge: « Estr. dagli *Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino*. » Vol. XI. Adunanza del 2 Aprile 1876. »

11. *Monatsbericht der Königlich preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* Februar 1876. *Mit* 4 *Tafeln*. Berlin 1876. ecc. In 8.°

12. SERPIERI (A.) — *Sul terremoto avvenuto in Italia la notte del* 17 *al* 18 *Marzo* 1875. *Prime Note e Riflessioni di A. Serpieri* Direttore dell'Osserv. meteorologico di Urbino. Roma, Tipografia Cenniniana 1875. In 8.°

13. VALLÈS (M. F.) — *Des Formes Imaginaires en Algèbre — Troisième Partie. Représentation Algébrique, à l'aide de ces formes, des directions dans l'Espace. Par M. F. Vallès, ecc.* Paris, Gauthier-Villars, imprimeur-Libraire du bureau des longitudes, de l'École Polytechnique, successeur de Mallet-Bachelier, quai des Augustins, 55. 1876. In 8.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE VII^a DEL 18 GIUGNO 1876

PRESIDENZA DEL P. ANGELO SECCHI

MEMORIE E COMUNICAZIONI
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

SOPRA LA RELAZIONE FRA I MASSIMI E MINIMI DELLE MACCHIE SOLARI E LE STRAORDINARIE PERTURBAZIONI MAGNETICHE.

SESTA COMUNICAZIONE

DEL P. G. STANISLAO FERRARI D. C. D. G.

Nella comunicazione precedente eravamo giunti col nostro esame intorno ai fenomeni solari e le straordinarie perturbazioni magnetiche che li accompagnano pel 1872, al 6.° periodo inclusive nel quale fu continua l'attività sulla superficie solare, e con essa frequenti le aurore boreali e forti le perturbazioni magnetiche su tutto il globo come lo provano ad evidenza le osservazioni contemporanee da noi ed all'Habana nell'isola di Cuba. Dall'accurato catalogo delle aurore boreali fatto dal Loomis, e del quale parlammo nella 1ª comunicazione, risulta ancora come esse furono copiose in tutti i mesi decorsi più ancora di quelle che a noi fu dato di raccogliere. E per darne un cenno prima di proseguire nella nostra trattazione, se ne contarono sette nel Gennaio, cioè nei giorni 5, 6, 7, 10, 15, 30, 31. Nel febbrajo furono 15 compresa quella magnifica del 4, cioè ai 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 15, 17, 19, 24, 25, 26, 27. 29. Nel Marzo se ne contarono 20 ne'giorni 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 16, 20, 26, 27, 28, 29, 30, 31. Nell'Aprile furono 23, cioè quasi giornaliere agli 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 22, 24, 26, 27, 28, 29, 30. Sette ne furono viste nel Maggio, cioè ai 3, 6, 7, 25, 26, 27, 28. Tutte queste au-

rore appartengono soltanto all'emisfero boreale, ed il limite dell'area nelle quali furono osservate si estende, secondo il sullodato autore, da Toronto a Boston tra i 40° ed i 42° di latitudine Nord, fino a Pietroburgo a 60° passando per Edimburgo nella Scozia, per la Danimarca e la Svezia. Il che non toglie come molte di esse venissero eziandio osservate, sebbene assai più deboli ed in Francia ed in Italia.

Proseguendo ora nell'incominciato esame, il 7° periodo si estende dai 6 di Giugno fino ai 18. Il massimo di superficie perturbata si ebbe il giorno 11 con 183^{mmq}, ed il 2.° minimo di chiusa fu il giorno 18 con 38^{mmq} di superficie perturbata. Questo periodo fu di molta attività, e si ebbero dal 10 al 14 fino ad otto e nove gruppi sul Sole. Secondo il consueto cominciò il periodo con una rapida salita del bifilare dopo la forte perturbazione del giorno 3, e andò salendo fino al giorno 9. Intanto coll'apparire delle macchie si manifestarono vive eruzioni sulle medesime, indizio della loro attività e nella notte del 9 e il dì seguente si ebbe una forte perturbazione magnetica la quale però non alterò le ore tropiche, e soltanto fu un'ampia variazione d'intensità magnetica specialmente nel bifilare, che percorse 28 divisioni della sua scala. All'Habana si ebbe la perturbazione durante la giornata del 9 col minimo verso le 9 pom., cioè alle 3^h ant. del 10 per Roma, mentre da noi il minimo assoluto si ebbe alle 11^h ant. del 10. Cosicchè ancor questa perturbazione fu anteriore in quella stazione più occidentale per noi di oltre 90°. L'intensità ivi fu assai minore, ed il bifilare non percorse che 27 divisioni. Riducendo l'escursione dei due strumenti ai rispettivi valori angolari, cioè ad unità di misura assoluta, abbiamo pel bifilare dell'Habana che $1^{div.} = 1', 115$ in arco; e pel nostro $1^{div.} = 1', 750$, ed in parti di raggio si ha pel bifilare dell'Habana k=0,00008964 per il valore di una divisione, e per Roma k=0,00050906. Quindi è che nella perturbazione suddetta, l'oscillazione del bifilare in Roma fu di 1° 6',5 ed all'Habana fu di soli 20', cioè fu una assai mediocre perturbazione rispetto alla nostra, e viene notata siccome debole dal P. Benito Viñez Direttore di quell'osservatorio. Questa perturbazione del giorno 9 fu accompagnata da un'aurora boreale osservata in Francia con luce aurorale il 10.

Un'altra più debole perturbazione si ebbe durante il passaggio de' gruppi suddetti con calata mediocre del bifilare nel pomeriggio del 15 fino al mezzodì del 16, e salita corrispondente del verticale, il quale inoltre fu esageratissimo ne'giorni 13, 14, e 17 percorrendo fino a 29 divisioni della sua scala. Le eruzioni sopra le macchie continuavano specialmente il 16, 17 e 18, al comparire cioè di nuovi gruppi all'orlo orientale del Sole.

Con esse comincia l'8.° periodo che durò dal 18 Giugno al 3 Luglio, pe-

riodo di breve durata, cioè di una sola mezza rotazione ma di una discreta attività. Il suo massimo assoluto fu il giorno 30 con 149^{mmq} di superficie perturbata, cd il 2.° minimo si ebbe il giorno 3 Luglio con 56^{mmq} di superficie perturbata e 5 gruppi, uno de'quali assai esteso. In questo periodo fu notevole la forte perturbazione magnetica che si ebbe da noi ne'giorni 22 e 23 con due forti calate nel bifilare. I minimi assoluti si ebbero in Roma sul mezzodì di questi due giorni, mentre all'Habana, ove pure fu assai forte la perturbazione, i minimi si ebbero tra le 6 e le 8 pom. del tempo locale il 21 e 22, cioè verso le 2 ant. del 22 e 23 in tempo di Roma, il che vuol dire come colà accadessero i minimi assoluti un 10 ore circa prima che accadessero in Roma. Questa perturbazione, come rilevasi dall' aspetto della curva delle macchie è dubbio se debba attribuirsi a questo, ovvero al chiudersi del precedente periodo, ossia se essa appartenga piuttosto a quel che noi chiamammo ristabilimento di equilibrio magnetico per la precedente attività fortemente turbato, ovvero fosse una perturbazione dovuta al repentino risvegliarsi di nuova attività sulla superficie solare. Durante queste perturbazioni si ebbero due aurore boreali, osservate l'una il 22 nell'America settentrionale, l'altra al 23 a Nancy nella Francia. L'agitazione de' magneti durò più o meno forte fino al 28 con tempo bellissimo ma vaporoso al mattino con fortissima elettricità atmosferica. Questo periodo si chiuse con una mediocre perturbazione magnetica il 2 Luglio con aurora boreale osservata la sera dell'1 nell'America settentrionale. La perturbazione del 2 si ebbe pure all'Habana sebbene ivi ancora mediocre.

Il 8.° periodo corre dal termine del precedente periodo fino al 25 di Luglio in cui si ebbe il 2° minimo assoluto di soli 13^{mmq} di superficie perturbata. Il massimo assoluto si ebbe il giorno 10 con 173^{mmq} di superficie perturbata. Fino dal giorno 3 pertanto, nel quale si ebbe una leggera diminuzione di attività quanto all'area di superficie occupata, restando però pressochè il medesimo il numero delle macchie, cominciò a crescere rapidamente l'attività solare per un forte aumento di superficie formatosi sul n.° 148 (bis), che venne ogni dì più aumentando, ed il giorno 7 era salita a 142^{mmq} di superficie perturbata e molti cangiamenti vedeansi sulla macchia 148 (bis) con nuclei nerissimi, ed il 5 una viva eruzione osservossi all'orlo Ovest, e dovett'essere la formazione di una nuova macchia, poichè nulla in quel punto eravi il giorno innanzi. Dopo il periodo di una mezza rotazione il giorno 17 eravi la macchia 168 (bis) all'orlo Est, epperò dovett'essere quella formatasi all'Ovest. La sera del 5 e 6 osservossi a Sevres un'aurora boreale.

Alle 2^{h} 50^{m} pom. del giorno 7 facevansi dal Ch. P. Secchi l'osservazione,

ed il disegno delle protuberanze solari, non potutisi fare al mattino per lo stato nuvoloso del cielo, ed ecco che ad 35° dal polo Nord verso Est si vide una classica eruzione della quale si fecero cinque disegni in due ore di osservazione tutti di forme svariatissime, che dimostravano lo stato di straordinaria attività in quel punto della superficie solare. Il dì seguente secondo il consueto compariva all' orlo Est la macchia 158, che nei dì seguenti si svolse in vasto gruppo circondato tutto all'intorno da molti nuclei con isvariati cangiamenti di forma. Il bifilare pertanto che ne'dì precedenti era venuto sempre più salendo di oltre 30 divisioni, cominciò a discendere rapidamente nel pomeriggio e in sulla sera del 7, salendo per contrario il verticale che in quel giorno avea avuto un minimo assai forte sul mezzodì coll'escursione dal mattino di 20 divisioni. Era manifesto per tal modo il carattere aurorale, più volte notato, della perturbazione, ed in fatti nella sera del 7 una splendida aurora boreale osservossi in molti luoghi dell'Europa e dell'America settentrionale, e sull'Atlantico dai viaggiatori del vapore postale spagnuolo fra l'Habana e l'Europa. Il giorno 8 continuò assai forte la perturbazione con altra aurora boreale ed australe a Melbourne. Dal pomeriggio del 7 fino alle 9 ant. dell'8 il bifilare percorse da noi 87 divisioni della sua scala, quante appunto ne percorse il bifilare dell'Osservatorio di Belen all'Habana. L'escursione del bifilare all'Habana fu assai più rapida, e si compì in sole quattr' ore, mentre da noi la discesa durò dalle 6^h pom. del 7 alle 9^h ant. dell'8. Ciò non toglie però la simultaneità in generale del fenomeno, salvo alcune leggiere modificazioni pe'varj luoghi della terra. Tra il 10 e l'11 si ebbe un' altra perturbazione magnetica aurorale, ed a Greenwich, ed a Valentia in Irlanda fu vista un'aurora boreale assai brillante. Questa perturbazione mediocre corrisponde secondo il consueto al massimo assoluto del numero dei gruppi che segue d'un giorno quello della superficie perturbata. Sulla macchia 148 (bis) all'orlo Ovest eravi una magnifica eruzione la quale durò ancora il giorno seguente atteso la grande estensione che avea il nucleo e la penombra di questa macchia.

Da quest'epoca diminuì rapidamente il numero delle macchie per effetto della rotazione, quelle però che vedeansi il giorno 16 sebbene cinque di numero, pure occupavano ancora 110^{mmq} di superficie perturbata. Il giorno 18 pareva diminuita l'attività solare, essendo diminuito ed il numero delle macchie, e lo spazio da esse occupato, ma per effetto d'un gruppo formatosi improvvisamente il dì precedente presso l'orlo Ovest con tre nuclei e molte facole, si ebbe una viva eruzione all'orlo che durò più energica ancora il 19, e fu accompagnata in questi stessi giorni 17-19 da una discreta perturbazione

magnetica, che fu seguita il 20 da una brillante aurora boreale osservata nell'America settentrionale. Una simile perturbazione si ebbe pure agli strumenti dell'Osservatorio d'Habana. Il giorno 25 era debolissima l'attività con mediocre escursione diurna ne'magneti, crescendo però il bifilare, e calando il verticale. Il 27 verso le ore 9 pom. cominciò una forte discesa nel bifilare, che durò fino alle 10^h ant. del 28 con altro minimo alle 2^h pom. L'escursione fu da noi di 27 divisioni, mentre all'Habana fu di 45, ed ivi la perturbazione anticipò di parecchie ore, essendo cominciata la discesa sul mezzodì, cioè alle $6^h\,20^m$ pom. del tempo di Roma un tre ore, cioè più presto che nella nostra stazione. In pari tempo il 27 furono osservate delle aurore boreali e in Francia e nell'America settentrionale. Il 28 poi anche da noi si ebbero alle 10 pom. molte pezze aurorali e luce bianco rossastra. In questi due giorni pure si ebbe una viva eruzione sulla macchia 174 assai estesa, colla quale ricominciò l'attività sulla superficie solare.

Con queste perturbazioui si chiude il 9° periodo e incomincia il 10°, il quale durò fino ai 20 di Agosto, e fu un periodo di molta agitazione sulla superficie solare accompagnata da fortissime perturbazioni magnetiche per tutto il globo e da frequenti e brillanti fenomeni aurorali. Il 29 e 30 restarono agitati i magneti e quì ed all'Habana ed il 31 fu vista un aurora boreale bianca all'Osservatorio della Baumette presso Angers.

Il 10° periodo si estende dal 25 Luglio al 20 Agosto, periodo di grande attività sulla superficie solare. In esso coincidono esattamente i suoi limiti sia che si prendano i valori del numero delle macchie, sia che si prendano quelli della superficie occupata. Infatti il 1.° minimo comune col termine del periodo precedente, ci dà 4 macchie con $18^{mmq}9$ di superficie occupata, ed il 2.° solo 7 piccolissime macchie con soli 6^{mmq} di superficie. Il massimo assoluto fu di 129^{mmq} di superficia perturbata il giorno 7 Agosto con 8 gruppi sul sole e anch'esso coincide colla massima ordinata della curva in questo periodo. Si ebbero durante questo periodo delle fortissime e straordinarie perturbazioni magnetiche tanto da noi quanto all'Habana, ed è ormai sì manifesta la coincidenza che basta scorrere coll'occhio le curve magnetiche pubblicate da quell'Osservatorio per conoscere indubitatamente quali siano anche quà in Roma le epoche delle principali perturbazioni; e difatti esaminati i nostri registri si scorgono esattamente alle stesse epoche, salvo qualche lieve differenza nell'ora del principio e della fine, dipendente forse dalla diversa posizione de' luoghi d'osservazione sulla superficie del globo. Tre furono nel mese di Agosto le perturbazioni fortissime e straordinarie magnetiche, la 1.ª che durò dal pomeriggio del 3 fino al mezzodì del 5 ed all'Habana ne' giorni

3 e 4 percorrendo il bifilare 47 divisioni della sua scala e 46 quello dell' Habaua. Queste perturbazioni accompagnarono l'aumento di attività del Sole manifestata dalle macchie più numerose e da vive eruzioni. Si ebbero simultaneamente in questi medesimi giorni delle brillanti aurore boreali nell'America Settentrionale, a Stettin ed a Cracovia, ad Angers a Thursö nella Scozia ed a Torino. La 2.ª più intensa ancora, e da noi ed all' Habana (50 divisioni nel bifilare) si ebbe dalla sera dell'8 al pomeriggio del 10 col massimo il 9, e molta attività mostravasi sulla superficie solare, con molti cangiamenti nel gruppo principale (183), la cromosfera assai viva e molte facole. Delle aurore boreali furono osservate nei giorni 8, 9, 10 nell' America settentrionale, in Inghilterra ed alla Baumette presso Angers. La 3.ª ancor più intensa delle altre due e qui ed all'Habana (54 divisioni), accadde il giorno 14 e 15 e come le precedenti fu di carattere aurorale, ed infatti fu osservata l'aurora boreale in varie parti dell'Inghilterra il 15 ed il 14 nell'America Settentrionale. A Roma pure il 15 dalle 10^h ant. all' 1^h pom. si vide un magnifico arco di cirri aurorali lucidi normale dapprima al meridiano magnetico e poi ripiegato alquanto al Nord Est. Quest'aurora fu vista ancora a Genova e Moncalieri e la sua apparizione coincideva appuntino col massimo della perturbazione magnetica e coll'incontro del verticale col bifilare secondo il consueto. Questo periodo si chiuse con una discreta perturbazione il 21 ed il 20 all'Habana ed un aurora boreale fu vista il 20 a Genova.

L'11.º periodo che comincia col fine del precedente, termina il giorno 26 Settembre quanto al numero delle macchie, ovvero il 25 quanto al valore della superficie occupata. Il massimo assoluto si ebbe il giorno 8 Settembre per ciò che spetta al numero delle macchie ed il 17 per ciò che riguarda la quantità di superficie perturbata ed a queste due epoche corrispondono altrettante perturbazioni magnetiche. Il giorno 26 si ebbe una forte perturzione magnetica da noi e discreta all'Habana con aurore boreali nell' America del Nord, nell'Europa settentrionale, in Inghilterra, a Lisbona ed in Francia. I giorni di perturbazione furono il 25, 26 e 27.

Un' altra perturbazione assai forte da noi ed all'Habana si ebbe nei giorni 2, 3, 4, e 7 con aurore boreali concomitanti al solito, in Francia e sul Baltico. La perturbazione fu osservata ancora a Firenze ed a Lisbona, e da noi si videro dei cirri aurorali. Nel Sole l'attività era discreta e manifestavasi specialmente in molti cangiamenti che accadevano nell'interno di vari gruppi.

Altre due assai forti perturbazioni si ebbero in questo periodo, una il giorno 9 e l'altra il 18 comune al solito coll'Habana e queste corrisposero, specialmente la 2ª coll'aumentata attività sulla superficie solare e furono al

solito accompagnate da varie aurore boreali osservate sopra molti punti del globo.

Avendo esaminato allo stesso modo i seguenti periodi cioè il 12° il 13° il 14° il 15° i quali furono al solito accompagnati da forti perturbazioni magnetiche straordinarie tanto da noi, quanto all' Habana, ed avendo veduto come in essi, secondo l'usato, era mirabile la coincidenza de'fenomeni magnetici con i vari periodi della solare attività e delle aurore boreali per amore di brevità e per non cagionare tedio colla monotona esposizione de'medesimi ai nostri lettori, abbiamo riputato soverchio l'enumerarli partitamente. Basterà soltanto notare come il 12° periodo si estese dal 20 Settembre al 10 Ottobre con forti perturbazioni il 29 Settembre ed il 6 Ottobre. Il 13° va da 10 Ottobre al 4 Novembre con fortissime perturbazioni dal 12 al 18 all'Habana e da noi. Il 14° dal 4 Novembre al 27 con forti perturbazioni il 10 ed 11 all'Habana, e dal 13 al 15 da noi. Il 15° finalmente dal 27 Novembre al 24 Decembre con fortissima perturbazione il 14 da noi, e da quest'epoca ci mancano le osservazioni dell'Habana.

Dal fin qui esposto pertanto apparisce viemaggiormente la conferma delle precedenti conclusioni per l'epoca del massimo dell' attività solare, le quali sussisteranno ancora nell'epoca del minimo nella quale ora ci troviamo, scendendo gradatamente la medesima dall'anno seguente 1873 fino al presente, come vedremo nelle seguenti comunicazioni (*).

(*) Nella precedente comunicazione, sul fine di essa, invece di leggere: un 20 minuti dopo il *mezzodì* in tempo locale di Roma, quando cioè *cominciava* da noi la discesa del bifilare, ecc. si deve leggere: un 20 minuti dopo la *mezzanotte* in tempo locale di Roma, quando cioè *terminava* da noi la discesa del bifilare, ecc.

OSSERVAZIONI DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA FATTE IN OCCASIONE DELLE ECLISSI DI SOLE DEL 9-10 OTTOBRE 1874, DEL 5 APRILE E DEL 29 SETTEMBRE 1875

MEMORIA

DEL P. FRANCESCO DENZA BARNABITA

In altre precedenti mie pubblicazioni (1) ho più volte accennato, come in questo nostro Osservatorio di Moncalieri si attende con cura speciale alle osservazioni della declinazione magnetica, per determinare nel modo il più accurato che ci è possibile le variazioni di questo elemento del magnetismo terrestre (l'unico che gli scarsi mezzi che possediamo ci permettono finora di osservare), affine di inferirne e di studiarne i rapporti, che per avventura esse possono avere colle molteplici cause che loro si ascrivono dai dotti.

Oltre alle consuete osservazioni diurne, che si fanno almeno sette volte al giorno, dalle 6 ore del mattino sino alla mezzanotte di tre in tre ore; fin dal 1870 ogni quindici giorni si osserva l'ago di declinazione per 24 ore di seguito, da un mezzodì all'altro di 15 in 15 minuti, aggiungendovi ogni ora le osservazioni dei principali elementi meteorologici. Inoltre ogni trimestre, e precisamente nei mesi in cui avvengono gli equinozî ed i solstizî, cioè nei mesi di Decembre, Marzo, Giugno e Settembre, le stesse osservazioni tanto magnetiche quanto meteorologiche si proseguono per tutto il mese ogni ora, sempre dalle 6 ant. a mezzanotte (2); e nei due giorni che comprendono in mezzo l'equinozio ed il solstizio, le une e le altre si fanno per 48 ore di seguito, le prime ogni quindici minuti, le seconde ogni ora. Queste ultime osserva-

(1) Bullettino meteorologico dell' Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri. — Annuario scientifico ed industriale italiano. — Sulla possibile connessione tra le eclissi di sole ed magnetismo terrestre. — Memoria. — Osservazioni della declinazione magnetica fatte ad Aosta, Moncalieri e Firenze in occasione dell'eclisse di sole del 26 Maggio 1873. — Nota.

(2) Le osservazioni barometriche e termometriche si incominceranno tra breve a registrare col barografo e col termografo Hipp che arriveranno tra pochi giorni. La direzione e la velocità del vento si registra già da due anni coll'anemografo da me studiato e fatto costrurre.

zioni si pubblicano regolarmente nel *Bullettino meteorologico* del nostro Osservatorio; le altre verranno più tardi discusse e pubblicate in apposito lavoro.

Oltre a siffatte molteplici ricerche, dopo il 1870, quando cioè, in occasione dell' eclisse totale di sole avvenuta il 22 decembre di quell' anno, cominciò ad agitarsi tra noi con energia ed insistenza la questione intorno alla possibile connessione tra le eclissi di sole ed il magnetismo terrestre, non si intralasciò in questo Osservatorio di intraprendere accurate serie di osservazioni magnetiche nella ricorrenza delle eclissi di sole vicine o lontane che avvennero in seguito, tutte le volte che altre più importanti occupazioni, ovvero circostanze da noi indipendenti, non ce l'hanno vietato.

Nelle due pubblicazioni innanzi citate demmo contezza dei risultati delle osservazioni fatte in occasione delle eclissi solari dell'11 Decembre 1871 e del 26 Maggio 1873. Nei due anni appresso 1874 e 1875 testè decorsi, avvennero altre quattro eclissi solari alle seguenti date:

16 Aprile 1874; totale, invisibile.
10 Ottobre 1874; annulare, visibile parzialmente.
5 Aprile 1875; totale, invisibile.
29 Settembre 1875, annulare, visibile parzialmente.

Nella prima di queste quattro eclissi non si potè fare alcuna osservazione speciale in questo Osservatorio per cause affatto indipendenti da noi; se ne fecero invece nella ricorrenza delle tre rimanenti. Però la sola che potemmo studiare in modo completo, si fu la eclisse totale, per noi invisibile, del 5 Aprile 1875; giacchè al tempo delle altre due del 10 Ottobre 1874 e del 29 Settembre 1875 io mi trovavo assente dall'Osservatorio. Tuttavia anche in queste due eclissi non si tralasciarono del tutto le osservazioni magnetiche, come si vedrà appresso.

Egli è perciò che io incomincerò a trattare della eclisse del 5 Aprile 1875, la quale, come ho detto, fu studiata da noi in modo completo ed esatto per ciò che riguarda il magnetismo terrestre. In seguito dirò alcuna cosa intorno alle due rimanenti.

OSSERVAZIONI DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA

FATTE A MONCALIERI ED A PESARO IN OCCASIONE DELLA ECLISSE TOTALE DI SOLE DEL 5 APRILE 1875.

I.

Secondochè accennai nei miei lavori innanzi citati, vi ha chi sospetta che le eclissi di sole debbano influire, sebbene in modo diverso, sui movimenti dell' ago magnetico, non solo nei luoghi della terra, nei quali il nostro satellite intercetta o tutti od una parte dei raggi solari, ma eziandio negli altri che si trovano discosti dalla zona dell'eclisse totale e parziale. Nelle prime località, secondo costoro, dovrebbe avverarsi un rovesciamento nel movimento normale e consueto dell' ago; nelle seconde una cessazione quasi completa delle ordinarie sue anomalie (1).

Da ciò segue che, volendo studiare l'argomento in tutte le sue parti, è d'uopo tener dietro alle variazioni dell'ago non solo nelle eclissi visibili, ma ancora in quelle che avvengono lungi da noi. E ciò appunto noi facciamo, e faremo pure in seguito.

La eclisse totale di sole del 5 Aprile 1875 ci offriva il destro di fare uno studio adeguato della importante questione. Essa era invisibile per noi, e non si lasciò vedere che al Sud delle Indie, nella Cina e nelle Isole dell'Oceano Indiano. Pongo qui i tempi delle diverse sue fasi, i quali sono desunti dalla *Connaissance des temps*, e ridotti in tempo medio di Roma.

5 Aprile 1875.

Principio dell'eclisse generale a	$16^h 48^m$	t. m.	Roma
Principio dell'eclisse totale, a	17 43	»	»
Principio dell'eclisse centrale, a	17 44	»	»
Fine dell'eclisse centrale, a	21 10	»	»
Fine dell'eclisse totale, a	21 11	»	»
Fine dell'eclisse generale, a	22 6	»	»

Pertanto, desiderando di instituire in questa occasione una serie completa di osservazioni della declinazione magnetica, procurai innanzi tutto che queste, come altra volta, così anche adesso, venissero eseguite almeno in due sta-

(1) Sulla possibile connessione ecc. (Memoria innanzi citata) pag. 5 e 6.

zioni diverse, e sufficientemente discoste, affine di eliminare le variazioni e le anomalie che possono dipendere da circostanze affatto locali (1).

Non potendo il P. D. Timoteo Bertelli di Firenze occuparsi di queste indagini, come aveva fatto altra volta per l'eclisse del 26 maggio 1873; mi rivolsi all'egregio Prof. Guidi, Direttore dell'Osservatorio Valerio di Pesaro, il quale possiede un sistema completo di apparati magnetici molto ben disposti.

Avendo il Guidi graziosamente e per intero annuito al mio invito, si convenne che:

1.° Si osservasse il declinometro di 15 in 15 minuti per tre giorni di seguito: cioè dal mezzodì del 4 sino al mezzodì del 7 Aprile. Questo periodo abbraccia i tre giorni astronomici (computati cioè da un mezzodì all'altro) 4, 5 e 6, che comprendono nel mezzo il giorno dell'eeclisse.

2.° Nelle ore prossime all'eclisse, e durante la medesima, le osservazioni si facessero più di frequente, cioè almeno ogni 10 minuti.

Difatti, tanto a Moncalieri quanto a Pesaro, l'ago di declinazione cominciò ad essere osservato all'ora convenuta, cioè al mezzodì del 4 Aprile: e si terminò pure all'ora stabilita, cioè, al mezzodì del giorno 7. Nel giorno del l'eclisse, ossia nel giorno 5 Aprile, a Moncalieri le osservazioni si fecero ogni 10 minuti dalla mezzanotte fino alle 4 ant., e poi ogni 5 minutidalle 4 ore e 10 min. ant. sino a mezzodì; ed a Pesaro si continuarono ogni 10 minuti per tutto il giorno astronomico, cioè dal mezzodì del 5 al mezzodì del 6 Aprile.

Ed affinchè la simultaneità delle osservazioni fatte nelle due stazioni riuscisse più rigorosa, adottai il medesimo sistema che nella eclisse del 26 Maggio 1873 innanzi citata; mi prevalsi cioè del filo telegrafico che unisce questo Osservatorio coll'Ufficio centrale dei Telegrafi dello Stato in Torino, non che della gentile deferenza che hanno sempre a mio riguardo e per l'interesse della scienza, sia la Direzione Generale come la Direzione Compartimentale dei Telegrafi; ed in ciascuno dei quattro giorni 4, 5, 6, 7 Aprile, intorno al mezzodì, determinammo la differenza dei cronometri di Moncalieri e di Pesaro. Io davo i segnali dall'Ufficio telegrafico del nostro Osservatorio; ed il Prof. Guidi li riceveva all'Ufficio telegrafico di Pesaro, posto in comunicazione diretta con questo Osservatorio, e dove egli portava ogni dì il suo cronometro Frosdham. Per maggiore uniformità, anche questa volta adottammo il tempo medio di Roma.

Ecco gli istanti degli appulsi dati da Moncalieri a Pesaro, presi al cronometro Robert dell'Osservatorio corretto, e ridotti in tempo medio di Roma.

(1) Osservazioni della declinazione magnetica fatte ad Aosta, Moncalieri e Firenze ecc. (innanzi cit.)

Data				Istante del primo appulso			
Aprile	4	Trasmissione	1ª	0^h	14^m	12.^s	3
»	»		2ª	0	43	12.	3
»	5		3ª	0	18	13.	6
»	»		4ª	0	28	13.	6
»	6		5ª	0	22	14.	9
»	»		6ª	0	29	14.	9
»	7		7ª	0	11	16.	2

Faccio notare da ultimo, che il declinometro di Moncalieri è quello stesso adoperato nelle precedenti osservazioni. Esso è uno de' grandi magnetometri di Gauss, di forma parallelepipeda, lungo 546 mm., largo 30 mm., e spesso 12 mm. Il declinometro di Pesaro è un cilindro vuoto d'acciajo, lungo un decimetro preciso, e del diametro di un centimetro. Il valore di una divisione della scala è

Per Moncalieri	28''. 048
» Pesaro	30''. 883

II.

Premesse queste cose, richieste per la esatta intelligenza di quanto sono per dire, passo senz'altro alla discussione delle fatte osservazioni.

Innanzi tutto era necessario riportare per esteso i risultati ottenuti dalle osservazioni di Moncalieri e di Pesaro, affinchè la discussione potesse riescire chiara ed a tutti accessibile.

Perciò le osservazioni fatte a Moncalieri in tutto il tempo convenuto sono comprese nel Quadro I posto appresso, nel quale si dànno:

a) Le ore espresse in tempo medio di Roma.

b) Le differenze tra' singoli valori della declinazione magnetica osservat. in ciascuno dei tre giorni, ed il minimo valore del corrispondente periodo diurno; esse vengono espresse in minuti primi e secondi d'arco. Per tal guisa si conoscono immediatamente i valori delle variazioni della declinazione magnetica ad ogni osservazione, e la loro relativa intensità per ciascun giorno d'osservazione: i quali elementi sono quelli che più importano per la presente discussione. Il giorno è computato astronomicamente, cioè da un mezzodì all'altro.

c) La durata media di una oscillazione corrispondente a ciascuna osservazione, ed espressa in secondi e decimi di secondo di tempo.

d) La temperatura dell'ambiente, che si suole notare sempre ad ogni ora.

Le osservazioni fatte a Pesaro sono comprese nel Quadro II, nel quale si pongono gli stessi elementi che per Moncalieri, meno la durata di una oscillazione, che non ci fu inviata dal Prof. Guidi.

A questi due Quadri vanno unite due Tavole litografiche, nelle quali si contengono i diagrammi delle variazioni della declinazione magnetica osservate in ciascuno dei tre giorni 5, 6 e 7 Aprile a Moncalieri (Tav. I) ed a Pesaro (Tav. II). In ambedue le tavole l'ordinata 1 mm. vale dieci secondi d'arco. Nella Tavola III (Fig. 1ª) si dà il diagramma delle osservazioni notate a Moncalieri dalle 12^h 30^m sino al mezzodì del 5 Aprile (giorno astronomico), prima di dieci in dieci minuti, dalle 12^h 30^m sino alle 16^h 10^m, e poi di 5 in 5 minuti, dalle 16^h 10^m a 0^h 0^m.

III.

Contro ciò che avvenne nella eclisse del 26 maggio 1873, questa volta fummo poco fortunati nei tre giorni di osservazione; imperochè in tutti tre si ebbero perturbazioni del magnetismo terrestre.

Queste perturbazioni derivarono in parte da una forte bufèra che nei giorni suddetti attraversava il Continente Europeo. Incominciata sino dai primi giorni del mese, divenne per noi più intensa appunto dal 5 al 6, ed il suo centro attraversò la nostra Penisola nel 7, passando per Moncalieri alle 3 pom., per Roma alle 6 pom. e per Napoli tra le 2 e le 5 pom. La pioggia o la neve cadde in quasi tutte le stazioni d'Italia nei tre giorni 5, 6, 7, e temporali più o meno furiosi scoppiarono in diversi luoghi.

Oltracciò dei fenomeni aurorali avvennero pure nei giorni 6 e 7; ed una viva luce aurorale apparve a Perugia la sera del 6, ed a Moncalieri la sera del 7, la quale ultima non fu che un'eco lontana della splendida aurora boreale osservata la sera stessa al Nord d'Europa, a Pietroburgo. Ed è assai probabile che anche nella sera del 5 sia avvenuto un altro consimile fenomeno o tra noi od altrove, ma che dovette passare inosservato per causa del cielo che in quella sera rimase in molti luoghi coperto. Certo è che nella sera suddetta una perturbazione improvvisa e di carattere affatto aurorale, si notò tanto a Moncalieri quanto a Pesaro, tra le 9 e le 11 pom., come risulta sia dai Quadri sia dai diagrammi di questa sera.

Perchè si abbia a rilevare qual posto occupino sotto questo aspetto in tutto il mese di Aprile le tre giornate che dobbiamo studiare, credo cosa ben fatta porre qui appresso i valori della escursione diurna della declina-

zione magnetica ottenuti a Moncalieri in ciascun giorno del mese medesimo. Questi valori sono dedotti dalle otto osservazioni giornaliere che si fanno in questo nostro Osservatorio, cioè dalle sette osservazioni tri-orarie, dalle 6 ant. a mezzanotte, e da quella di $1^h\ 33^m$ pom. in tempo medio di Roma pei Bullettini di Washington.

ESCURSIONE DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA

Avuta a Moncalieri in ciascun giorno del mese di Aprile 1875

Giorno	Valore	Giorno	Valore
1	4′ 54″	16	8′ 2″
2	7 56	17	7 42
3	9 35	18	9 49
4	10 25	19	8 38
5	12 51	20	10 45
6	7 0	21	10 39
7	13 47	22	8 52
8	11 5	23	7 56
9	6 46	24	11 44
10	6 18	25	8 46
11	7 28	26	8 38
12	7 56	27	7 50
13	10 59	28	6 4
14	10 45	29	8 24
15	6 18	30	6 46

Medio mensuale = 9′1″

Da questo specchio risulta, che i due giorni civili 6 e 7, che comprendono in mezzo l'eclisse, furono i più anormali di tutto il mese, per ciò che riguarda l'andamento dell'ago di declinazione; giacchè i valori della escursione che questo toccò in essi superarono quelli di tutti gli altri giorni.

Ciò avvenne perchè i fenomeni aurorali che si manifestarono in quei giorni furono i più splendidi di tutto il mese; e perchè la bufèra, che negli stessi giorni attraversò la penisola italiana, rimase per queste nostre contrade, come per molte altre, la più intensa dell'Aprile corrente.

Da ciò risulta che la discussione, che ora intraprendiamo, non può aver tutto quel peso che si avrebbe se i tre giorni d'osservazione fossero stati tutti calmi e normali. Tuttavia le osservazioni fatte non perdono perciò tutto il loro valore relativamente al problema che studiamo, e non è punto fuori di proposito esaminarle brevemente.

Imperocchè, come si vedrà appresso, le riferite notevoli perturbazioni avvennero tutte o quasi tutte in ore diverse da quelle, nelle quali accadde la eclisse, cioè nelle ore prossime a mezzogiorno o della sera; epperò il periodo

che più importa pel nostro scopo, cioè da 16^h a 22^h, rimase nei tre giorni quasi interamente estraneo all'influsso delle cause perturbatrici, e quindi le tre serie d'osservazioni eseguite nel tempo anzidetto poterono essere comparabili tra loro.

IV.

Dalle ore delle diverse fasi dell'eclisse che ho riportato innanzi risulta che anche questa volta, come nella eclisse del 23 maggio 1873, il fenomeno si avverò nelle ore più importanti del periodo diurno della declinazione magnetica; in quelle cioè, nelle quali suole avvenire nei giorni normali il minimo più importante della giornata. Perciò, come allora, così anche adesso, poteva riuscire più agevole il rilevare le anomalie, che per avventura avrebbe arrecato il fenomeno sul regolare andamento dell'ago calamitato.

Stando alla sentenza del Fearnley e del Michez, riportata nelle mie Memorie più volte citate, nei luoghi posti a grande distanza dalla linea centrale dell'eclisse di sole, e dove questa è invisibile, l'ago di declinazione si dovrebbe mantenere in una quiete affatto insolita, sopratutto nel tempo del fenomeno; la quale quiete, secondo il Fearnley, sarebbe cagionata dall'azione dell'ombra lunare sullo stato magnetico di tutta la terra.

Ora un primo sguardo dato al Quadro che ho innanzi riportato farebbe credere che una tale quiete vi sarebbe stata realmente nel giorno dell'eclisse. Infatti, nel giorno civile 6, nel quale avvenne il fenomeno, la escursione del declinometro (7′ 0″) rimase notevolmente minore di quelle dei due giorni che precedettero e dei due che seguirono, non ostante le perturbazioni che pure in esso accaddero.

Però cosiffatta quiete non sarebbe stata al certo insolita. Imperochè la escursione del giorno 6 risultò invece maggiore delle altre che si ebbero nei giorni che precedettero e che seguirono più da vicino gli anzidetti. Nel giorno 1 la escursione diurna si fu solamente di 4′ 54″, e nei giorni 9 e 10 risultò rispettivamente di 6′ 46″ e di 6′ 18″; e poco diverse dalla escursione del 6 si furono le altre del 2 e dell'11 e 12. Inoltre, il valore di questa stessa escursione del giorno 6 rimase, è vero, di 2′ 1″ più bassa della media escursione diurna di tutto il mese; ma se da questa media mensuale si escludono i giorni di maggiore perturbazione magnetica, i quali non furono rari (4, 5, 7, 8, 13, 14, 20, 21, 24), la escursione del 6 non è più che di solo mezzo minuto (39 secondi) più bassa della media mensuale risultante, che sarebbe di 7′39″. Il che già per se solo addimostrerebbe, che nel giorno della eclisse non vi è stato nulla di singolare rispetto agli altri giorni normali del mese.

V.

Ma ciò rimane confermato in modo più chiaro e più sicuro da un esame più accurato e più particolareggiato dell'andamento dell'ago di declinazione nei tre giorni d'osservazione, 4, 5, 6 aprile.

Innanzi tutto è d'uopo notare, che da un semplice sguardo dato sia ai quadri, come ai diagrammi, che riportano le osservazioni di Moncalieri e di Pesaro pei tre giorni suddetti, rilevasi senza pena che queste vanno d'accordo in tutto il loro andamento complessivo diurno, non che nelle principali agitazioni, a cui andò soggetto l'ago nei giorni medesimi. Così, ad esempio, la perturbazione avvenuta nella sera del 5 tra le 9 e le 11 ore, si riproduce esattamente nelle due stazioni.

Vi hanno poi delle discrepanze, che qui importa notare pel nostro scopo.

La prima e più rilevante si è la diversità notevole nel movimento verso Ovest dell'ago dall'ora del minimo mattutino sino a mezzodì in tutti tre i giorni. Nel giorno 4, mentre a Moncalieri codesto spostamento del declinometro verso Ovest fu di 13′ 5″, a Pesaro risultò solamente di 8′ 50″. Invece nei due giorni appresso 5 e 6 avvenne il contrario; giacchè per Moncalieri le deviazioni nel tempo medesimo furono rispettivamente 5′ 36″ e 7′ 14″, in quella che a Pesaro risultarono di 7′ 34″ e 11′ 8″.

Questa divergenza, io credo che dipenda in parte dal diverso influsso, che esercitò sulle diverse contrade della Penisola la burrasca, che in questi stessi giorni le attraversava, il quale influsso dovette essere sentito dai nostri istrumenti magnetici prima che al centro ed al Sud; ed in parte ancora dalla diversa azione che le burrasche magnetiche di quei giorni esercitarono sui nostri aghi.

Ciò io rilevo ancora dai risultati riassuntivi delle osservazioni magnetiche di Roma, pubblicati nel *Bullettino meteorologico* dell'Osservatorio del Collegio Romano. Da questi infatti risulta, che la escursione della declinazione, ridotta in valore angolare, fu colà

pel	5	Aprile	11′ 2″
»	6	»	9 0
»	7	»	16 1

I quali valori, messi a confronto cogli altri corrispondenti di Moncalieri posti innanzi, fanno vedere che nel giorno 5, tempo civile, la escursione dell'ago fu minore a Roma che a Moncalieri; risultò invece maggiore nei giorni 6 e 7, e sopratutto in quest'ultimo.

Peraltro anche a Moncalieri dopo il mezzodì del 7 il declinometro continuò il suo rapido movimento verso Ovest ed alle tre ore aveva ancora deviato di altri 5′ 8″, raggiungendo il massimo spostamento occidentale di tutto il mese, che fu di 17′ 31″ rispetto al minimo mensuale.

E qui mi cade a proposito un' avvertenza importante per ciò che sono per dire appresso, e su cui ho più volte insistito nelle precedenti mie pubblicazioni ; che cioè in tempi di burrasche atmosferiche e magnetiche non è rara la inversione dello spostamento diurno dell'ago, specialmente all'ora del massimo. Ciò infatti si avverò nella nostra stazione di Moncalieri nel suddetto giorno 5 Aprile. In questo giorno il massimo di declinazione anticipò di un'ora e più, ed avvenne a mezzodì: in seguito, da $0^h\ 15^m$ sino ad $1^h\ 45^m$ l' ago ritornò verso Est, riprendendo poi di nuovo il suo primitivo movimento verso Ovest da $1^h\ 0^m$ ad $1^h\ 45^m$; dopo la quale ora la declinazione decrebbe poco a poco, secondo il consueto. Questa anomalia si osserva eziandio nelle osservazioni di Pesaro, sebbene con maggiore oscitanza e con minore intensità.

Altre differenze si trovano tra i valori parziali di Moncalieri e di Pesaro. Così, il minimo secondario, che si nota nelle tre curve di Pesaro tra le 14 e le 16 ore di tutti tre i giorni d'osservazione, non ha riscontro nelle curve di Moncalieri, salvo un poco nell'ultimo giorno. Per contrario, le agitazioni che si ebbero in quest' ultima stazione nelle ore del minimo della mattina poco si rilevano nella prima, salvo quella dell'ultimo giorno.

Tutto ciò addimostra il grande vantaggio, se non la necessità, di eseguire, in circostanze come queste, osservazioni simultanee in più luoghi, per rilevare gli accidenti che dipendono da influssi affatto speciali e forse inerenti al luogo ed agli istrumenti d'osservazione, e per distinguerli da quelli che possono essere effetto di cause generali, di qualunque natura esse siano.

Ciò premesso, pongo qui appresso l' ampiezza della escursione del declinometro in ciascuno dei tre periodi d'osservazione computati astronomicamente, cioè da un mezzodì all'altro, per ambedue le stazioni di Moncalieri e di Pesaro.

Data	*Escursione*	
Aprile 1875	Moncalieri	Pesaro
4	13′ 5′	11′ 16″
5	11 13	10 20
6	8 52	11 8

Le cause delle discrepanze dei valori di queste escursioni tra Moncalieri e Pesaro si sono già innanzi accennate. E di vero, se si eliminano quelle va-

riazioni della declinazione che possono essere state alterate dall' azione di tali cause, cioè se si escludono i valori dello spostamento rapido dell' ago verso Ovest avvenuto dalle $23^h\ 15^m$ a mezzodì, a Moncalieri nel 5 ed a Pesaro nel 7, i valori precedenti si riducono agli altri:

Data	*Escursione*	
Aprile 1875	Moncalieri	Pesaro
4	10′ 17″	11′ 16″
5	9 49	10 20
6	8 52	8 12

Dai quali valori si rileva che, tolta la principale anomalia derivante dalle cause perturbatrici innanzi ricordate:

1º Le escursioni dell'ago di declinazione in ciascuno dei tre giorni astronomici 4, 5, 6, risultarono poco diverse nelle due stazioni di Moncalieri e di Pesaro.

2º Il valore della escursione del giorno 5, in cui avvenne l'eclisse, è compreso tra quello del 4 e quello del 6, cioè è minore del primo , maggiore del secondo. Il qual fatto per Moncalieri ha luogo anche senza escludere gli spostamenti anormali avvenuti intorno al mezzodì del 5, come si scorge dai valori prima riportati.

Da ciò si deduce che il giorno dell' eclisse non offre nulla di speciale a questo riguardo; e che perciò questa volta non si è avverata nel magnetismo terrestre la insolita quiete, che, secondo i fisici innanzi citati, si sarebbe dovuto avverare nel giorno dell'eclisse totale di sole in queste nostre regioni, che pur erano lontane dai luoghi, nei quali avveniva il fenomeno.

VI.

Affinchè ciò possa rimanere interamente dimostrato, diamo uno sguardo all'andamento dell'ago in ciascuno dei tre giorni astronomici nelle ore, in cui avvenne l'eclisse , cioè dalle $4^h\ 45^m$ sino alle $10^h\ 15^m$ del 6 Aprile in tempo civile, ossia dalle $16^h\ 45^m$ alle $22^h\ 15^m$ del 5 in tempo astronomico.

Per buona ventura, non ostante le perturbazioni che avvennero nella declinazione nei giorni di cui parliamo, l'ago persistette calmo e regolare nel tempo anzidetto in tutti tre i giorni, sia a Moncalieri come a Pesaro, secondo che può rilevarsi immediatamente dai diagrammi delle osservazioni; giacchè, come ho rilevato innanzi, l'influsso delle cause che nei tre giorni ne alterarono i movimenti non si estesero sino alle ore suddette. Perciò il confronto dei valori osservati nei tre giorni pel periodo dell'eclisse rimane rigoroso, ed immune da estranei accidenti.

Ora ecco i valori dell' ampiezza della deviazione, a cui l' ago andò soggetto nei giorni astronomici 4, 5, 6, dalle $16^h\ 45^m$ alle $22^h\ 15^m$:

Data	*Escursione*	
Aprile 1875	Moncalieri	Pesaro
4	5′ 50″	4′ 54″
6	4 54	4 4
6	3 2	3 58

Da questo specchietto risulta chiaro che:

1° In ambedue i luoghi d'osservazione l'ago rimase per tutto il periodo suddetto relativamente tranquillo in ciascuno dei tre giorni.

2° Il suo spostamento fu nei primi due giorni 4 e 5 maggiore a Pesaro che a Moncalieri; minore nel terzo giorno 6, in cui nella prima stazione già fin dalle 22^h cominciava a farsi sentire il rapido ed intenso aumento di declinazione, di cui è stato detto innanzi. Ed è perciò che dai valori contenuti nel precedente prospetto ho escluso la osservazione delle $22^h\ 15^m$ di Pesaro pel giorno 5.

3° Tanto a Pesaro quanto a Moncalieri nel giorno dell'eclisse il declinometro si mantenne più tranquillo che nel giorno precedente, ma meno che nel seguente; nel quale la quiete fu massima, ed a Moncalieri più che a Pesaro.

Tutto ciò comprova sino all'evidenza che nulla d'insolito è avvenuto nel magnetismo terrestre, almeno in queste nostre regioni, durante l'eclisse del 5 Aprile 1875; giacchè il confronto dei due soli giorni che precedettero e seguirono immediatamente quello del fenomeno, basta per far rilevare senza altro che la relativa quiete, avvenuta nelle ore dell'eclisse, non fu un fatto nè insolito nè speciale di quel giorno o di quell'ora.

Una sola circostanza contraddistingue il giorno dell'eclisse da quello che lo precedette e da quello che lo seguì: e fu che, terminato il fenomeno celeste, cioè dopo le 22 del mattino del 6, l'ago continuò a muoversi tranquillo; ed il suo spostamento verso Ovest fu più lento e meno intenso che negli altri due giorni. Difatti il valore di questo spostamento, dalle 22 ore al mezzodì successivo, fu in ciascuno dei tre giorni e per ciascuna delle due stazioni:

Data	*Escursione*	
Aprile 1875	Moncalieri	Pesaro
4	7′ 43″	6′ 20″
5	3 30	4 26
6	5 28	7 10

Questi valori fanno vedere che, nelle due stazioni dalle 22 ore a mezzodì,

l'ago di declinazione nel giorno dell'eclisse si spostò verso Ovest assai meno che negli altri due giorni.

Se non che, questo fatto riceve facile spiegazione da quanto si è già più volte accennato. Imperochè lo spostamento maggiore dei due giorni 4 e 6 derivò dalla perturbazione, che in essi accadde nell' ago precisamente nelle ore del massimo diurno, come ho fatto rilevare a bella posta innanzi. Nè io saprei ascrivere un tal fatto all'eclisse; sia perchè esso non risponde alle fasi del fenomeno, sia perchè la stessa cosa si è avverata in molti altri giorni del mese di Aprile, salvo quelli, nei quali l'andamento della declinazione è stato anormale, e tra cui si trovano appunto i due giorni 5 e 7 (tempo civile) che comprendono quello dell'eclisse.

VII.

L'ora del minimo mattutino di declinazione non subì neanch'essa spostamento alcuno per causa dell'eclisse; giacchè fu compresa tra i limiti, nei quali essa suole accadere in giorni normali. Ecco le ore del minimo suddetto in ciascuno dei tre giorni d'osservazione per le due stazioni:

Data	*Ora del minimo*	
Aprile 1875	Moncalieri	Pesaro
4	$21^h\ 15^m$	$20^h\ 30^m$
5	20 42	20 10
6	19 30	19 30

L'ora del minimo del giorno 5 dell' eclisse è in ambedue le stazioni più prossima a quelle dei giorni normali che degli altri due giorni; nel giorno 4 a Moncalieri ritarda di più, a Pesaro di meno; nel 6 in ambedue le stazioni avvenne allo stesso istante, anticipando di circa un'ora.

La discrepanza tra le ore del minimo di Moncalieri e di Pesaro nei due primi giorni non è che apparente. Invero, come è agevole rilevare dai Quadri e dalle Tavole litografiche, nel 4 a Moncalieri avvenne un primo minimo a $20^h\ 30^m$, cioè alla stessa ora che a Pesaro; ma alle $21^h\ 15^m$ l'ago, che già si rivolgeva all' Ovest, fece una improvvisa digressione ad Oriente, la quale diede un secondo minimo alquanto più intenso del primo; dopo di che concepì un rapido e progressivo movimento verso Occidente, che durò sino a mezzodì. Tutto ciò non avvenne a Pesaro, dove il movimento normale dell'ago verso Ovest fu calmo e regolare dopo le $20^h\ 30^m$.

Nel giorno seguente 5, il declinometro rimase perplesso a Moncalieri dalle $20^h\ 30^m$ alle $20^h\ 55^m$, ed a Pesaro dalle $20^h\ 10^m$ alle $20^h\ 50^m$; per cui può dirsi

che il minimo della declinazione sia durato per tutto questo tempo in ciascuna delle due stazioni; ed a Pesaro il valore dello spostamento occidentale dell'ago tra $20^h\ 30^m$ e $20^h\ 40^m$, non era che di 4 secondi d'arco maggiore di quello delle $20^h\ 10^m$, come si scorge nei Quadri che si riportano appresso.

Da ultimo, nel giorno dell' eclisse non fecero neanco difetto le consuete trepidazioni, a cui va soggetto l' ago di declinazione nelle ore prossime al minimo diurno; delle quali ho parlato nella mia ultima Nota intorno alle osservazioni magnetiche fatte nella eclisse del 23 Maggio 1875, e che ho innanzi citata.

Affinchè possano meglio risaltare cosiffatte agitazioni, ho tracciato nella fig. 1ª della Tav. III la curva delle variazioni della declinazione osservate a Moncalieri nel 5 Aprile di 10 in 10 minuti dalle $12^h\ 50^m$ alle $16^h\ 10^m$, e di 5 in 5 minuti dalle $16^h\ 10^m$ a mezzodì. In questo diagramma la scala delle ascisse è doppia di quella dei diagrammi delle due Tavole precedenti: quella delle ordinate è la stessa.

Adunque anche questa volta ci pare di poter conchiudere con ragione che, la eclisse totale di sole del 5 aprile non ha esercitato alcun sensibile e sicuro influsso sui movimenti diurni dell' ago magnetico nelle nostre stazioni lontane dalle regioni, nelle quali essa avvenne; e che le variazioni diurne della declinazione nel giorno 5, ed in modo speciale nelle ore del fenomeno, accaddero come in qualunque altro giorno normale.

VIII.

Quanto si è detto finora si riferisce al diurno andamento dell'ago di declinazione preso nel suo complesso. Per esaurire l'argomento rimarrebbe ad esaminare se le singole deviazioni dell'ago nel giorno dell'eclisse, prese separatamente, offrono alcun che di speciale a confronto di quelle del giorno dopo Imperochè, come notammo altrove, potrebbe l' ago calamitato nel dì dell'eclisse aver seguito i suoi consueti movimenti diurni, senza punto alterarli ma invece le sue deviazioni, prese separatamente, potrebbero essere state in qualsiasi modo alterate a confronto delle ordinarie.

Veramente, da due soli giorni d'osservazione nulla si può inferire di positivo a questo riguardo; tuttavia, per compiere l'esame incominciato, abbiamo calcolato le differenze tra le posizioni del declinometro osservate ogni quarto d'ora nel giorno 5 e quelle delle ore corrispondenti del giorno precedente 4 e del seguente 6, cominciando circa due ore prima e terminando

circa due ore dopo il tempo della durata dell'eclisse, cioè da $14^h\,45^m$ sino a $23^h\,45^m$. E siccome a Pesaro in tutto il giorno 5 le osservazioni si fecero di 10 in 10 minuti, mentre negli altri due giorni si eseguirono di 15 in 15 minuti; così i valori notati in questi ultimi giorni ai 15 ed ai 45 minuti, si sono messi a confronto con quelli avuti nel primo ai 10 ed ai 40 minuti; il che non implica grave divergenza, massime se si ha riguardo alla tranquillità dell'ago in tutte tre le notti d'osservazione. Lo stesso metodo si è tenuto per Moncalieri per le osservazioni comprese tra $14^h\,45^m$ e $16^h\,0^m$, giacchè in questo tempo l'ago si osservò nel 5 solamente di 10 in 10 minuti, mentre nelle ore seguenti fu tenuto dietro di 5 in 5 minuti.

Codeste differenze sono poste nel Quadro III, nel quale le colonne (δ) di ciascuna stazione contengono le differenze tra le posizioni dell'ago del giorno 5 e quelle del giorno 4: e le colonne (δ') quelle tra le stesse posizioni del 5 e le altre del 6. Le differenze negative indicano che l'ago all'ora corrispondente è rimasto nel 5 più ad oriente che nell'altro giorno di confronto, e le positive denotano che lo spostamento del 5 è stato più occidentale che il corrispondente del giorno di confronto.

Pertanto dall'ispezione di questo Quadro si rileva agevolmente che le differenze (δ) corrispondenti al giorno 4, per ambedue le stazioni, furono piccole assai in tutta la notte sino alle ore prossime al minimo del mattino, cioè fino alle $21^h\,30^m$. Esse non toccano mai il minuto d'arco a Pesaro; ed a Moncalieri non di rado furono nulle, e solo qualche volta raggiunsero il limite suddetto. A Pesaro continuarono le differenze ad essere piccole sino a mezzodì; in quella che a Moncalieri dopo l'ora suddetta cominciarono ad aumentare, prima meno poi più rapidamente, per causa del notevole spostamento verso Ovest, che concepì l'ago in questo tempo, e di cui ho già detto. Siffatte differenze furono quasi sempre negative nelle due stazioni, salvo a Moncalieri a 15^h e da $21^h\,15^m$ a $21^h\,30^m$, ed a Pesaro da 14^h a 15^h e da $20^h\,30^m$ a $22^h\,45^m$.

Le differenze (δ'), relative al giorno 6, tanto a Moncalieri che a Pesaro risultarono, in generale, più grandi che le precedenti (δ). Esse però furono positive per tutta la notte, sino a $21^h\,45^m$ nella prima stazione, e sino a $21^h\,30^m$ nella seconda (dove però divennero per poco tempo negative da 16^h a $16^h\,15^m$, per causa d'una passaggiera e locale perturbazione). In seguito divennero quasi costantemente negative; perchè, come è stato detto avanti, il minimo diurno nel 6 anticipò di circa un'ora su quello del 5, epperò il movimento dell'ago verso Ovest incominciò prima.

Le medie differenze corrispondenti alle ore dell'eclisse, cioè da 16^h a 22^h, sono le seguenti:

	pel 4	*pel* 6
Moncalieri:	$- 0'. 33''$	$+ 0' 42''$
Pesaro:	$- 0 \ 18$	$+ 0 \ 5$

Donde rilevasi che, per ambedue i giorni che comprendono quello dell'eclisse e per ambedue le stazioni, nelle ore in cui questo avvenne:

1.° Il medio valore dello spostamento dell'ago è stato solo di poco diverso da quello del giorno dell'eclisse.

2.° In questo giorno lo spostamento rimase più orientale che nel 4 e più occidentale che nel 6.

Egli è perciò che nulla di positivo si può dedurre in proposito da questo confronto.

Una sola conclusione potrebbe inferirsi in favore di coloro che sostengono la connessione tra le eclissi di sole ed il magnetismo terrestre, e sarebbe la seguente:

Siccome la tranquillità dell'ago cagionata dal fenomeno astronomico può durare anche qualche ora dopo che questo è avvenuto; così le differenze δ e δ', rimaste quasi sempre negative dopo le ore dell'eclisse fino a mezzodì ed anche oltre, potrebbero fare argomentare che l'influsso dell'eclisse abbia paralizzato il movimento dell'ago verso Ovest, che pure si è manifestato con una certa intensità alle stesse ore nel giorno prima e nel giorno dopo; epperò si potrebbe ammettere che l'eclisse abbia mantenuto l'ago in uno stato relativo di quiete nelle ore che la seguirono, paralizzando in qualche maniera la perturbazione che sarebbe altrimenti avvenuta, tolta l'azione del fenomeno cosmico.

Ora questo non è che un argomento negativo, il quale, dopo tutto ciò che ho detto innanzi, non mi credo in diritto di poter ammettere, massime per la scarsezza dei dati di confronto, e per la frequenza con cui lo stesso fatto si è avverato in altri molti giorni di Aprile. Quindi io penso che anche per questa parte si possa conchiudere che « l'eclisse di sole del 5 Aprile 1875 non ha addimostrato alcun influsso sicuro sui valori assoluti degli spostamenti dell'ago, quali sogliono aversi nei giorni normali. »

QUADRO I.

VARIAZIONI DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA

OSSERVATE A MONCALIERI DAL 4 AL MEZZODÌ DEL 7 APRILE 1875

4 APRILE 1875

Ore	Variazione della declinazione	Durata di una oscillazione	Temperatura dell'ambiente
h m		s	
0 0	7'14'	13.4	11°2
15	7·28	»	
30	8·24	»	
45	7·56	»	
1 0	8·52	9·5	12·2
15	9·06	»	
30	9·49	11·7	
45	10·17	»	
2 0	9·49	»	12·0
15	9·21	8·2	
30	9·14	»	
45	9·06	15·5	
3 0	8·38	19·0	12·5
15	8·10	15·9	
30	7·42	12·3	
45	7·34	»	
4 0	7·00	22·7	12·5
15	6·46	24·7	
30	5·50	»	
45	5·56	»	
5 0	5·50	12·9	13·0
15	5·50	17·5	
30	5·50	15·0	
45	5·22	19·3	
6 0	5·28	20·2	13·2
15	4·54	16·0	
30	4·32	12·9	
45	4·40	»	
7 0	4·26	18·6	13·2
15	5·00	22·1	
30	4·46	17·7	
45	4·12	14·9	
8 0	4·32	15·7	13·0
15	4·40	10·9	
30	4·12	15·2	
45	4·26	16·4	
9 0	4·32	26·4	12·8
15	4·26	14·5	
30	5·28	20·8	
45	5·08	»	
10 0	5·08	»	13·0
15	5·08	»	
30	4·54	»	
45	5·08	»	

Ore	Variazione della declinazione	Durata di una oscillazione	Temperatura dell'ambiente
h m			
11 0	5'00"	»	13°0
15	5·08	»	
30	5·08	»	
45	5·08	»	
12 0	5 08	»	13·2
15	5·08	»	
30	4·40	»	
45	4·40	»	
13 0	4·92	»	13·2
15	4·26	»	
30	4·26	»	
45	4·32	14·3	
14 0	4·46	16·7	13·2
15	4·54	10·2	
30	4·40	»	
45	4·32	»	
15 0	4·26	»	13·1
15	4·40	»	
30	4·32	»	
45	4·26	»	
16 0	5·22	16·1	13·2
15	5·08	19·0	
30	4·26	»	
45	4·32	«	
17 0	4·26	»	13·2
15	4·32	»	
30	4·40	»	
45	4·32	»	
18 0	4·12	10·2	13·3
15	3·58	7·0	
30	4·04	»	
45	3·44	»	
19 0	3·30	20·6	13·1
15	3·08	19·2	
30	2·48	13·5	
45	2·34	18·1	
20 0	1·38	21·4	12·9
15	1·10	20·0	
30	0·56	22·4	
45	1·38	15·4	
21 0	1·52	20·5	13·5
15	0·00	8·0	
30	0·28	»	
45	4·12	24·5	

Ore	Variazione della declinazione	Durata di una oscillazione	Temperatura dell'ambiente
h m		s	
22 0	5'22"	15·2	13°4
15	5·50	20·3	
30	7·14	21·5	
45	8·52	20·3	
23 0	9·41	21·4	13·0
15	10·59	19·9	
30	12·51	15·0	
45	13·05	»	
5 APRILE 1875			
0 0	11·13	12·3	13·3
15	9·21	11·1	
30	9·21	12·8	
45	9·14	24·2	
1 0	9·21	20·9	13·2
15	9·41	15·5	
30	9·49	17·3	
45	9·49	8·7	
2 0	9·21	15·0	13·3
15	9·14	20·9	
30	9·21	15·4	
45	9·06	»	
3 0	9·06	»	13·2
15	8·38	15·0	
30	8·24	20·3	
45	8·10	19·7	
4 0	7·28	20·3	13·5
15	7·00	21·5	
30	6·43	15·7	
45	6·32	10·1	
5 0	6·18	»	13·7
15	6·18	»	
30	5·56	»	
45	5·36	»	
6 0	5·42	10·3	13·7
15	5·42	»	
30	5·16	»	
45	4·54	»	
7 0	5·08	»	13·3
15	5·02	»	
30	4·54	»	
45	4·46	»	
8 0	4·32	»	13·5
15	4·34	13·5	
30	4·40	19·3	

Ore	Variazione della declinazione	Durata di una oscillazione	Temperatura dell'ambiente
h m		s	
8 45	3'46"	17·0	
9 0	4·32	15·4	13°5
15	4·40	17·3	
30	4·18	»	
45	2·06	13·3	
10 0	1·52	10·7	13·5
15	2·20	13·0	
30	2·20	14·0	
45	3'16	12·2	
11 0	4·18	15·4	13·3
15	4·40	14·5	
30	4·32	17·1	
45	4·40	15·3	
12 0	»	»	12·7
15	»	»	
30	4·54	»	
45	5·00	»	
50	4·40	»	
13 1	4·46	»	13·6
10	4·54	»	
20	4·51	»	
30	4·46	»	
40	4·40	»	
50	4·46	»	
14 0	4·40	»	13·3
10	4·46	»	
20	4·40	»	
30	4·32	»	
40	4·26	»	
50	4·26	»	
15 0	4·29	»	13·5
10	4·26	»	
20	4·20	»	
30	4·26	»	
40	4·26	»	
50	4·26	»	
16 0	4·20	»	13·6
10	4·20	»	
15	4·26	»	
20	4·26	»	
25	4·12	»	
30	4·12	20·0	
35	4·12	»	
40	4·12	11·6	

Ore	Variazione della declinazione	Durata di una oscillazione	Temperatura dell'ambiente
h m		s	
16·45	4'18"	19·2	
50	3·30	16·3	
55	4·26	11·8	
17 0	4·26	»	[illegible]
5	4·26	»	
10	4·26	»	
15	4·26	»	
20	4·26	»	
25	4·54	»	
30	4·18	17·3	
35	4·26	»	
40	4·18	10·0	
45	4·26	»	
50	4·26	»	
55	4·12	23·5	
18 0	4·12	20·0	[illegible]
5	»	»	
10	4·12	11·7	
15	3·58	22·0	
20	4·06	13·7	
25	3·58	11·7	
30	3·44	19·8	
35	3·44	23·0	
40	3·50	20·6	
45	2·34	23·3	
50	1·52	21·5	
55	2·06	20·5	
19 0	2·06	22·0	[illegible]
5	»	»	
10	3·02	14·6	
15	3·02	»	
20	3·02	21·4	
25	2·48	19·5	
30	2·06	22·6	
35	2·48	20·3	
40	1·52	19·9	
45	2·12	17·8	
50	1·24	17·0	
55	1·10	23·5	
20 0	1·02	20·1	[illegible]
5	0·56	25·0	
10	0·42	24·4	
15	0·42	16·0	
20	0·20	11·8	

QUADRO I.

(Continua)

Ore	Variazione della declinazione	Durata di una oscillazione	Temperatura dell'ambiente
h		s	
20 25	0'42"	18·1	
30	0·14	10·4	
35	0·14	12·6	
40	0· 0	22·5	
45	0·14	»	
50	0·14	»	
55	0·14	»	
21 0	0·28	»	13°0
5	0·42	9·5	
10	0·42	14·1	
15	1·24	10·8	
20	1·24	15·0	
25	1·16	15·1	
30	1·30	16·3	
35	1·24	18·9	
40	1·30	15·0	
45	1·38	20·9	
50	2·06	17·1	
21 55	2·34	21·3	
22 0	2·54	15·7	12·9
5	2·48	20·8	
10	2·06	11·8	
15	2·06	7·9	
20	2·20	13·7	
25	2·06	18·1	
30	2·20	16·4	
35	2·06	17·3	
40	2·34	20·2	
45	3·16	16·8	
50	3·36	17·6	
55	4·12	13·4	
23 0	3·58	18·2	13·7
5	3·50	17·9	
10	3·58	14·0	
15	4·12	13·1	
20	4·04	17·5	
25	4·18	11·8	
30	4·18	16·2	
35	4·48	13·3	
40	5·00	16·7	
45	5·08	20·2	
50	5·36	12·6	
55	5·36	17·3	

6 APRILE

Ore	Variazione della declinazione	Durata di una oscillazione	Temperatura dell'ambiente
h		s	
0 0	5'50"	19·6	13°3
15	6·04	18·8	
30	6·18	16·7	
45	6·52	18·5	
1 0	7·00	13·8	13·4
15	7·14	17·9	
30	7·48	18·2	
45	8·10	19·3	
2 0	7·42	18·4	13·4
15	7·14	15·3	
30	6·52	18·9	
45	6·24	15·6	
3 0	5·50	19·3	13·2
15	5·36	»	
30	5·30	14·9	
45	4·54	10·3	
4 0	5·50	12·7	13·4
15	5·36	15·3	
30	5·22	10·8	
45	4·32	15·4	
5 0	3·58	19·6	13·3
15	3·50	20·2	
30	3·30	13·1	
45	3·44	17·4	
6 0	3·24	»	13·4
15	3·30	»	
30	3·22	»	
45	3·16	10·4	
7 0	3·02	14·2	13·0
15	3·50	17·3	
30	3·44	»	
45	3·44	»	
8 0	3·58	»	13·3
15	3·50	»	
30	3·44	»	
45	3·16	»	
9 0	3·02	15·3	13·6
15	3·10	»	
30	2·34	18·8	
45	3·02	16·0	

Ore	Variazione della declinazione	Durata di una oscillazione	Temperatura dell'ambiente
h		s	
10 0	3'.02"	16·7	14°0
15	2·48	»	
30	2·48	»	
45	2·48	»	
11 0	2·48	»	14·0
15	2.20	»	
30	2.20	»	
45	2.20	»	
12 0	2.20	»	13·5
15	1.52	»	
30	1.52	»	
45	1.52	»	
13 0	1.52	»	13·5
15	1.52	»	
30	2.20	»	
45	2.28	»	
14 0	2.34	»	13·5
15	2.20	»	
30	2.12	»	
45	1.52	»	
15 0	1.52	»	13·2
15	2.34	12.6	
30	3.16	11.9	
45	3.02	15.4	
16 0	3.30	15.1	13·3
15	3.22	16.4	
30	3.02	12.8	
45	2.56	15.4	
17 0	2.48	11.8	13·4
15	2.34	16.5	
30	2.26	19.2	
45	2.06	17.5	
18 0	1.52	20.3	13·4
15	1.24	10.8	
30	0.42	15.5	
45	0.48	14.3	
19 0	0.42	18.1	13·5
15	0.34	17.9	
30	0.00	16.7	
45	0.42	19.3	

Ore	Variazione della declinazione	Durata di una oscillazione	Temperatura dell'ambiente
h m		s	
20 0	3'02"	20.2	13°4
15	3·02	19.0	
30	1·30	21.6	
45	1·38	14.1	
21 0	1·52	18.1	13·3
15	2·40	12.9	
30	3·02	19.9	
45	3·02	16.0	
22 0	1·46	14.0	13·4
15	1·49	20.6	
30	4·32	18.9	
45	6·04	18.1	
23 0	7·14	11.2	13·4
15	7·42	21.6	
30	7·28	20.2	
45	7·14	24.0	

QUADRO II.

VARIAZIONI DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA

OSSERVATE A PESARO DAL MEZZODÌ DEL 4 AL MEZZODÌ DEL 7 APRILE 1875

Ore	Variazione della declinazione	Temperatura dell'ambiente	Ore	Variazione della declinazione	Temperatura dell'ambiente	Ore	Variazione della declinazione	Temperatura dell'ambiente	Ore	Variazione della declinazione	Temperatura dell'ambiente	Ore	Variazione della declinazione	Temperatura dell'ambiente
4 APRILE			h m			h m			h m			h m		
0h 0m	9'28'	8°9	11 0	4'52'	9°9	22 0	2'30'	10°1	5 30	5· 2		12 50	4'42'	
15	9·54		15	5·08		15	3·22		40	5· 2		13 0	4·40	11°0
30	10·18		30	4·36		30	4·28		50	5· 2		10	4·42	
45	10·42		45	4·30		45	5·34		6 0	4·46	10°9	20	4·36	
1 0	11·12	9·2	12 0	4·30	10·0	23 8	6·28	10·3	10	4·46		30	4·32	
15	11·14		15	4·52		15	7·32		20	4·46		40	4·30	
30	11·16		30	4·30		30	8·34		30	4·46		50	4·26	
45	11· 0		45	4·30		45	8·50		40	4·46		14 0	4·32	11·0
2 0	11· 2	9·3	13 0	4·30	10·0				50	4·46		10	4·26	
15	10·56		15	4·14		5 APRILE			7 0	4·44	10·9	20	4·28	
30	10·42		30	4·26					10	4·40		30	4·40	
45	10·18		45	4·54		0h0m	9·40	10·3	20	4·34		40	4·32	
3 0	10·10	9·5	14 0	4·30	10·0	10	9·54		30	3·48		50	4·32	
15	9· 2		15	4·12		20	10·10		40	3·54		15 0	4·32	11·1
30	8·34		30	4·14		30	9·56		50	4·00		10	4· 8	
45	8·16		45	4·30		40	9·56		8 0	3·44	10·9	20	3·20	
4 0	7·42	9·7	15 0	4·30	10·0	50	10·20		10	4· 2		30	4· 4	
15	7·22		15	4·28		1 0	9·58	10·5	20	3·50		40	4·10	
30	7· 4		30	4·30		10	10·20		30	3·38		50	4· 0	
45	6·36		45	4·46		20	10·12		40	3·42		16 0	3·56	11·0
5 0	6·16	9·8	16 0	4·46	10·0	30	9·58		50	3·38		10	4· 0	
15	6·36		15	4·54		40	10·14		9 0	3·30	11·1	20	4· 4	
30	5·40		30	4·42		50	9·56		10	3·38		30	4· 0	
45	5·46		45	4·42		2 0	9·36	10·5	20	3·38		40	4· 0	
6 0	6· 2	9·8	17 0	4·14	10·0	10	9·36		30	3·38		50	4· 0	
15	5·46		15	4·32		20	9·26		40	2·42		17 0	4· 4	11·1
30	5·44		30	4·48		30	9·22		50	1·20		10	4· 2	
45	5·44		45	4·48		40	9·12		10 0	1·34	10·9	20	4· 4	
7 0	5·32	9·8	18 0	4·28	10·0	50	8·34		10	1·48		30	4· 0	
15	5·26		15	4· 8		3 0	8·20	10·7	20	2·20		40	3·58	
30	5·26		30	3·54		10	8· 0		30	2·30		50	3·54	
45	5·10		45	3·16		20	7·50		40	3·22		18 0	3·50	11·1
8 0	5·10	9·8	19 0	2·46	10·1	30	7·12		50	3·56		10	3·24	
15	5·26		15	2· 8		40	6·42		11 0	4· 8	10·9	20	3·28	
30	5· 6		30	1·34		50	6·36		10	4·30		30	2·56	
45	5· 0		45	0·46		4 0	6·30	10·7	20	4·30		40	2·40	
9 0	5· 4	9·9	20 0	0·32	10·1	10	6·52		30	4·30		50	2·20	
15	5·10		15	0· 6		20	5·58		40	4·36		19 0	2· 8	11·1
30	5· 0		30	0· 0		30	9·54		50	4·38		10	1·52	
45	5· 2		45	0· 2		40	5·42		12 0	4·40	11·0	20	1·20	
10 0	5· 6	9·9	21 0	0·14	10·1	50	5·36		10	4·44		30	1· 6	
15	5· 2		15	0·38		5 0	5·26	10·8	20	4·54		40	0·40	
30	4·52		30	0·56		10	5·12		30	4·56		50	0·22	
45	4·52		45	1·32		20	5· 4		40	4·40		20 0	0·20	11·1

QUADRO II.

(Continua)

Ore	Variazione della declinazione	Temperatura dell'ambiente	Ore	Variazione della declinazione	Temperatura dell'ambiente	Ore	Variazione della declinazione	Temperatura dell'ambiente	Ore	Variazione della declinazione	Temperatura dell'ambiente	Ore	Variazione della declinazione	Temperatura dell'ambiente
				6 APRILE										
h m						h m			h m		o	h m		
20 10	0′ 0′	11°.1	0h0m	7·34	11°.2	6 0	4·42	11°.7	12 0	2′58″	11·7	18 0	2′28″	11°.7
20	0·14		15	7·56		15	4·56		15	3·14		15	0·46	
30	0· 4		30	8· 0		30	4·56		30	3·14		30	0·52	
40	0· 4		45	8· 6		45	4·46		45	3·14		45	1· 4	
50	0·12		1 0	8·12	11·3	7 0	4·56	11·7	13 0	3·14	11·7	19 0	0·44	11·7
21 0	0·32	11·2	15	8·12		15	5· 4		15	3·14		15	0· 6	
10	0·30		30	8·12		30	5· 2		30	3·28		30	0· 0	
20	1· 6		45	8· 2		45	4·56		45	3·14		45	0·24	
30	1·32		2 0	7·14	11·5	8 0	4·36	11·7	14 0	3·14	11·7	20 0	1·58	11·7
40	2· 4		15	7·36		15	4·18		15	3·14		15	2· 2	
50	2·38		30	7· 8		30	4· 0		30	0·52		30	1·54	
22 0	3· 8	11·2	45	6·50		45	3·58		45	3·00		45	2·52	
10	3·10		3 0	6·26	11·5	9 0	4· 2	11·7	15 0	3· 4	11·7	21 0	2·30	11·7
20	4·24		15	6· 6		15	4· 2		15	3·10		15	2·56	
30	4·48		30	5·52		30	3·58		30	4·40		30	2· 2	
40	5·16		45	5·30		45	4· 0		45	3·48		45	2·36	
50	5·42		4 0	5·20	11·5	10 0	4· 0	11·7	16 0	4·58	11·7	22 0	3·58	11·7
23 0	6·10	11·2	15	5·00		15	3·50		15	4·12		15	5·44	
10	6·40		30	4·56		30	3·30		30	3·14		30	7·36	
20	6·46		45	4·46		45	3· 6		45	3·14		45	8· 4	
30	7· 8		5 0	4·16	11·7	11 0	3·20	11·7	17 0	3·16	11·7	23 0	8· 4	11·7
40	7·24		15	4·34		15	3· 6		15	3·22		15	10·38	
50	7·34		30	4·42		30	3·14		30	3· 0		30	10·56	
			45	4·42		45	3·14		45	2·46		45	11· 8	

QUADRO III.

DIFFERENZE

TRA LE VARIAZIONI DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA OSSERVATE A MONCALIERI ED A PESARO NEL 5 APRILE 1875 E LE VARIAZIONI DEGLI ALTRI DUE GIORNI D'OSSERVAZIONE 4 E 6.

	MONCALIERI		PESARO	
	(δ)	(δ')	(δ)	(δ')
	(5—4)	(5—6)	(5—4)	(5—6)
14h 45m	— 0′ 6″	+ 2′ 34″	+ 0′ 2″	+ 1′ 18″
15 0	+ 0· 3	+ 2·37	+ 0· 2	+ 1·18
15	— 0·14	+ 1·52	— 0·40	+ 0·54
30	— 0· 6	+ 1·10	— 0·26	+ 0·36
45	0· 0	+ 1·24	— 0·46	+ 0·46
16 0	— 1·12	+ 0.50	— 0·50	— 1· 2
15	— 0·42	+ 1· 4	— 0·54	— 0·12
30	— 0·14	+ 1·10	— 0·42	+ 0·46
45	— 0·14	+ 1·22	— 0· 4	+ 0·46
17 0	0· 0	+ 1·38	— 0· 7	+ 0·48
15	— 0· 6	+ 1·52	— 0·30	+ 0·40
30	— 0·22	+ 1·52	— 0·48	+ 1· 0
45	— 0· 6	+ 2·20	— 0·54	+ 1· 8
18 0	0· 0	+ 2·20	— 0·38	+ 1·22
15	0· 0	+ 2·34	— 0·44	+ 2·18
30	— 0·20	+ 3· 2	— 0·58	+ 2· 4
45	— 1·10	+ 1·46	— 0·56	+ 2·16
19 0	— 1·24	+ 1·24	— 0·38	+ 1·24
15	— 0· 6	+ 2·28	— 0·16	+ 1·46
30	— 0·42	+ 2·06	— 0·28	+ 1· 6
45	— 1·12	+ 1·20	— 0·24	— 0· 2
20 0	— 0·36	— 2·00	— 0·12	— 1·38
15	— 0·28	— 2·20	— 0· 6	— 2· 2
30	— 0·42	— 1·16	+ 0· 4	— 1·50
45	— 0·24	— 1·24	+ 0·10	— 2·40
21 0	— 1·24	— 1·24	+ 0·18	— 1·58
15	+ 1·24	— 1·16	— 0· 8	— 2·26
30	+ 1· 2	— 1·32	+ 0·36	— 0·30
45	— 2·34	— 1·24	+ 1· 6	+ 0· 2
22 0	— 2·28	+ 1· 8	+ 0·38	— 0·52
15	— 3·44	+ 0·17	— 0·12	— 2·34
30	— 4·54	— 2·12	+ 0·20	— 2·48
45	— 5·36	— 2·48	+ 0· 8	— 2·22
23 0	— 5·43	— 3·16	— 0·18	— 1·54
15	— 6·47	— 3·30	— 0·52	— 3·58
30	— 8·33	— 3·10	— 1·26	— 3·48
45	— 7·57	— 2· 6	— 1·16	— 3·34

QUADRO IV.

VARIAZIONI DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA OSSERVATE A MONCALIERI

Dalla mezzanotte del 9 alla mezzanotte del 10 Ottobre 1874.

Ore	Variazione della declinazione	Durata di una oscillazione	Temperatura dell'ambiente
9 OTTOBRE			
h m	′ ″	s	o
12· 0	4·34	22·6	15·7
15	4·32	20·9	
30	4·20	24·7	
45	4·12	27·9	
13· 0	4·06	20·1	16·1
15	4·01	16·1	
30	3·52	15·3	
45	4·06	16·0	
14· 0	3·58	17·2	16·2
15	3·50	»	
30	3·38	»	
45	3·44	»	
15· 0	3·52	»	
15	4·06	12·1	
30	4 20	15·0	
45	4·26	»	
16· 0	4·34	»	16·5
15	4·48	»	
30	4·34	»	
45	4·26	»	
17· 0	4·20	»	16·6
15	4·06	12·6	
30	4·06	»	
45	4·20	»	
18· 0	4·26	»	16·7
15	4·34	15·2	
30	4·26	15·0	
45	4·40	19·5	
19· 0	4·20	16·3	16·5
15	5·16	19·3	
30	5·30	17·5	
45	3·10	20·7	

Ore	Variazione della declinazione	Durata di una oscillazione	Temperatura dell'ambiente
h m	′ ″	s	o
20· 0	2·14	22·0	16·3
5	2·00	22·9	
10	1·46	24·5	
15	0·03	26·4	
20	0·03	20·0	
25	0·56	23·6	
30	1·16	22·1	
35	1·04	22·1	
40	1·18	23·4	
45	1·18	21·0	
50	1·18	24·6	
55	1·18	26·5	
21· 0	1·46	20·0	16·3
5	0 00	21·7	
10	0·50	24·5	
15	0·50	22·5	
20	0·50	20·5	
25	0·50	22·9	
30	3·10	20·0	
35	1·32	21·2	
40	1·32	25·0	
45	2·00	19·8	
50	2·06	22·9	
55	2·14	23·1	
22· 0	2·14	20·0	16·4
5	2·42	24·8	
10	2·20	20·7	
15	2·42	23·0	
20	2·56	23·7	
25	3·24	21·5	
30	3·52	20·1	
35	3·55	19·3	

Ore	Variazione della declinazione	Durata di una oscillazione	Temperatura dell'ambiente
h m	′ ″	s	o
22·40	4·06	20·2	
45	4·26	20·1	
50	4·40	18·6	
55	5·16	18·9	
23· 0	5·30	20·3	16·5
5	6·04	13·5	
10	6·12	17·0	
15	6·26	27·4	
20	7·00	22·0	
25	7·17	21·0	
30	7·28	20·3	
35	7·42	21·6	
40	7·56	20·9	
45	8·32	17·5	
50	8·41	15·1	
55	9·00	24·1	
10 OTTOBRE			
0· 0	9·29	20·1	16·6
15	11·07	19·7	
30	10·53	17·7	
45	10·51	18·2	
1· 0	10·25	13·7	16·5
15	10·25	17·5	
30	11·19	12·9	
45	10·53	21·8	
2· 0	10·17	20·1	16·5
15	9·43	17·4	
30	9·29	12·8	
45	9·06	19·1	
3· 0	8·46	17·0	16·7
15	8·32	20·9	
30	6·57	19·1	
15	6·32	22·7	

Ore	Variazione della declinazione	Durata di una oscillazione	Temperatura dell'ambiente
h m	′ ″	s	o
4· 0	6·12	21·0	17·1
15	5·53	21·1	
30	5·22	17·1	
45	4·54	18·5	
5· 0	5·02	17·3	17·2
15	4·54	17·0	
30	4·20	16·1	
45	3·30	»	
6· 0	4·20	12·1	17·1
15	4·20	17·3	
30	4·06	18·1	
45	4·20	17·0	
7· 0	4·20	25·5	17·8
15	3·52	»	
30	3·30	»	
45	3·30	12·5	
8· 0	3·10	11·0	17·7
15	2·42	11·0	
30	2·28	12·0	
45	2·09	»	
9· 0	2·28	12·4	17·6
15	1·04	19·5	
30	1·18	15·1	
45	1·32	17·2	
10· 0	1·32	20·1	17·7
15	1·38	15·2	
30	1·44	12·4	
45	2·00	17·6	
11· 0	2·14	21·9	17·5
15	2·42	17·1	
30	2·28	16·1	
45	2·56	20·2	
12· 0	3·24	15·1	17·7

QUADRO V.

VARIAZIONI DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA OSSERVATE A MONCALIERI

Da 18 *ore del* 28 *a mezzanotte del* 29 *Settembre* 1875.

Ore	Variazione della declinaz.	Durata di una oscillaz.	Temperat. dello ambiente
	28 SETTEMBRE		
18h 0m	0′ 0″	»	15°.0
19 0	0 28	»	
20 0	1 24	»	
21 0	1 52	»	
22 0	2 48	18·1	15·2
15	2 54	21·4	
30	3 16	18·7	
45	3 58	20·4	
23 0	3 50	20·1	15·5
15	4 26	22·4	
30	4 40	21·7	
45	5 36	16·8	
	29 SETTEMBRE		
0h 0m	5 8	15·4	15·7
15	6 4	16·9	
30	6 18	14·5	
45	6 46	18·0	
1 0	7 0	23·0	16·8
15	7 36	20·8	
30	7 14	19·1	
45	6 32	24·0	
2 0	6 46	17·9	16·7
15	6 32	20·0	
30	7 14	21·2	
45	7 28	18·7	
3 0	7 56	18·1	16·9
15	7 48	19·7	
30	7 42	»	
45	7 0	»	
4 0	6 43	12·7	17·0
15	6 32	16·8	
30	6 24	19·1	
45	6 32	20·2	
5 0	6 18	21·8	17·1
6 0	4 26	»	
7 0	5 36	»	
8 0	5 8	»	
9 0	3 44	»	17·0
10 0	4 12	»	
11 0	3 2	»	
12 0	1 24	»	16·8

OSSERVAZIONI DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA FATTE A MONCALIERI

IN OCCASIONE DELL'ECLISSE ANULARE DI SOLE DEL 9 OTTOBRE 1874.

I.

La eclisse di sole del 9–10 ottobre 1874, che fu anulare nella Siberia occidentale, fu visibile in parte in queste nostre contrade, dove la sua grandezza doveva essere di 0, 34, rispetto al diametro solare preso per unità, cioè un terzo circa di questo diametro. La fase notevole del fenomeno celeste ci imponeva perciò di intraprendere una serie non breve ed accurata di osservazioni della declinazione magnetica, come avevamo fatto per altre consimili occasioni; ed io certamente non avrei mancato di accingermi a questo lavoro se non fosse stato costretto a rimanere lontano dall'Osservatorio nei giorni suddetti per altre occupazioni; ed a Moncalieri non rimanevano che due assistenti, dei quali uno solo poteva attendere ad una serie continua di osservazioni.

Tuttavia non volli che tale rilevante occasione passasse del tutto senza che nella Stazione si tenesse dietro, almeno per breve tempo, ai movimenti dell'ago magnetico nei migliori modi possibili.

I tempi del fenomeno generale, dati dalla *Connaissance des temps* e ridotti in tempo medio di Roma, sono i seguenti.

Principio dell'eclisse generale,	9 ottobre	21^h	38^m
Principio dell'eclisse centrale	»	23	46
Fine dell'eclisse centrale	10 ottobre	0	7
Fine dell'eclisse generale	»	2	28

I tempi della eclisse parziale a noi visibile, ridotti pure in tempo medio di Roma, sono

Principio dell'eclisse parziale	9 ottobre	22^h	5^m
Fine dell'eclisse parziale	10 ottobre	0	35

Io quindi esortai l'assistente sig. Giuseppe Vergnano ad osservare il declinometro ogni quarto d'ora e dalla mezzanotte del 9 alla mezzanotte del 10 ottobre: e, cominciando dalle 20 ore del 9, a tener dietro all'istrumento più spesso, possibilmente ogni 5 minuti. Il sig. Vergnano soddisfece puntualmente al mio desiderio, e per ventiquattro ore di seguito attese a cosiffatte osservazioni di 15 in 15 minuti, e di 5 in 5 minuti dalle 20 ore a mezzodì.

I risultati delle fatte osservazioni sono riportati nel Quadro IV, redatto precisamente come il Quadro I; e del pari che in questo, le variazioni della declinazione sono riferite al minimo spostamento diurno.

Nella fig. 2ª della Tav. IIIª si dà il diagramma delle stesse variazioni, in modo affatto analogo a quello della Tav. Iª e IIª; solamente la posizione della curva compresa tra 20 ore e mezzodì, è tracciata colle osservazioni fatte di 5 in 5 minuti, in quella che tutto il rimanente è costrutto colle osservazioni eseguite solamente di 15 in 15 minuti. Mi rincrebbe grandemente di non aver potuto far eseguire osservazioni simultanee in altre stazioni, il che questa volta sarebbe stato interessante pel controllo delle nostre, come dirò appresso.

Passiamo ora ad esaminare brevemente ciò che di più importante può inferirsi dalle osservazioni fatte a Moncalieri.

II.

Fo osservare innanzi tutto che nella giornata in cui avvenne l'eclisse, lo stato atmosferico era calmo, non solo in queste nostre regioni ma in tutta Europa; e nessuna burrasca attraversava in essa il Continente. Ecco quanto io diceva in proposito nella Rivista meteorologica di questo mese di Ottobre (1):

« Nei giorni appresso (cioè dopo il 7 ottobre) il barometro si innalzò rapidamente sull'Europa occidentale; e l'onda di maggiori pressioni andò avanzandosi man mano verso Est. Nell'8–9 il suo centro era in Inghilterra, nel 10 nella Francia orientale, nell'11 intorno alle Alpi ed in Italia, ed in seguito progredì lentamente nelle regioni russe. Il tempo divenne bello; e la temperatura, che si era accresciuta al passaggio delle correnti equatoriali dei giorni precedenti, diminuì dovunque. »

Ciò nullameno le perturbazioni dell'ago di declinazione, che furono fortissime in tutta Italia nel 4, e che perdurarono per quasi tutta la prima metà del mese, non erano punto svanite interamente nei giorni in questione; e, dopo le splendide aurore polari osservate nel Nord d'Europa nelle sere del 4 e del 6, che ebbero eco in Italia, a Volpeglino; un'altra apparizione di luce aurorale si notava pure in quest'ultima stazione nella sera stessa del 10. Ed a queste apparizioni rispondono le agitazioni avute nella declinazione magnetica a Moncalieri nella sera medesima, le quali si rilevano nel quadro e nel diagramma delle osservazioni di questo giorno, massime dalle 4 alle 6, e dalle 9 alle 10 di sera.

(1) Bullettino meteorologico dell'Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri, Vol. IX, num. 11, pag. 164.

Da ultimo nei giorni di cui parliamo le macchie solari erano più numerose ed assai più ampie che in tutto il resto del mese. Da quadri delle nostre osservazioni solari, pubblicati nel citato luogo del *Bullettino meteorologico* di questo Osservatorio, risultano i seguenti numeri pei giorni nei quali si potè osservare.

Giorno	gruppi	fori
5	1	23
7	2	25
10	3	19
11	2	13
12	2	12

Ed il P. Secchi annunzia che forti si furono pure nei giorni medesimi le eruzioni della cromosfera solare osservate collo spettroscopio (1).

Per ciò che riguarda l'andamento diurno complessivo della declinazione, dedotto dalle nostre osservazioni tri-orarie, il giorno dell'eclisse 10 (tempo civile) non offrì nulla di particolare a rispetto degli altri giorni della prima metà del mese, nei quali, come ho detto, l'ago rimase assai spesso perturbato. Ciò può di leggieri rilevarsi dal seguente specchietto, nel quale pongo il valore angolare della escursione diurna del declinometro, avuta a Moncalleri dal primo dì sino al 17 ottobre (giorno civile)

Giorno	Escursione	Giorno	Escursione
1	9′ 6″	9	6′ 46″
2	11 27	10	8 38
3	8 52	11	5 50
4	7 0	12	9 21
5	7 0	13	11 55
6	8 52	14	7 42
7	11 41	15	7 42
8	10 17	16	9 49
		17	9 21

Nei rimanenti giorni del mese, l'ago persistette in generale, relativamente tranquillo; e la escursione diurna fu compresa tra 4′ 40″ (il 29) e 8′ 10″ (il 22). In quest'ultimo giorno fu vista una bella aurora polare a Moncalieri, Volpeglino e Pinerolo.

Pertanto dal prospetto riportato risulta che la escursione della declinazione nel giorno civile 10, nel quale si ebbe l'eclisse, fu invero alquanto

(1) Bullettino meteorologico dell'Osservatorio del Collegio Romano, Vol. XIII, N.° 11, pag. 101.

maggiore di quella dei giorni 9 e 11, che lo comprendono e che furono dei più tranquilli del mese per questo riguardo; ma fu invece minore di quella della più gran parte degli altri giorni rimanenti.

Siccome però le alterazioni, che il fenomeno celeste può addurre sul movimento dell'ago, non sarebbero che lievi e di poca durata; così importa discutere attentamente le variazioni che questo ha subito nel giorno dell'eclisse, e soprattutto presso all'ora della fase a noi visibile. Ciò ne riesce agevole tenendo dietro ai valori pubblicati nel Quadro IV ed al diagramma corrispoudente della fig. 1ª della Tav. III.ª

III.

Dalla mezzanotte del 9 sino a 19 ore il declinometro persistette assai tranquillo e come immobile, e la sua escursione in tutto questo tempo non fu che di 1′ 10″. A 19 ore, cioè 2 ore e 38 minuti prima del principio dell'eclisse generale, cominciò a mostrarsi concitato, facendo larghe oscillazioni; e l'agitazione si accrebbe a poco a poco, e divenne massima a 20 ore. In tale stato persistette l'ago sino a $21^h 5^m$; dopo la quale ora andò poco a poco calmandosi, e le sue oscillazioni divennero assai più lente a $21^h 35^m$, cioè 3 minuti prima del cominciamento dell'eclisse generale. In seguito la concitazione decrebbe ancora; ma la calma della notte non ritornò nell'ago che dopo le $4^h 15^m$ del pomeriggio; nè fu più disturbata che dalle 9 alle 11, ma solamente di poco.

Anche gli spostamenti dell'ago si addimostrarono irregolari ed incerti dalle ore 19 sino a $21^h 35^m$: la qual cosa come più volte ho fatto rilevare, è assai frequente in questo periodo del minimo diurno della declinazione magnetica; e si rende tanto più manifesta quanto più frequenti e più vicine sono le osservazioni, giacchè molte delle variazioni, che sogliono avvenire nel declinometro all'ora suddetta, sono improvvise e di brevissima durata, epperò possano spesso inosservate. E certamente molte tra esse ci sarebbero sfuggite in questa occorrenza, se ci fossimo limitati ad osservare ogni ora solamente, od anche ogni quarto d'ora; secondochè risulta e dal quadro e dalla curva dei valori ottenuti.

In tutta la notte, cioè dalla mezzanotte alle 19 ore, la escursione del declinometro fu solamente di 1′ 10′, il minimo essendo avvenuto a $14^h 30^m$, il massimo a $16^h 15^m$. Dopo le ore 19 questa escursione fu raggiunta in sola mezz'ora, conciossiachè sino alle $19^h 30^m$ l'ago maguetico, invece di continuare il suo consueto cammino verso oriente, si volse improvvisamente ad Ovest percorrendo un arco uguale a quello che aveva percorso prima in sette ore, cioè di 1′ 10″.

In seguito riprese con energia e con rapidità anche maggiore il suo solito movimento verso oriente, ed in un quarto d'ora, da $19^h 30^m$ a $19^h 45^m$ la declinazione decrebbe di 2' 20''; in altri 20 minuti da $19^h 15^m$ a $20^h 5^m$, diminuì ancora di 1' 10'', e nei dieci minuti seguenti ancora di 1' 57''. Appresso l'ago cominciò a retrocedere verso Ovest, e da $20^h 30$ a $20^h 55^m$ si mantenne quasi immobile; ma, dopo aver percorso nei cinque minuti seguenti un'altro mezzo minuto (28'') d'arco nello stesso senso, ricadde improvvisamente nella stessa posizione che aveva a $20^h 15^m$, ed anzi la oltrapassò di 3'', percorrendo verso Est in cinque minuti da 21^h a $21^h 15^m$, un'arco di 1' 46''; epperò a quest'ora avvenne il minimo diurno della declinazione, pochissimo diverso da quello accaduto da $20^h 15^m$ a $20^h 30^m$.

Dopo l'ora del minimo, cioè da $21^h 15^m$ a $21^h 20^m$, il declinometro cominciò il suo solito movimento verso Ovest, in modo lento e regolare assai, senza punto risentirsi del fenomeno cosmico che avvenne nelle ore medesime. Esso toccò la sua massima deviazione occidentale diurna all'ora consueta, cioè ad $1^h 30^m$ dopo mezzodì, avendo fatto una escursione di 11' 19'', che fu una delle maggiori del mese. E se questa escursione appare maggiore dell'altra notata innanzi pel giorno 10 (8' 38''), si è appunto perchè quest'ultima è dedotta dalle sole osservazioni tri-orarie; alle quali sfuggirono interamente le maggiori deviazioni avvenute dalle 19^h del 9 alle 2^h del 10, in tempo astronomico, ossia dalle 7^h ant. alle 2^h pom. del giorno 10, in tempo civile, giacтanto il minimo quanto il massimo diurno avvennero fuori di queste ore.

Tre soli movimenti disturbarono alquanto il normale andamento dell'ago in tutto il tempo anzidetto; ed è pregio dell'opera ricordarli qui tutti e tre.

a) Il primo spostamento anormale accadde da $21^h 25^m$ a $21^h 35^m$, cioè poco prima che avesse cominciamento l'eclisse generale.

Da $21^h 10^m$ a $21^h 25^m$ il declinometro, come innanzi è stato detto, era rimasto stazionario, pur seguitando ad essere agitato ed oscillante. Da $21^h 25^m$ a $21^h 30^m$ esagerò il suo movimento, che aveva incominciato dopo il minimo di $21^h 5^m$, ed in cinque minuti si spostò verso oriente di 2' 20'' per ritornare di nuovo ad Est nei cinque minuti appresso, facendo una deviazione in senso contrario di 1' 38''. Nel tempo stesso, come pure è stato accennato innanzi, le sue oscillazioni divennero assai più lente e la perturbazione decrebbe notevolmente; ed in seguito, cioè al cominciare dell'eclisse, l'ago riprese il cammino regolare e tranquillo verso occidente, come nei giorni normali.

b) Il secondo movimento irregolare del declinometro fu anch'esso passaggiero come il precedente, ma di intensità assai minore. Esso avvenne da $22^h 5^m$

a $22^h 15^m$, cioè precisamente quando cominciava la fase dell'eclisse a noi visibile.

In questo istante ($22^h 5^m$) l'ago interruppe per un momento la sua deviazione verso Ovest, e nei cinque minuti dopo retrocedette di 22″ all'Est: ritornando immediatamente, da $22^h 10^m$ a $22^h 15^m$, alla stessa posizione di prima: dopo di che continuò l'incominciato spostamento verso occidente. Questa leggiera e momentanea oscitanza dell'ago di declinazione si mostra frequentemente nelle osservazioni a brevi intervalli; e certamente non ne avrei fatto parola, se non fosse stata la sola osservata in tutto il tempo dell'eclisse parziale, e se non fosse avvenuta in coincidenza col principiare di questa.

c) Lo spostamento più importante si fu quello che si mostrò in terminare del fenomeno a noi visibile, da $0^h 15^m$ a $1^h 30^m$.

Dieci minuti prima che terminasse per noi l'eclisse parziale, cioè a $0^h 15^m$, la declinazione aveva toccato un primo massimo occidentale. In seguito cominciò a decrescere, prima più lentamente, da $0^h 15^m$ a $0^h 45^m$, poi più rapidamente da 0^h 45 sino a $1^h 0^m$; e la diminuzione totale si fu di 42″. Nei quindici minuti appresso, cioè sino a $1^h 15^m$, l'ago si mantenne nella stessa posizione; ma dopo quest'ora si volse di nuovo ad Ovest, e ad $1^h 30^m$ raggiunse un secondo massimo, poco diverso dal primo di $0^h 15^m$, cioè di soli 12″ maggiore. Fu questo il massimo diurno della declinazione, il quale perciò avvenne all'ora consueta.

Dopo codesto massimo l'ago cominciò il suo consueto retrocedere verso oriente; prima più lentamente, da $1^h 30^m$ a $3^h 15^m$, e poi più rapidamente; nè fu disturbato nel suo cammino che tra $4^h 30^m$ e 6^h, e più tardi tra 9^h e $9^h 30^m$ per le cause più volte innanzi ricordate.

Ciò premesso, mi pare naturale la domanda, se cioè i tre descritti spostamenti dell'ago di declinazione si debbano ascrivere al fenomeno celeste che avvenne presso alle medesime ore, ovvero no.

Rispondiamo brevemente.

La prima deviazione non pare potersi derivare da influsso dell'eclisse. Innanzi tutto, essa non andò già d'accordo col cominciare della fase parziale a noi visibile, ma avvenne alquanto prima del principiare dell'eclisse generale. Ora, per confessione di coloro stessi che sostengono la relazione tra i due ordini di fatti, la eclisse generale ed invisibile per un luogo non suole cagionare nel magnetismo terrestre di questo una siffatta perturbazione, la quale invece può, secondo essi, essere prodotta dalla eclisse visibile. Inoltre, la poca durata della perturbazione e la sua stessa natura fanno sospettare fortemente che dessa non sia stata se non una di quelle passaggiere altera-

zioni affatto locali, a cui suole andar soggetto l'ago di declinazione nelle ore prossime al minimo diurno; il che si sarebbe rilevato meglio se si fossero avute osservazioni di confronto in altri luoghi. E ciò conferma sempre più quanto sia utile ed importante in queste circostanze lo instituire osservazioni simultanee in luoghi diversi e sufficientemente discosti.

Il secondo spostamento del declinometro, avvenuto a $22^h\ 10^m$, è così poca cosa e così comune nei consueti movimenti del medesimo, che non può in nessun modo assumersi siccome un fatto sicuro e valevole per confermare la supposta connessione tra le eclissi di sole ed il magnetismo terrestre. È vero che esso coincide col cominciamento dell'eclisse parziale; ed è pur vero che è avvenuto nel senso voluto dai fautori della suddetta connessione: fu cioè una retrocessione verso Est del movimento diurno dell'ago; ma la sua lievissima entità sia per la durata, come per la intensità, lo fanno supporre puramente casuale, e tale da non poter fare alcun assegnamento su di esso.

Da ultimo il terzo spostamento è quale si vorrebbe da coloro che sostengono la supposta connessione ha i due ordini di fatti, eclissi di sole e magnetismo terrestre, cioè accenna ad una sospensione passaggiera dei soliti movimenti dell'ago di declinazione; ma facciamo notare che:

1.° Esso non coincide punto colle diverse fasi della eclisse visibile, durante le quali il declinometro segni senza interruzione il solito andamento diurno verso Ovest, ed in modo più ampio che in altri giorni normale, come è stato accennato. Fu solamente quando era al termine l'eclisse visibile che cominciò la breve e leggiera digressione verso oriente del medesimo; la quale invece, secondo la sentenza opposta, avrebbe dovuto aver luogo presso all'ora della massima fase dell'eclisse visibile.

2.° Un tale spostamento va d'accordo neanche colle fasi della eclisse invisibile; giacchè incominciò verso la fine di questa, ed ebbe termine mentre questa durava ancora.

3.° Codesto movimento anormale dell'ago non impedì che il massimo diurno della declinazione avvenisse all'ora solita.

4.° Esso fu di poco momento, come innanzi fu notato, e della natura di quelli che sogliono avverarsi nei giorni in cui vi hanno burrasche magnetiche ed aurorali, i quali ho fatto rilevare a più riprese nelle precedenti mie Memorie e di nuovo nella prima parte di questo lavoro. E tale si fu appunto il giorno 9–10 ottobre, come è stato già esposto.

Adunque mi pare abbastanza dimostrato che anche nella eclisse parziale di sole del 9–10 ottobre 1874: *il fenomeno astronomico non alterò punto il consueto andamento diurno dell'ago di declinazione, nè ebbe alcun sicuro influsso sui singoli e speciali suoi movimenti.*

OSSERVAZIONI DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA FATTE A MONCALIERI ED A GENOVA IN OCCASIONE DELL'ECLISSE ANULARE DI SOLE DEL 28-29 SETTEMBRE 1875.

I.

La eclisse anulare di sole del 28–29 settembre del 1875, offriva anch' essa una occasione propizia per istudiare la relazione di cui ci stiamo occupando. Essa era infatti visibile nella più gran parte dell' Europa e dell' Affrica, e per noi la grandezza della fase si era di 0,10, preso per unità il diametro solare.

I tempi dell'eclisse generale, ricavati sempre dalla *Connaissance des Temps*, e ridotti in tempo medio di Roma, sono i seguenti:

Principio dell'eclisse generale, 28 settembre	$22^h\ 53^m$
Principio dell'eclisse centrale	23 56
Fine dell'eclisse centrale, 29 settembre	3 38
Fine dell'eclisse generale	4 44

I tempi dell'eclisse parziale a noi visibile sono, in tempo medio di Roma.

Principio dell'eclisse parziale, 29 settembre	$0^h\ 50^m$
Fine dell'eclisse parziale	1 59

Se non che, in questa ricorrenza nel nostro Osservatorio il fenomeno si potè studiare anche meno che quello innanzi descritto del 9–10 ottobre 1874. Imperocchè nell'epoca dell'eclisse era assente da Moncalieri non solo io, ma anche uno dei due miei assistenti, perchè occupati ambedue nella determinazione delle costanti magnetiche in Italia. Perciò l'altro assistente rimasto solo all'Osservatorio, aggravato già dalle osservazioni orarie della declinazione magnetica e degli altri elementi meteorologici, le quali come innanzi è stato detto, si sogliono fare da noi per tutto il mese di settembre; non poteva attendere ad osservazioni più frequenti e prolungate, come sarebbe stato necessario. Perciò, dietro mio suggerimento, egli, senza trascurare le rimanenti osservazioni, si limitò a tener dietro ogni quindici minuti all' ago di declinazione, dalle 10 ant. alle 4 pom. del 29 settembre, in tempo civile. Le quali ore comprendono appunto quelle della eclisse generale, secondo gli elementi riportati.

Dalle precedenti Relazioni risulta chiaro, che in queste contingenze l'intervallo di quindici minuti è troppo grande per una buona e particolareggiata discussione; quindi le osservazioni fatte a Moncalieri per la suddetta

eclisse se fossero rimaste sole, non avrebbero potuto avere quel peso, che si sarebbe loro dovuto aggiustare, se si fossero state eseguite più di frequente.

Ma, per buona ventura, a nostra insaputa, il prof. Pietro Garibaldi, direttore dell'Osservatorio meteorologico della R. Università di Genova, instituì in questa stessa occasione una serie più completa di osservazioni della declinazione magnetica; le quali perciò, sebbene non siano state eseguite dietro previ concerti, nè agli stessi istanti di tempo che a Moncalieri, e con istrumenti non del tutto comparabili coi nostri; tuttavia, messe a confronto colle osservazioni fatte da noi, danno luogo a conclusioni più sicure e più rilevanti.

Il prof. Garibaldi ha dato contezza per le stampe delle osservazioni fatte a Genova in una recente sua Memoria (1). Da questa estraggo alcune notizie, che più dappresso riguardano il mio scopo.

I tempi della fase dell'eclisse visibile a Genova, secondo Garibaldi, sono i seguenti in tempo medio di Genova:

Principio dell'eclisse parziale, 29 settembre		$0^h\ 24^m$
Fine dell'eclisse parziale	»	1 38″

I quali tempi, ridotti in tempo medio di Roma, sarebbero

Principio dell'eclisse parziale, 29 settembre		$0^h\ 36^m$
Fine dell'eclisse parziale	»	1 50

perchè Genova è 12 minuti di tempo all'Ovest di Roma.

L'ago di declinazione si osservò a Genova per nove giorni di seguito, dal 25 settembre al 3 ottobre; cioè quattro giorni prima e quattro giorni dopo quello dell'eclisse, oltre al giorno 29 in cui avvenne il fenomeno cosmico.

In ciascuno di questi giorni le osservazioni si fecero dalle 9 ore del mattino sino alle quattro della sera, cioè: ogni dieci minuti dalle 11 ore e 30 min. antimeridiane alle 2 ore e 30 min. pom.; le quali ore comprendono quelle in cui dovea avvenire l'eclisse visibile a Genova; ed ogni mezz'ora nel tempo rimanente.

A Moncalieri, come ho già detto, le osservazioni della declinazione si fecero per tutto il mese di settembre ogni ora, dalle 6 del mattino sino a mezzanotte, e nel giorno 29, ogni quarto d'ora dalle 10 del mattino alle 5 della sera.

(1) Osservazioni magnetiche fatte in occasione dell'eclisse anulare di Sole del 28-29 settembre 1875, visibile in parte a Genova. — Memoria del Dott. Pietro Maria Garibaldi, Prof. di Fisica e Direttore dell'Osservatorio.

Nel Quadro (V) riporto i valori delle variazioni della declinazione magnetica, notati nel 29 settembre a Moncalieri, dalle 6 ant. sino alle 12 pomeridiane: ogni quindici minuti dalle 10 ore del mattino alle 5 della sera, in tempo civile, ossia dalle 22 ore del 28 alle 5 del 29, in tempo astronomico; ed ogni ora nel tempo rimanente.

Avrei voluto unire anche un quadro contenente i valori angolari delle variazioni notate a Genova nello stesso giorno 29; ma questi valori non vengono riportati nella Memoria del prof. Garibaldi, nella quale si dice solamente che « La bussola (dell' Osservatorio) dà gli spostamenti della punta volta al Nord dell'ago espressi in centesimi di millimetro ».

Nella fig. 5 della Tav. III, poniamo il diagramma delle osservazioni notate a Moncalieri da 22 ore del 28 a 4 ore del 29 nella quale le lunghezze delle ascisse e delle ordinate sono doppie di quelle dei diagrammi precedenti a fine di rendere la nostra curva omogenea a quella di Genova, che mettiamo accanto, riproducendola dalla Tavola unita alla Memoria del Garibaldi. Nel diagramma delle osservazioni di Moncalieri l'ordinata un millimetro equivale a 5 secondi d'arco; le lunghezze delle ordinate del diagramma genovese rimangono nella nostra figura quali sono nella Tavola della ricordata Memoria del Garibaldi, il quale dice che in questo diagramma « gli spostamenti dell'ago (dati dall'istrumento in centesimi di millimetro) sono riportati sopra una scala proporzionale cinquanta volte maggiore. » L'ascissa 3 millimetri in ambedue i diagrammi vale 5 secondi di ora; epperò queste ascisse sono triple di quelle del diagramma riportato nella Memoria suddetta.

Ricordo da ultimo che le ore delle osservazioni di Moncalieri, secondo il consueto in questi casi, si riferiscono al tempo medio di Roma, quelle di Genova al tempo medio locale; epperò non vi ha esatta corrispondenza tra le ore dei due diagrammi. Però i rapporti tra gli spostamenti dell' ago e le fasi dell'eclisse, rimangono intatti nei due diagrammi.

II.

Esaminiamo ora brevemente l'andamento dell'ago di declinazione nelle due stazioni di Moncalieri e di Genova.

Innanzi tutto, da un primo sguardo alle due curve si rileva agevolmente, che queste si assomigliano nel loro complesso e nella generale loro fisionomia; ma quella di Moncalieri è più regolare e meno accidentata presso alle ore del massimo diurno. Ciò può derivare da due cause, cioè: 1.° dall'essere gli intervalli tra due osservazioni consecutive maggiori a Moncalieri che a

Genova; il che, come più volte ho fatto notare influisce non poco sui piccoli e repentini movimenti dell'ago; 2° dalle diverse dimensioni del declinometro due stazioni, quello di Moncalieri più grosso e più pesante, epperò più pigro che l'altro di Genova; la quale circostanza pure ha qualche azione sull' agilità dei moti dell'ago medesimo.

Che se si esaminano le due curve nei loro particolari, si notano alcune non lievi differenze, le quali addimostrano una volta di più la influenza delle condizioni locali in questo genere di ricerche, e la necessità che siano instituite in modo rigorosamente simultaneo nelle diverse stazioni.

Invero, a Moncalieri, dopo le 9 ore del mattino, in cui avvenne il minimo diurno della declinazione, il declinometro cominciò il suo consueto movimento verso Ovest, che continuò sino ad 1 ora 15 min. dopo mezzodì, cioè sino a 25 minuti dopo il cominciamento dell'eclisse parziale. Vi furono solamente di tratto in tratto alcune brevi e lievissime soste, solite ad avvenire in questa porzione del periodo diurno della declinazione. Faccio rilevare quelle avvenute da $22^h\,45^m$ a 23^h, e da $23^h\,45^m$ a mezzodì; la prima delle quali corrisponde al cominciamento dell'eclisse generale ($22^h\,53^m$) la seconda a quello dell'eclisse centrale ($23^h\,56^m$); nella prima l'ago ritornò di 8 secondi d' arco verso Est, nella seconda di 28 secondi. Nulla si avvertì al cominciare dell'eclisse parziale.

Ad $1^h\,15^m$ avvenne un primo massimo di declinazione; ed è questa appunto l'ora in cui nella attuale stagione suole aver luogo il massimo diurno della declinazione. Dopo tale ora l' ago cominciò a retrocedere verso Oriente: e fino ad $1^h\,45^m$, cioè 20 minuti dopo la massima fase, che fu ad $1^h\,25^m$, la deviazione era divenuta di $1'\,4''$. In seguito, dopo avere oscillato per mezz' ora intorno a questa posizione, a $2^h\,15^m$, cioè 16 minuti dopo la fine dell'eclisse parziale, riprese un'altra volta il primitivo cammino verso Ovest, che continuò senza interruzione fino alle 3^h, alla quale ora avvenne un secondo massimo di declinazione, $20''$ più grande del primo. Dopo, incominciò definitivamente la solita diminuzione della declinazione, prima più lentamente poi con maggior rapidità.

A Genova dopo le 21 ore, l'ago, come a Moncalieri, deviò sempre verso Ovest fino a $0^h\,40^m$, in tempo medio di Genova ($0^h\,52^m$ in tempo medio di Roma). Si notano in questo intervallo alcune brevi deviazioni verso Est, anche di minor momento di quelle osservate a Moncalieri. Rilevo solamente quella avvenuta tra $23^h\,30^m$ e $23^h\,50^m$, che comprende il cominciamento dell' eclisse generale, e corrisponde a quella di Moncalieri, press'a poco alla stessa ora; e l'altra tra $0^h\,10^m$ e $0^h\,30^m$, intorno al cominciare dell'eclisse parziale, che

però non ha confronto nelle osservazioni di Moncalieri: siccome per contro, lo spostamento avvenuto a Moncalieri da $22^h\ 45^m$ a 23^h non ha corrispondenza nella curva di Genova. Da ciò si deve inferire che tutti codesti leggieri movimenti dei due aghi non sono che affatto locali, epperò di nessun peso.

Dopo l'anzidetta ora, $0^h\ 40^m$, l'ago si mostrò a Genova incerto ed oscillante sino a $1^h\ 20^m$, e toccò un'altro massimo, poco diverso dal primo, a $1^h\ 10^m$. In seguito riprese in modo più deciso e più rapido il suo cammino verso Occidente; e ad $1^h\ 50^m$, cioè 12 minuti dopo la fine dell'eclisse visibile, raggiunse il massimo spostamento occidentale del giorno. Per ultimo, dopo una nuova deviazione verso Est, avvenuta da $1^h\ 50^m$ a 2^h, il declinometro di Genova si volse un'altra volta verso Ovest, ed alle $2^h\ 20^m$ avvenne un ultimo massimo di declinazione, alquanto meno intenso del precedente, ma più forte dei due più innanzi accennati. Nelle ore che seguirono la declinazione diminuì in modo lento e regolare, come nei giorni ordinarii.

Pertanto, da questo breve esame dei due diagrammi di Moncalieri e di Genova risulta manifesto che, non ostante la poca corrispondenza dei movimenti speciali degli aghi calamitati nelle due stazioni, il normale andamento della declinazione fu in ambedue alquanto conturbato intorno alle ore dell'eclisse parziale; perocchè venne per qualche tempo interrotto da uno spostamento dell'ago verso Oriente, simile a quello avvenuto durante l'eclisse totale di sole del 22 decembre 1870, meno intenso però.

Ora dovranno queste alterazioni dell'ago di declinazione ascriversi ad influsso del fenomeno celeste? Ecco ciò che passo ad esporre in brevi cenni.

III.

Premetto che io sarei dispostissimo ad ammettere una qualche connessione tra la descritta agitazione dell'ago e la concomitante eclisse di sole; giacchè lo scopo delle mie ricerche e di queste mie pubblicazioni non è già di combattere sistematicamente un tale rapporto, ma di indagare senza prevenzioni e con ogni scrupolo se i fatti che in queste occorrenze si osservano nel magnetismo terrestre sono di tale natura, da poter dare dritto di riguardarli siccome effetti immediati del fenomeno cosmico in questione, ovvero se sono puramente accidentali e dipendenti da altre cause più immediate ed a quello estranee.

Ciò posto, nel caso che stiamo studiando io rimango sempre esitante ed incerto nel mio giudizio per le seguenti considerazioni.

1° In nessuna delle due stazioni gli spostamenti dell'ago corrisposero in modo sicuro alle fasi dell'eclisse visibile, ed in ciascuna di esse quelli avvennero in modo diverso. Ad esempio, per citare qualche fatto più rimarchevole, mentre a Moncalieri il massimo spostamento anormale verso Oriente si terminò intorno al terminare dell'eclisse parziale; a Genova in questo tempo il declinometro camminava rapidamente verso Ovest, e raggiungeva il massimo diurno della declinazione 12 minuti dopo la fine dell'eclisse (il che a Moncalieri non avvenne che circa un'ora piu tardi) dopo di che ricadde di nuovo verso Est, come è stato detto.

2° In ambedue le stazioni, e soprattutto a Moncalieri, dove, per le ragioni anzidette, i movimenti dell'ago sono più sicuri, questo cominciò a retrocedere verso Est, non già al cominciare dell'eclisse, ma dopo l'ora in cui nei giorni normali e tranquilli accade suole avvenire il massimo principale diurno della declinazione.

Ciò suole avvenire non di rado nei giorni di burrasche atmosferiche, e talvolta eziandio nei giorni apparentemente tranquilli. Nella prima mia Memoria io arrecai molti esempi in proposito, ed ora ne potrei aggiungere degli altri dedotti dalle osservazioni fatte dopo quel tempo. Così, senza ritornare troppo indietro, dalle osservazioni della declinazione magnetica fatte in questo Osservatorio ogni 15 minuti dal mezzodì del 9 al mezzodì del 10 luglio 1875, si rileva un fatto del tutto simile. Un primo massimo di declinazione avvenne ad 1 ora pom. del 9, e poi un altro uguale ad $1^h\ 45^m$ pom. Da quest'ora alle $2^h\ 15^m$ la declinazione diminuì di due minuti d'arco, cioè di più che nel 29 settembre; ed in seguito si accrebbe di nuovo, ed alle 3 ore e mezzo raggiunse un altro massimo di 28″ maggiore del primo. In questo tempo il barometro toccava un minimo; il cielo peraltro era bello con forte vento di NO.

Parimenti nel giorno 13 agosto 1875, in cui pure si fecero a Moncalieri osservazioni della declinazione ogni 15 minuti ed osservazioni meteorologiche ogni ora, non ostante che il barometro fosse alto e calmo, tuttavia si ebbero nel declinometro anomalìe anche più forti che nel 29 settembre. Un primo massimo di declinazione avvenne all'ora solita, ad $1^h\ 30^m$. Da quest'ora fino alle $4^h\ 15^m$ l'ago retrocedette verso Est di 2′ 39″; in seguito ritornò all'Ovest, ed alle $6^h 15^m$ aveva di nuovo deviato verso Occidente di 2′ 0″, riprendendo quasi la posizione che aveva ad 1 ora e mezzo.

Per non essere troppo lungo mi astengo dal riprodurre numeri e curve in proposito, come ho fatto altre volte.

Questi ed altri molti esempi, che in parte abbiamo già in altre occasioni

arrecati, e si possono addurre in proposito, confermano sempre più come le alterazioni che avvengono nei movimenti dell'ago di declinazione nelle ore del massimo, diurno del pari che le altre che si avverano al mattino presso alle ore del minimo, non sono così rare come altri può credere; che anzi si succedono assai di frequente, specialmente nei giorni di agitazioni atmosferiche e magnetiche. Ciò d' altronde rimane comprovato dagli stessi diagrammi di declinazione magnetica, che il Prof. Garibaldi riporta pei giorni che precedettero, e soprattutto per quelli che seguirono il giorno dell'eclisse.

3° Se non che, il fisico genovese, per dar ragione delle anomalie che avvennero nell'ago calamitato nei giorni appresso al 29 Settembre, ed in modo speciale nei giorni 1 e 2 ottobre appunto nelle ore in cui si notarono quelle del 29 Settembre ed in modo ben poco diverso, le fa derivare dall'essere state quelle due giornate « quasi coperte, l'atmosfera ricca di elettricità e piena di nuvole » temporalesche appunto fra mezzogiorno e le 3 ore; e pertanto, egli sog» giunge, l'ago fu tutto giorno perturbatissimo come nei periodi di burra» sche magnetiche ». Per opposto, più appresso il chiar. Professore afferma » che nel giorno 29 Settembre le fasi dell'eclisse svolgevansi in mezzo ad un » cielo sereno ed in condizioni meteorologiche ed elettriche regolari e nor» mali ». Da ciò egli conchiude che « sebbene il movimento retrogrado » dell'ago durante l'eclisse sia stato piccolo, pure tutto autorizza a credere » che fu causato dalla interposizione del disco lunare, il quale pur occul» tando appena 0.12 del disco solare, esercitò un'azione sensibilissima e mi» surata sul declinometro, il quale arrestando la sua corsa verso Ovest ri» piegò verso Oriente. »

Ben volentieri noi vorremmo adattarci alla sentenza dell' egregio nostro Collega e corrispondente; ma un esame accurato delle condizioni atmosferiche ed elettro-magnetiche del giorno 29 settembre, ce lo vietano interamente.

È noto infatti che nei movimenti degli istrumenti magnetici vanno distinte due sorta di concitazioni. Le une, poco notevoli, repentine e di breve durata, dipendono da circostanze affatto locali, come da temporali, da scariche elettriche, da annuvolamento di cielo; esse sono sensibili soprattutto agli aghi di piccole dimensioni, e non vengono risentite che nel luogo d' osservazione. Le altre sono più ampie ed intense, più lente e più persistenti, e derivano da fenomeni atmosferici ed elettro-magnetici, che si avverano in grande tratto di paese, e spesso a notevoli distanze. Sono queste le perturbazioni più frequenti e più importanti del magnetismo terrestre, e vengono avvertite dagli aghi posti a distanze talora notevolissime.

Ora di questa seconda specie si furono gli sconvolgimenti avvenuti nel-

l'ago di declinazione nel giorno 29 settembre. Le osservazioni di Genova, essendo state incominciate solamente alle 9 del mattino e terminate alle 4 di sera, non fecero rilevare che la sola alterazione avvenuta nelle ore del massimo diurno, la quale, come si è detto, è comune nei giorni di perturbazione magnetica. Invece le osservazioni orarie di Moncalieri, incominciate alle 6 ore del mattino e terminate a mezzanotte, fanno conoscere che l'ago era già perturbato sino dalla notte precedente, e che il minimo diurno avvenne anch'esso, come il massimo, fuori dell'ora consueta nei giorni normali, cioè alle 6 ore ant., secondochè risulta dal quadro che riportiamo in fine. La perturbazione continuò ancora la sera, specialmente dalle 6 alle 9 pom., nel qual tempo l'ago di declinazione, invece di continuare il suo regolare movimento retrogrado verso Est, di nuovo ritornò all' Ovest. Nè la perturbazione magnetica avvenne solamente a Moncalieri, ma si estese in tutta Italia; giacchè dai quadri pubblicati nel Bollettino meteorologico del Collegio Romano (1) risulta che essa fu sentita ancora a Perugia ed a Roma, comechè più debolmente; e che a Roma il verticale toccò esso pure il minimo fuori d'ora.

L'elettricità fu anch'essa copiosa più che d'ordinario nel giorno dell'eclisse e nei due precedenti, come si rileva dalle osservazioni di Roma, di Napoli e dalle nostre. E merita di essere ricordato lo sbalzo avvenuto nell'elettrometro bifiliare del nostro Osservatorio, appunto nelle ore pomeridiane del 29 Settembre; mentre alle ore 3 segnava solamente 19°. 2, tre ore dopo, alle 6 pom., notava 40°.0.

Da ultimo, negli stessi quadri meteorologici di Genova si legge per la sera dello stesso giorno 29 Settembre: « *bella luce aurorale al Nord* ».

Adunque la giornata del 29 settembre fu tutt'altro che calma e normale per ciò che riguarda il magnetismo terrestre e l'elettricità atmosferica.

La causa di cosiffatte conturbazioni è facile a rinvenirsi.

Nei giorni di cui parliamo, le contrade italiane erano attraversate dalla così detta *burrasca di S. Michele*, solita ad avvenire nell'ultima decade di settembre. L'onda di depressione, che andò ad essa congiunta, era arrivata all'Ovest del Continente Europeo sino dal 21–22; venne poi rinforzata nel 24–25, e più ancora nel 27, nel qual giorno il barometro indicava alle 7 del mattino 734 mm. (al livello del mare) al Nord della Scozia. Queste depressioni, propagandosi verso Est e verso Sud-est, cominciarono a penetrare nella nostra Penisola nel 25, rompendo poco a poco le alte pressioni che vi erano persistite nei giorni precedenti. Esse addivennero assai più intense dal 28 al 29, nel quale breve tempo la colonna barometrica discese di circa 13 mm.

(1) Bullettino meteorologico dell' Osservatorio del Collegio Romano. — Vol. XIV, Anno XIV, 1875. Numm. 10 e 11.

Cosiffatta burrasca, comecbè non di soverchio grave, fu nondimeno per tutta Italia la più forte del mese di settembre.

« Nel corso di settembre 1875, così si esprime il redattore dei Bullettini » meteorologici mensuali della *Meteorologia italiana*, – la pressione baro» metrica presentò quattro ondate, ma in genere, poco rilevanti. I punti » depressi per l'alta e media Italia caddero nei giorni 1, 2, 14, 23, 24 e 29 » con mm. 760, 759, 759 e 754 (al livello del mare) rispettivamente; ed i » punti culminanti nei dì 5 e 6 con mm. 767, e nei di 12, 17 e 25 sempre » con mm. 770 all'incirca. Nell'Italia meridionale l'ultima onda fu meno sentita ».

Cosiffatta burrasca lasciò immuni queste nostre contrade poste all'Ovest; ma cagionò temporali, venti impetuosi e forti acquazzoni in non pochi luoghi d'Italia, specialmente all'Est al centro ed al Sud.

Ora il centro della descritta onda di depressione passò pel Nord della Penisola precisamente nelle ore pomeridiane del 29 settembre, quando avveniva l'eclisse; ed a Moncalieri il minimo barometrico (754 mm.) si ebbe appunto ad un'ora pom. presso al momento della massima fáse di quella. Al Sud, secondo il solito, arrivò un giorno più tardi, e su Roma passò alquanto indebolita alle $4^h\ 30^m$ pom. del 30 (756^{mm}).

Da tutto ciò rimane evidente che, sebbene il cielo fosse sereno a Genova, ed in parte anche a Moncalieri; noi eravamo tuttavia sotto l'influsso di una bufèra, la quale toccava il suo massimo precisamente nell'ora stessa dell'eclisse. Ed il suo finire fu in Italia accompagnato da perturbazione magnetica, come lo era stato il principio nel 25 e 26, nei quali giorni si ebbe altresì perturbazione negli aghi a Moncalieri, a Perugia e poi a Roma.

Insomma ci trovavamo questa volta precisamente nelle stesse condizioni meteorologiche che al momento dell'eclisse totale di sole del 22 decembre 1870, le quali furono più volte da me descritte (1). Vi hanno solamente due differenze, che meritano di essere ricordate siccome favorevoli alla nostra sentenza; cioè:

a) L'onda di depressione del 29 settembre 1875 era meno intensa di quella del 22 decembre 1870; epperò la perturbazione dell'ago fu anch'essa meno sentita.

b) Il centro di depressione fu questa volta nelle nostre stazioni più forte che in quelle del Sud, mentre il contrario avveniva nel 22 decembre 1870; e perciò la perturbazione fu da noi alquanto più energica che a Roma, con-

(1) Rapporti sulle osservazioni dell'eclisse totale di sole del 22 decembre 1870, eseguite in Sicilia dalla Commissione Italiana ecc. — Sulla possibile connessione tra le eclissi di sole ed il magnetismo terrestre ecc.

tro ciò che accadde nell'eclisse del 1870, durante la quale la conturbazione dell'ago fu al Sud, o meglio, a Napoli, più forte che tutto altrove in Italia, perchè colà si aveva il minimo più profondo della depressione barometrica.

E qui importa ricordare un'altra volta, che lo spostamento dell'ago di declinazione da Ovest ad Est, avvenuto ad Augusta in Sicilia durante l'eclisse totale di sole del 1870, non è già 7′49″, come il Garibaldi ancora pensa dietro quanto fu dapprincipio pubblicato nei diversi Rapporti di quella eclisse; ma deve essere ridotto a metà, cioè a 3′ 55′, per le ragioni che arrecò prima il Bergsma, direttore dell'Osservatorio di Batavia, e poi io nella Nota sulle osservazioni della eclisse solare del 26 maggio 1875, innanzi citata. Epperò lo spostamento avvenuto nell'ago sulla zona di totalità fu presso a poco lo stesso ed anche minore di quello avuto in altri luoghi lontani da questa zona: il massimo essendo stato quello di Napoli. Oltracciò in quella stessa occasione le fasi della inversione del movimento dell'ago nei diversi luoghi d'osservazione non furono guari in corrispondenza con quelle dell'eclisse, secondochè chiaramente dimostrò lo stesso Bergsma, e feci rilevare io stesso.

Egli è perciò che perdono di valore le considerazioni che su quei supposti fatti stabilisce il chiaro Prof. Garibaldi; al quale peraltro io debbo rendere le più sentite grazie per avermi colle sue pregevoli e coscienziose osservazioni prestato il mezzo di poter fare la presente discussione in modo assai più scientifico e rigoroso, di quello avrei potuto colle sole poche osservazioni di Moncalieri.

Pertanto, avuto riguardo a tutte le esposte considerazioni; e ponendo mente che nelle eclissi visibili di sole dell'11 decembre 1871, del 26 maggio 1873 e del 9–10 ottobre 1874, da me discusse in questa e nelle precedenti pubblicazioni, nelle quali eclissi non si ebbe alcuno sconcerto atmosferico, non avvenne neanco nulla d'insolito nei movimenti dell'ago di declinazione; e che invece nelle altre eclissi del 22 decembre 1870 e 29 settembre 1875 si avverarono nell'ago le stesse perturbazioni che sogliono andare congiunte agli sconvolgimenti elettro–atmosferici che si appalesarono nel tempo stesso in cui avveniva il fenomeno celeste; ci crediamo in diritto di conchiudere che fino al presente rimane assai incerta la supposta *connessione tra le eclissi di sole ed il magnetismo terrestre*.

Dall'Osservatorio di Moncalieri

Luglio 1876.

COMUNICAZIONI

Prof. Vincenzo de Rossi Re. – *Reclamo di priorità nell'invenzione di un nuovo pluviografo.* – Ho l'onore di richiamare l'attenzione dell'Accademia sopra una foggia di pluviografo che si và introducendo in alcuni osservatorii meteorologici, la prima idea della quale mi appartiene incontestabilmente.

Le indicazioni dell'ordinario udometro son lungi dal poter soddisfare ai bisogni dell'Agronomo, dell'Architetto, dell'Ingegnere-idraulico e và dicendo, ai quali tutti è necessario conoscere non solamente la quantità complessiva di acqua caduta durante una pioggia, ma sì ancora quella che se ne scarica in brevissimi istanti nelle ondate più rovinose, per proporzionare le loro opere ai presunti bisogni. Mosso da queste considerazioni, il sig. Hervé-Mangon nel 1865 propose il suo *pluvioscopio a quadrante* le indicazioni del quale confrontate con quelle dell'udometro potevano in qualche modo supplire alla insufficienza di queste. (V. Tav. IX.)

Fu allora che io immaginai un pluviometro registratore che potesse fornire le volute indicazioni con tutta la esattezza che poteva desiderarsi. Pensai pertanto di porre un galleggiante sopra l'acqua raccolta nel vaso dell'udometro ordinario, e servirmi di questo per porre in moto una matita la quale tracciasse sopra un quadro mobile la curva della pioggia, come già da altri istrumenti vengono tracciate quelle degli altri fenomeni meteorologici. Alla lentezza del moto ascendente del galleggiante ovviai facendo il vaso di sezione submultipla di quella dell'imbuto; alla oscillazione del galleggiante prodotta dalla caduta della pioggia posi ostacolo dividendo a mezzo di due diaframmi in tre capacità il serbatoio, per modo che l'urto dell'acqua cadente dall'imbuto nella prima non si risenta affatto dal galleggiante collocato nella terza. (V. Tav. IX.)

Di questo istrumento io mandai alla esposizione di Parigi del 1867 un modello rozzo sì, ma che mostrava abbastanza il suo regolarissimo modo di agire; le mie speciali occupazioni m'impedirono poi di tradurlo in atto facendolo costruire in grandi proporzioni, e collocandolo in luogo opportuno alle osservazioni.

Così giungemmo fino al 1874, quando mi cadde sott'occhio una memoria del Sig. Professore Matteucci sui *Rapporti della pioggia con le piene dei fiumi*, nella quale il medesimo descrive un *suo* pluviografo che non differisce dal mio se non in quanto il galleggiante in luogo di trasmettere il moto alla matita per mezzo di un filo, sopporta una leggiera asticciuola che

a mezzo di una punta traccia la curva sopra un cilindro di carta affumicata. Questo pluviografo, come è detto nella accennata memoria, fu costruito nella *officina Galileo* in Firenze, e si trovò tanto sensibile da indicare anche le perdite dovute alla evaporazione.

Sul principio poi di quest' anno vari giornali scientifici hanno descritto un pluviografo costruito dal Sig. Collin sulle indicazioni del Sig. Hervé-Maugon, e collocato nell' Osservatorio della scuola di Ponti e strade al Trocadero. Anche questo è quasi identico al mio, come facilmente può rilevarsi dal piccolo abbozzo che ho l'onore di presentare all'Accademia, nel quale vedonsi uno presso dell' altro disegnati in semplicissimi contorni i tre pluviografi suaccennati.

Ora io son lontano dal pensare che il Sig. Matteucci ed il Sig. Hervé-Mangon per accrescere il loro già elevato piedistallo abbiano voluto saccheggiare la mia oscura persona, ma poichè l'azzardo ha voluto che i loro istrumenti avessero una così completa rassomiglianza col mio, non mi sarà disdetto reclamare la mia priorità in tale idea. Le prove di questa mia priorità sono:

1.° Una lettura che io feci alla Pontificia Accademia della Immacolata Concezione il 20 Giugno 1866.

2.° Una descrizione inserita a pag. 61 dell' *Elenco degli oggetti spediti dal Governo Pontificio alla esposizione universale di Parigi* pubblicato nel 1867 per cura del Ministero dei lavori pubblici.

3.° Un breve articolo del nostro Chiarissimo Corrispondente Can. F. Moigno inserto a pag. 276 del vol. 15° (terzo quadrimestre 1867) della sua pregievole rivista *Les Mondes*. Oltre la prova morale che potrebbero fornire i nostri illustri Presidente e Segretario, i quali ambo ebbero in mano il mio rozzo modello nel ripetuto anno 1867.

Spero dunque che, dopo tutti questi schiarimenti, non potrà contestarsi affatto come la prima idea del pluviografo descritto appartenga a me unicamente.

Prof. Vincenzo de Rossi Re. — *Fosforescenza verificata in un piatto di pasta.* — Profitterò ancora della cortese udienza che mi presta l'Accademia per accennare ad un caso singolare di fosforescenza del quale non ha guari fui testimonio.

Un poco di pasta condita con formaggio lodigiano e burro essendo stata abbandonata in un piatto ove erano poche filamenta di spinaci bagnate con brodo di tellina, fu trovata il seguente giorno risplendere di luce sì viva

da rimanere appariscente non ostante il chiarore tramandato dalla fiamma di un comun lume a petrolio.

La sede del fenomeno era la pasta, *non la poca erba bagnata dal brodo delle telline*: nessun fumo se ne sollevava e l'odorato non accusava alcun principio di decomposizione nel formaggio o nel burro. Il fenomeno persistè per circa 48 ore, dopo le quali ogni luce scomparve.

Fu tentato di ripetere l'esperienza con la medesima pasta il medesimo formaggio ed il medesimo burro, delle quali cose fortunatamente ancora una parte si trovava in casa, e perchè nulla mancasse vi si aggiunsero presso a poco nella stessa proporzione della prima volta le filamenta di spinace ed il brodo di tellina, ma il bel fenomeno non si potè riprodurre. Questa ultima circostanza troncò la via a quelle spiegazioni che io aveva creduto potere avventurare; nondimeno questa classe di fenomeni è ancor tanto oscura, che non mi sembra inutile ne venga registrato ogni caso ben constatato; questo e non altro, m'indusse a trattener l'Accademia sopra una circostanza, che potrebbe forse a prima vista sembrare troppo futile.

De Rossi Prof. Michele Stefano. – *Quadro generale statistico topografico giornaliero dei terremoti avvenuti in Italia nell'anno meteorico* 1875 (*Decembre* 1874, *Novembre* 1875) *col confronto di alcuni altri fenomeni*. Ho l'onore di presentare all'Accademia il quadro grafico che annualmente fin dal 1873 ho intrapreso a compilare, rappresentante la statistica generale giornaliera e topografica dei terremoti avvenuti in Italia dal Decembre 1874, al Novembre 1875 dei quali ho potuto avere cognizione. Questa serie di quadri nei quali per la prima volta si è riuscito a rappresentare nel tanto proficuo sistema delle curve i dati delle osservazioni sui terremoti, è per fornire alla scienza grandissimi risultati e perciò mi lusingo di poter continuare a compilarne per parecchi anni, od almeno d'aver introdotto un sistema nello studio della sismica italiana che da altri sia continuato anche per l'avvenire.

Nulla ho innovato sia nella divisione della materia sia nel modo di rappresentare graficamente i fatti. I terremoti vi sono rappresentati giornalmente nel loro numero, nella intensità massima raggiunta in ciascun giorno e nella estensione della regione italiana che hanno scosso tanto nel senso della latitudine come nel senso della longitudine. Così la somma dei dati del numero, della forza e dell'estensione del fenomeno costituisce la curva dell'andamento sismico e vi spiccano i periodi di calma e di agitazione non che i loro massimi e minimi come nelle tavole già in uso per i fenomeni meteorici. Il con-

fronto poi della curva barometrica con la sismica che vi è rappresentato è assai utile a vedere le relazioni che esistono fra le burrasche atmosferiche e le sismiche. Vi è pure la solita curva del livello dell'acqua del pozzo della farmacia di Porretta assiduamente esplorato dal signor Demetrio Lorenzini. Quella curva continua sempre a dimostrarsi in stretto rapporto con la pressione barometrica, mentre poi è evidentemente influenzata anche dalle perturbazioni d'indole sismica. Vi sono pure rappresentate le fasi della luna che sogliono dai sismologi esser tenute in gran conto per esplorarne l' influenza sui terremoti.

Debbo però finalmente chieder permesso all'Accademia di trasferire la pubblicazione di questo quadro con i relativi schiarimenti al primo fascicolo del seguente anno a cagione che attendo ancora il complemento di alcune notizie le quali sarebbe dannoso omettere nella pubblicazione. Siccome però sembravami interessante mostrare all'Accademia che l'intrapresa serie di questi quadri utilissimi non è stata da me abbandonata, ho voluto presentarlo nel l' odierna seduta. E poichè la circostanza esige di dilazionare la pubblicazione ne verrà il vantaggio di pubblicare il quadro del 1875 unitamente a quello dell'anno meteorico 1876 (Decembre 1875 – Novembre 1876) col quale compiendosi un quadriennio di osservazioni le conclusioni discenderanno sempre più chiare e solidamente stabilite sopra una numerosa serie di fatti.

De Rossi Michele Stefano. – *Risposta ad alcune osservazioni fatte dal Prof. Giuseppe Bellucci contro l'esistenza d'una* STIPE LITICA PREISTORICA *nelle sorgenti minerali di Bourbonne les Bains.*

Ricorderanno gli adunati come nella Sessione Accademica del 25 Aprile 1875 io prendessi ad esame le scoperte fatte dal Daubrée entro un antico pozzo nel quale pullula l'acqua minerale e termale di *Bourbonne les Bains*. In questo pozzo egli trovò un grande deposito di *ex voto* ossia di stipe votiva consistente in oggetti diversi e massime moneta romana. Il Daubrée in questa scoperta tolse ad esame la parte mineralogica ossia la cementazione avvenuta sugli oggetti componenti la stipe per mezzo di una recente formazione cristallina di minerali metallici. Io però notai che dalla descrizione dei fatti risultava un fatto archeologico di grande importanza del quale il Daubrée allora non faceva cenno, ed esso era l'evidente appartenere una parte di quella stipe all'epoca detta preistorica e neolitica per aver il Daubrée estratto da quel pozzo (a mio credere forse senza farvi attenzione speciale) certamente frantumi di armi silicee. In questa scoperta rinnovavasi ciò che io pel primo avea notato in Italia esser stato trovato anche nelle celebri acque Apollinari di Vicarello presso Roma.

Il mio ragionamento pubblicato nei nostri atti parve alquanto temeriario al mio amico e collega negli studi paleoetnologici sig. Prof. G. Bellucci di Perugia. Quindi egli nella Rivista bibliografica paleoetnologica pubblicata nel 1876 nell'Archivio per l'Antropologia ed Etnologia in Firenze, vuol dimostrare con molte ragioni che la mia idea non è giusta e che anzi dalle diverse relazioni date dal Daubrée intorno agli scavi fatti a Bourbonne les Bains apparisce il contrario e l'esclusione assoluta d'ogni avanzo d'industria primitiva nella stipe rinvenuta.

Con molto mio dispiacere però io debbo per amore del vero e del progresso della scienza contradire l'amico senza lasciargli appello a sostenere la temerità della mia idea. Egli quantunque abbia esaminato tutti gli scritti del Daubrée intorno a questa materia, per vera fatalità ha perduto di vista quella fra le relazioni degli scavi e studi dal dotto francese pubblicata dopo la mia nota sull'argomento. In questa relazione il Daubrée parla appunto delle armi in pietra trovate nel fondo del pozzo sotto gli oggetti d'epoca romana (1). Quindi potrò volgere a favore mio le stesse parole del Bellucci che diceva. « Le conclusioni del Prof. de Rossi avrebbero un interesse notevolissimo se fossero realmente fondate sopra fatti incontestabili. » Ma il fatto incontestabile esiste perchè il Daubrée stesso lo descrive e nota che le armi in silice sono impastate e cementate nella medesima incrostazione cristallina metallica che avviluppava le monete della stipe romana. Dunque si è verificato che la stipe litica esisteva veramente fra gli *ex voto* di *Bourbonne les Bains* secondo che io avea da lontano intravveduto. Io mi era però contentato di concludere dall' analisi delle scoperte, esser soltanto assai probabile che la suddetta stipe litica vi fosse stata trovata senza avvertirla. Fortunatamente per la nostra scienza ciò che da principio sfuggì alle indagini del Daubrée, non isfuggì poi nelle ulteriori ricerche.

Non occorre che io protesti come tanto nel Bellucci quanto in me non vi sia punto desiderio di contradirci a vicenda. Fu solo il nobile scopo della ricerca del vero che condusse il Bellucci dopo una svista casuale a pubblicare la sua impressione ed oggi impone a me il dovere di stabilire la mia idea non più sopra i ragionamenti giustificati dai fatti ma sopra il fatto stesso parlante e manifesto.

---

(1) *Comptes Rendus de l'Acad. des Sciences* 15 Novembre 1875.

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO

1.° Dispaccio dell' Emo Card. Antonelli contenente l' approvazione e conferma data da Sua Santità alle nomine dei Soci ordinari Chmi Sig.[i] Comm. Carlo Descemet, Prof. Augusto Statuti, Rmo P. Giacomo Foglini e dei Soci corrispondenti Sig.[i] Cav. Avvocato Cornelio de Simoni e Rmi P. P. Pepin e Joubert.

2.° Lettera dell' Emo Card. Filippo de Angelis Protettore dell'Accademia in ringraziamento degli auguri inviatigli a nome dell' Accademia pel suo giorno onomastico.

3.° Lettere di ringraziamento dei nuovi Soci Prof. P. Foglini e Prof. Statuti.

COMITATO SEGRETO

A forma del Titolo III §. 8 dello Statuto accademico essendo compiuto il biennio dall'ultima elezione del Presidente dell'Accademia, i Soci presenti si riunirono in comitato segreto per la nuova elezione. Per acclamazione venne ad unanimità rieletto il Rmo P. Angelo Secchi. I Soci presenti alla sessione espressero poi unanimi il desiderio che in omaggio all'eminente merito ed alla fama chiarissima di questo illustre scienziato si dimandasse al Santo Padre la nomina del medesimo P. Secchi a Presidente perpetuo dell'Accademia Pontificia de'Nuovi Lincei, e la deroga perciò necessaria al §. 8.° del TITOLO III. degli STATUTI dell'Accademia stessa. Il Segretario fu quindi incaricato di presentare al Santo Padre questa domanda.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Prof. M. Azzarelli – Prof. D. Colapietro – P. F. S. Provenzali – Conte Ab. Francesco Castracane degli Antelminelli – B. Boncompagni – Prof. Vincenzo De Rossi–Re – Comm. Alessandro Cialdi – Prof. G. Tancioni – P. G. Foglini – Comm. C. Descemet – P. S. Ferrari – Prof. A. Statuti – P. G. Lais – Prof. M. S. De Rossi segretario. In assenza del ch. P. A. Secchi la presidenza è stata tenuta dal Prof. M. Azzarelli.

L'Adunanza aperta legalmente al 5 $\frac{3}{4}$ p., fu chiusa alle ore 7.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. Boncompagni*, ecc. — Tomo IX. — Gennaio e Febbraio 1876. — Roma, Tipografia delle scienze matematiche e fisiche Via Lata Num.° 211 A. Due fascicoli. In 4.°
2. *Bullettino Meteorologico dell' Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri con Corrispondenza degli Osservatorii di Piacenza e di Lodi e delle altre Stazioni meteoriche del Piemonte* — Vol. VII. Num. 9. — 30 Settembre 1872. — Vol. X. Num. 3. — 31 Marzo 1875. Vol. IX. Anno 1873—74. Frontispizio, indice e copertina. In 4.°
3. DENZA (P. Francesco). — *Meteorologia internazionale. Cenni del P. Francesco Denza*, ecc. (Estratto dalla *Rivista Scientifico-Industriale* di Firenze. Febbraio 1876.) In 8.°
4. —— *Osservatorio di Moncalieri. Confronti dei barometri delle Stazioni meteorologiche Italiane pel P. Francesco Denza*, ecc. Torino 1876. Collegio Artigianelli — Tip. e Lib. S. Giuseppe. *Corso Palestro, N.* 14. In 4.°
5. —— *Osservatorio di Moncalieri. Osservazioni meteorologiche fatte nelle stazioni italiane presso le Alpi e gli Appennini e pubblicate per cura del Club Alpino Italiano* — Sede Centrale — Torino — Maggio 1876. Decade II. — Num. 17. Anno V. Torino 1876 Collegio degli Artigianelli, Tip. e Lib. S. Giuseppe *Corso Palestro N.* 14. In 4.°
6. DE ROSSI (Michele Stefano). — *Bullettino del Vulcanismo Italiano* — Anno III. fasc. V e VI. Maggio e Giugno 1876. In 8.°
7. GALLI (Prof. D. Ignazio) e DITUCCI (Ingegn. Pacifico). — *Meteorologia della Provincia Romana* — Anno I, n.° 1, 2, 3.
8. GARIBALDI (Prof. Pietro Maria). — *Rassegna medico-statistica e Bullettino meteorologico di Genova.* — Anno 1875, 1876. Gennaio-Aprile.
9. GIORDANO (Prof. Claudio). — *Delle origini e dei progressi delle Scienze fisiche. Studii del Prof. Claudio Giordano*, ecc. Casale Tipografia di Paolo Bertero 1876. In 8.°
10. *Jahrbuch der Kaiserlich-Königlichen Geologischen Reichsanstalt.* Jahrgang 1876, XXVI. Band. N.° 1. Jänner, Februar, März. (Mit Tafel I—IV.), ecc. Wien, 1876. Alfred Hölder k. k. Universitäts-Buchhändler. Rothenthurmstrasse 15. In 8.°
11. MANSION (M. Paul). — *Théorie des équations aux dérivées partielles du premier ordre; par M. Paul Mansion*, ecc. (Extrait du tome XXV des *Mémoires couronnés et autres Mémoires* publiés par l'Académie royale de Belgique. — 1875.) Paris, Librairie de Gauthier-Villars, Successeur de Mallet-Bachelier, Quai des Augustins, 55. 1875. In 8.°
12. *Monatsbericht der Königlich preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* März 1876. *Mit* 5 *Tafeln*. Berlin 1876. ecc. In 8.°
13. *Rendiconto della R. Accademia delle scienze fisiche e matematica di Napoli*, Anno XV, fasc. 2.° Febbraio 1876, fasc. 4.° Aprile 1876.
14. SERPIERI (Prof. Alessandro). — *Risultato della discussione delle osservazioni di Joneo sulla luce zodiacale.*
15. *The Astronomical Register* N.° 162, June, 1876.
16. TOMMASI (Dr. D.) — *Action of Ammonia on Phenyl-Chloracetamide. By Dr. D. Tommasi.* Harrison and Sons, printers in ordinary to Her Majesty, St. Martin's Lane. In 8.°
17. —— *On a New Method of preparing Toluene. By Dr. D. Tommasi, F.C.S.*, ecc. In 8.°
18. *Ulm Oberschwaben Korrespondenzblatt* 1876, n.° 5.
19. *VII. Könyvjegyzék Petrik Géza Odonddszatdból.* Budapest.

INDICE DELLE MATERIE

DEL VOLUME XXXIX.

(1876–1877)

MEMORIE E COMUNICAZIONI

CORRISPONDENZA

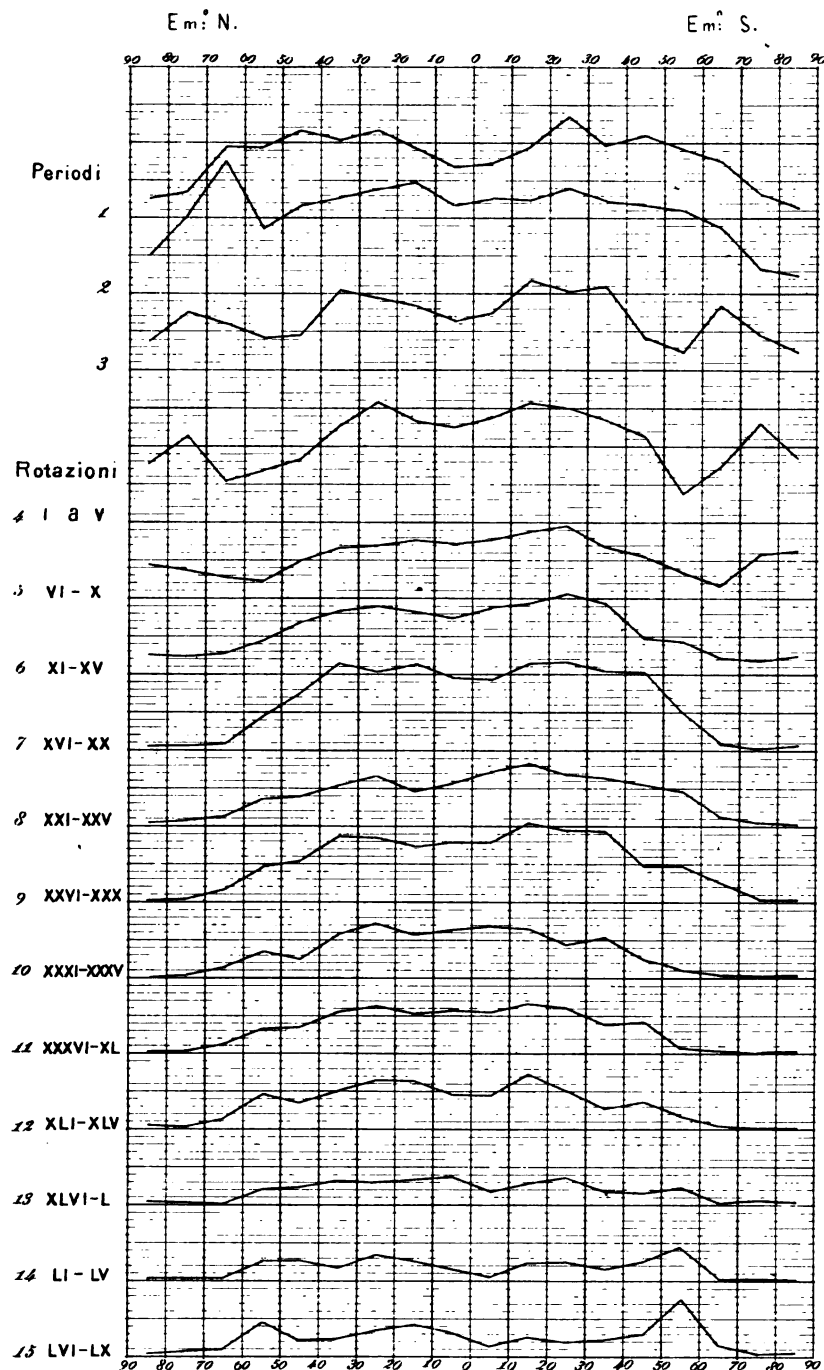
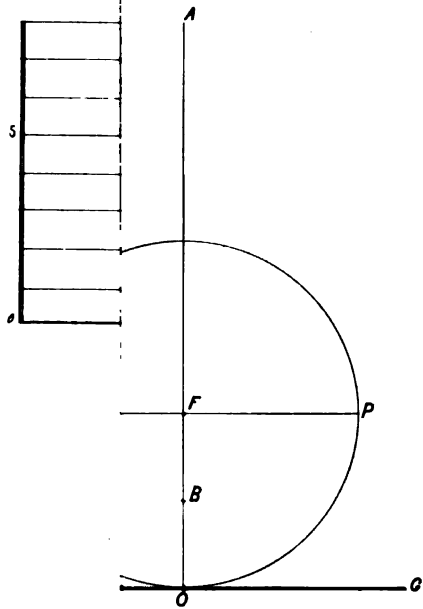
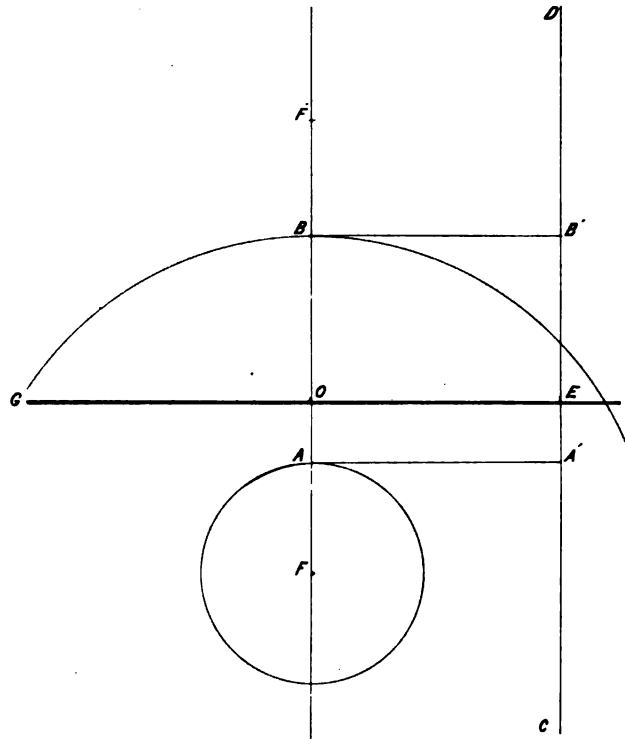
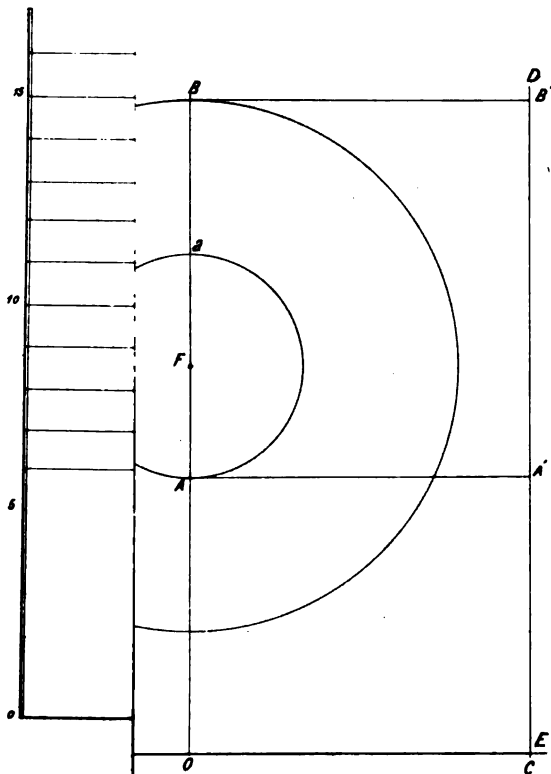
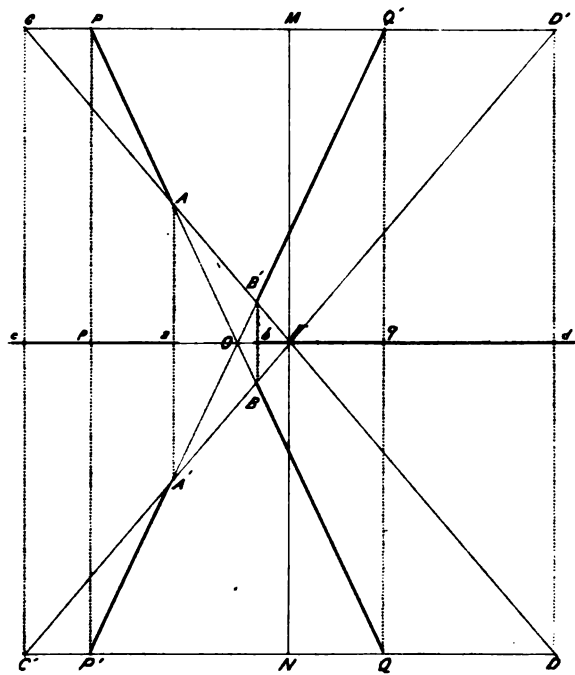
COMUNICAZIONI

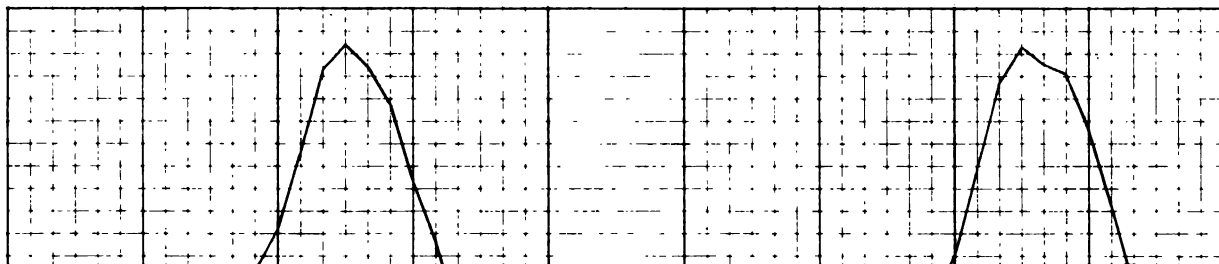
COMITATO SEGRETO

ST,LLE 12ᴴ ALLE 14ᴴ 30ᴹ

CURVE CHE RAPPRESENTANO IL NUMERO RELATIVO DELLE PROTUBERANZE SECONDO LE LATITUDINI ELIOGRAFICHE

Cromo Lit. Spithöver

V
VII
VI
VIII

VELOCITÀ MEDIA ORARIA DEL VENTO

Curve mensili del 1874-5 all'Osservatorio del Collegio Romano

IORNI 4.5.6 APRILE 1875

Anno XXIX Sessione VII. 18 Giug° 1876. Tav. VII

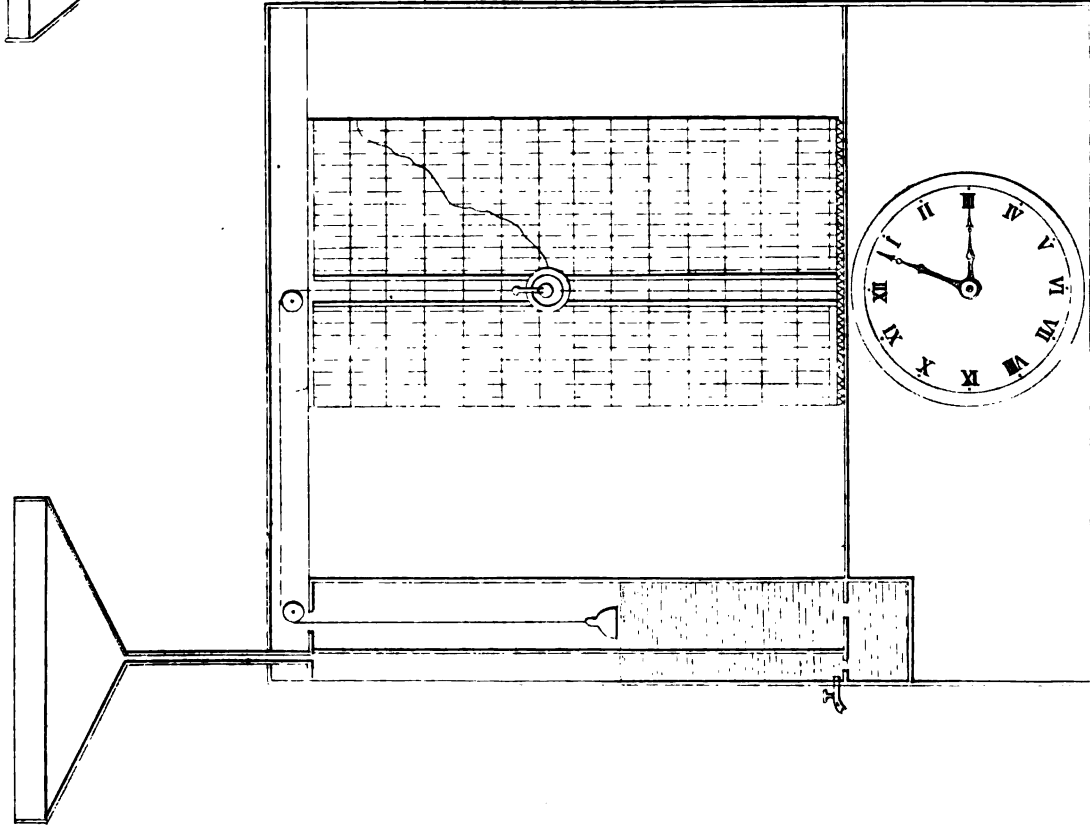
17 18 19 20 21 22 23 0ʰ

8' 50"

TICA

Anno XXIX Sessione VII. 18 Giugº. 1876 T.ª VIII.
12h
20 30
21
21 30
22
22 30
23
23 30
0h
Fine dell' Ecl. Totale 21h 11m
Fine dell' Ecl. Generale 22h 6m
5' 50"
12h
5
6
7
8
9
10
11
12h

PLUVIOGRAFI

De Rossi Re (1866)

Matteucci (1873)

Hervè-Mangon (1875)